# 2024 届南宁市第三中学高三模拟测试（一）数学试题试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．双曲线$\frac{x^2}{m}-y^2=1\left(m>c\right)$的一条渐近线方程为$x+2y=0$，那么它的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

2．设$k>1$，则关于$x,y$的方程$\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$所表示的曲线是（　）

A．长轴在$y$轴上的椭圆　　B．长轴在$x$轴上的椭圆

C．实轴在$y$轴上的双曲线　　D．实轴在$x$轴上的双曲线

3．已知函数$f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$，则下列结论错误的是(　　)

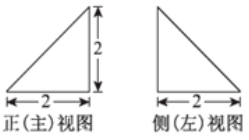
A．函数$f\left(x\right)$的最小正周期为π

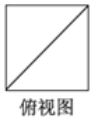
B．函数$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$对称

C．函数$f\left(x\right)$在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$上单调递增

D．函数$f\left(x\right)$的图象可由$y=\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度得到

4．某四棱锥的三视图如图所示，记$S$为此棱锥所有棱的长度的集合，则（　　）．





俯视图

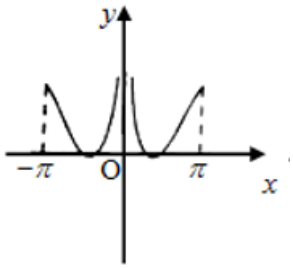
A．$2\sqrt{2}\notin S$，且$2\sqrt{3}\notin S$　　B．$2\sqrt{2}\notin S$，且$2\sqrt{3}\in S$

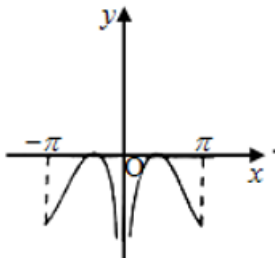
C．$2\sqrt{2}\in S$，且$2\sqrt{3}\notin S$　　D．$2\sqrt{2}\in S$，且$2\sqrt{3}\in S$

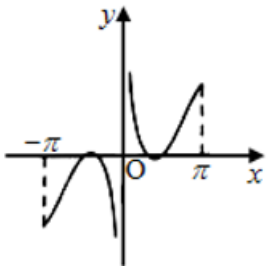
5．若实数 $x$、$y$ 满足 $\begin{cases} y \le 2 \\ x+y \ge 1 \\ y \ge x \end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的最小值是（　　）

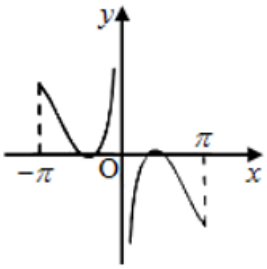
A．$6$　　B．$5$　　C．$2$　　D．$\dfrac{3}{2}$

6．函数 $f\left(x\right)=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\cos x$（$-\pi \le x \le \pi$ 且 $x \ne 0$）的图象可能为（ ）

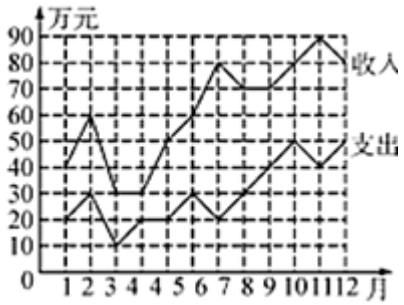
A．


B．


C．


D．


7．某网店 2019 年全年的月收支数据如图所示，则针对 2019 年这一年的收支情况，下列说法中错误的是（　　）




A．月收入的极差为 60　　B．7 月份的利润最大

C．这 12 个月利润的中位数与众数均为 30　　D．这一年的总利润超过 400 万元

8．已知定义在 $R$ 上的函数 $f(x)$ 的周期为 4，当 $x \in [-2,2)$ 时，$f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}-x-4$，则 $f\left(-\log_3 6\right)+f\left(\log_3 54\right)=$（　　）

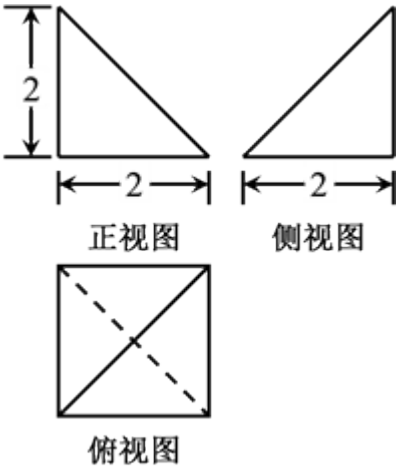
A．$\dfrac{3}{2}$　　B．$\dfrac{3}{2}-\log_3 2$　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{2}{3}+\log_3 2$

9．将函数 $f\left(x\right)=\cos 2x$ 图象上所有点向左平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g\left(x\right)$ 的图象，如果 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,a\right]$

上单调递减，那么实数 $a$ 的最大值为（　　）

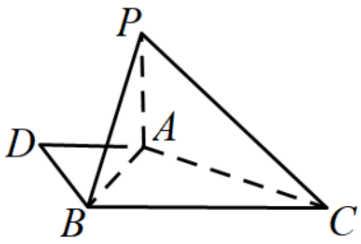
A．$\frac{\pi}{8}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{3}{4}\pi$

10．某几何体的三视图如图所示，则此几何体的体积为（　　）




A．$\frac{2}{3}$　　B．1　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\frac{8}{3}$

11．如图，平面四边形 $ACBD$ 中，$AB \perp BC$，$AB \perp DA$，$AB = AD = 1$，$BC = \sqrt{2}$，现将 $\triangle ABD$ 沿 $AB$ 翻折，使点 $D$ 移动至点 $P$，且 $PA \perp AC$，则三棱锥 $P - ABC$ 的外接球的表面积为（　　）




A．$8\pi$　　B．$6\pi$　　C．$4\pi$　　D．$\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$

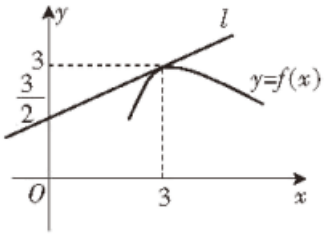
12．已知 $F_1$、$F_2$ 分别为双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$（$a > 0$，$b > 0$）的左、右焦点，过 $F_1$ 的直线 $l$ 交 $C$ 于 $A$、$B$ 两点，$O$ 为坐标原点，若 $OA \perp BF_1$，$|AF_2| = |BF_2|$，则 $C$ 的离心率为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{6}$　　D．$\sqrt{7}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

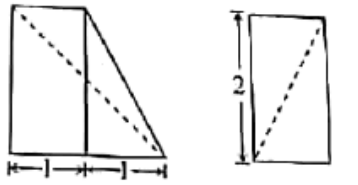
13．已知函数 $f(x) = \cos 2x + a(\sin x - \cos x) + 3x + 2019$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递增，则实数 $a$ 值范围为_____.

14．如图，直线 $l$ 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 3$ 处的切线，则 $f'(3) =$_____.

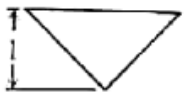



15．设 $x \in \mathbf{R}$，则“$x^3 > 8$”是“$x > 2$”的_____条件.

16．某四棱锥的三视图如图所示，那么此四棱锥的体积为_____.




正(主)视图　　侧(左)视图

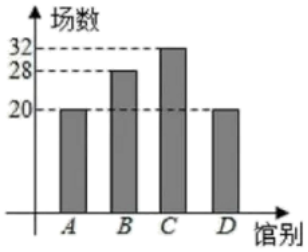



俯视图

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）为提供市民的健身素质，某市把 $A,B,C,D$ 四个篮球馆全部转为免费民用

（1）在一次全民健身活动中，四个篮球馆的使用场数如图，用分层抽样的方法从 $A,B,C,D$ 四场馆的使用场数中依次抽取 $a_1,a_2,a_3,a_4$ 共 25 场，在 $a_1,a_2,a_3,a_4$ 中随机取两数，求这两数和 $\xi$ 的分布列和数学期望；




（2）设四个篮球馆一个月内各馆使用次数之和为 $x$，其相应维修费用为 $y$ 元，根据统计，得到如下表的数据：

| $x$ | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 10000 | 11761 | 13010 | 13980 | 14771 | 15440 | 16020 |
| $z=0.1e^{\frac{y}{4343}}+2$ | 2.99 | 3.49 | 4.05 | 4.50 | 4.99 | 5.49 | 5.99 |

①用最小二乘法求 $z$ 与 $x$ 的回归直线方程；

②$\frac{y}{x+40}$ 叫做篮球馆月惠值，根据①的结论，试估计这四个篮球馆月惠值最大时 $x$ 的值

参考数据和公式：$\bar{z}=4.5,\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2=700,\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})(z_i-\bar{z})=70,e^3=20$ $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})(z_i-\bar{z})}{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{z}-b\bar{x}$

18.（12 分）市民小张计划贷款 60 万元用于购买一套商品住房，银行给小张提供了两种贷款方式.①等额本金：每月的还款额呈递减趋势，且从第二个还款月开始，每月还款额与上月还款额的差均相同；②等额本息：每个月的还款额均相同.银行规定，在贷款到账日的次月当天开始首次还款（若 2019 年 7 月 7 日贷款到账，则 2019 年 8 月 7 日首次还款）.

已知小张该笔贷款年限为 20 年，月利率为 0.004.

（1）若小张采取等额本金的还款方式，现已得知第一个还款月应还 4900 元，最后一个还款月应还 2510 元，试计算小张该笔贷款的总利息；

（2）若小张采取等额本息的还款方式，银行规定，每月还款额不得超过家庭平均月收入的一半，已知小张家庭平均月收入为 1 万元，判断小张该笔贷款是否能够获批（不考虑其他因素）；

（3）对比两种还款方式，从经济利益的角度来考虑，小张应选择哪种还款方式.

参考数据：$1.004^{240}\approx 2.61$.

19.（12 分） [选修 4-4：极坐标与参数方程]

在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{2}+\sqrt{2}\cos\alpha\\ y=\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 是参数），以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$.

（1）求曲线 $C_1$ 的极坐标方程和曲线 $C_2$ 的直角坐标方程；

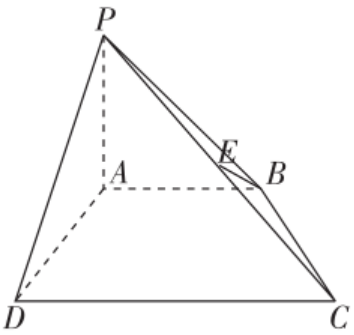
（2）若射线 $\theta=\beta\left(0<\beta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 与曲线 $C_1$ 交于 $O$，$A$ 两点，与曲线 $C_2$ 交于 $O$，$B$ 两点，求 $|OA|+|OB|$ 取最大值时 $\tan\beta$ 的值

20.（12 分）已知抛物线 $C$ 的顶点为原点，其焦点 $F(0,c),(c>0)$ 关于直线 $l:x-y-2=0$ 的对称点为 $M$，且 $|FM|=3\sqrt{2}$.若点 $P$ 为 $C$ 的准线上的任意一点，过点 $P$ 作 $C$ 的两条切线 $PA$，$PB$，其中 $A$，$B$ 为切点.

（1）求抛物线 $C$ 的方程；

（2）求证：直线 $AB$ 恒过定点，并求 $\triangle PAB$ 面积的最小值.

21.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AD\perp AB,AB//CD,AB=AD=AP=\dfrac{1}{2}CD=2$，$E$ 为 $PC$ 的中点.




（1）求证：$BE\perp$平面$PCD$；

（2）求二面角$A-PB-C$的余弦值.

22.（10分）已知$\triangle ABC$满足_____，且$b=\sqrt{6}$，$A=\dfrac{2\pi}{3}$，求$sinC$的值及$\triangle ABC$的面积.（从①$B=\dfrac{\pi}{4}$，②$a=\sqrt{3}$，③$a=3\sqrt{2}sinB$这三个条件中选一个，补充到上面问题中，并完成解答.）

# 参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据双曲线$\dfrac{x^2}{m}-y^2=1(m>c)$的一条渐近线方程为$x+2y=0$，列出方程，求出$m$的值即可.

【详解】

∵双曲线$\dfrac{x^2}{m}-y^2=1(m>c)$的一条渐近线方程为$x+2y=0$，

可得$\dfrac{1}{\sqrt{m}}=\dfrac{1}{2}$，∴$m=4$，

∴双曲线的离心率$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：D.

【点睛】

本小题主要考查双曲线离心率的求法，属于基础题.

2、C

【解析】

根据条件，方程$\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$．即$\frac{y^2}{k^2-1}-\frac{x^2}{k+1}=1$，结合双曲线的标准方程的特征判断曲线的类型．

【详解】

解：∵$k>1$，∴$1+k>0$，$k^2-1>0$，

方程$\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$，即$\frac{y^2}{k^2-1}-\frac{x^2}{k+1}=1$，表示实轴在$y$轴上的双曲线，

故选$C$.

【点睛】

本题考查双曲线的标准方程的特征，依据条件把已知的曲线方程化为$\frac{y^2}{k^2-1}-\frac{x^2}{k+1}=1$是关键.

3、D

【解析】

由$T=\frac{2\pi}{\omega}$可判断选项A；当$x=\frac{\pi}{12}$时，$2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$可判断选项B；利用整体换元法可判断选项C；

$y=\sin 2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\neq f\left(x\right)$可判断选项D.

【详解】

由题知$f\left(x\right)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，最小正周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，所以A正确；当$x=\frac{\pi}{12}$时，

$2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，所以B正确；当$x\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$时，$2x+\frac{\pi}{3}\in\left(\pi,\frac{5\pi}{3}\right)$，所以C正确；由$y=\sin 2x$

的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位，得$y=\sin 2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=$

$\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\neq f\left(x\right)$，所以D错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查余弦型函数的性质，涉及到周期性、对称性、单调性以及图象变换后的解析式等知识，是一道中档题.

4、D

【解析】

首先把三视图转换为几何体，根据三视图的长度，进一步求出个各棱长.

【详解】

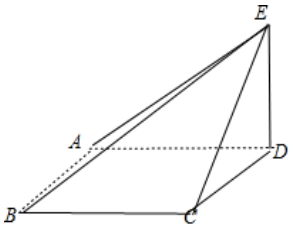
根据几何体的三视图转换为几何体为：该几何体为四棱锥体，

如图所示：

所以：$AB=BC=CD=AD=DE=2$，

$AE=CE=2\sqrt{2}$，$BE=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$.

故选：*D*.




.

【点睛】

本题考查三视图和几何体之间的转换，主要考查运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题.

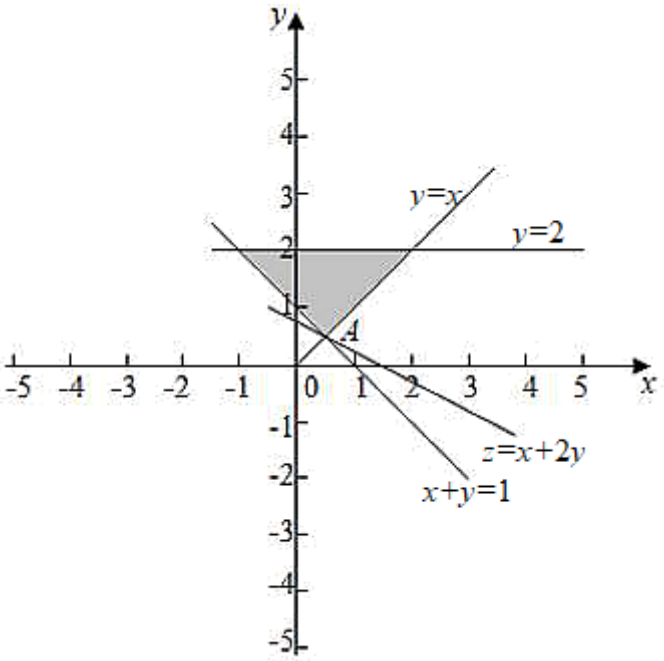
5、D

【解析】

根据约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案

【详解】

作出不等式组$\begin{cases}y\le 2\\ x+y\ge 1\\ y\ge x\end{cases}$所表示的可行域如下图所示：




联立$\begin{cases} y=x \\ x+y=1 \end{cases}$，得$x=y=\frac{1}{2}$，可得点$A\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，

由$z=x+2y$得$y=-\frac{1}{2}x+z$，平移直线$y=-\frac{1}{2}x+z$，

当该直线经过可行域的顶点$A$时，该直线在$y$轴上的截距最小，

此时$z$取最小值，即$z_{\min}=\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查简单的线性规划，考查数形结合的解题思想方法，是基础题.

6、D

【解析】

因为$f(-x)=(-x+\frac{1}{x})\cos x=-(x-\frac{1}{x})\cos x=-f(x)$，故函数是奇函数，所以排除A，B；取$x=\pi$，则$f(\pi)=(\pi-\frac{1}{\pi})\cos\pi=-(\pi-\frac{1}{\pi})<0$，故选D.

考点：1.函数的基本性质；2.函数的图象.

7、D

【解析】

直接根据折线图依次判断每个选项得到答案.

【详解】

由图可知月收入的极差为$90-30=60$，故选项A正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/588002022131006116