

第 38 讲 带电粒子在电场中运动的综合问题

目录

01 模拟基础练

【题型一】等效重力场

【题型二】力电综合

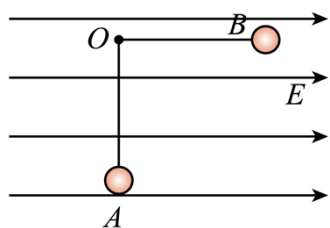
02 重难创新练

01

// 模拟基础练 //

【题型一】等效重力场

1. 如图所示，一根不可伸长的绝缘细线一端固定于 O 点，另一端系一带正电小球，置于水平向右的匀强电场中。已知绳长 L ，小球质量为 m ，电荷量为 q ，现把小球从 A 点由静止释放，刚好能到达水平最高点 B 处，重力加速度为 g ，则下列说法不正确的是（ ）



- A. 小球所受的电场力大小为 mg
- B. 从 A 到 B 过程中，小球的机械能增加了 mgL
- C. 从 A 到 B 过程中，小球的动能最大为 $(\sqrt{2}-1)mgL$
- D. 从 A 到 B 过程中，绳子的最大拉力为 $2(\sqrt{2}-1)mg$

【答案】D

【详解】A. 根据题意，设小球所受的电场力大小为 F ，由动能定理有

$$FL - mgL = 0$$

解得

$$F = mg$$

故 A 正确；

B. 从 A 到 B 过程中，电场力做正功，大小为

$$W = FL = mgL$$

由功能关系可知，小球的机械能增加了 mgL ，故 B 正确；

CD. 根据题意可知，电场力与重力的合力为

$$F' = \sqrt{F^2 + (mg)^2} = \sqrt{2}mg$$

方向与竖直方向成 45° 斜向下，当该合力与绳子共线时，小球速度最大，绳子拉力最大，根据牛顿第二定律

$$F_{\text{拉}} - F' = m \frac{v_m^2}{L}$$

由动能定理有

$$FL \sin 45^\circ - mgL(1 - \cos 45^\circ) = \frac{1}{2}mv_m^2 = E_{\text{km}}$$

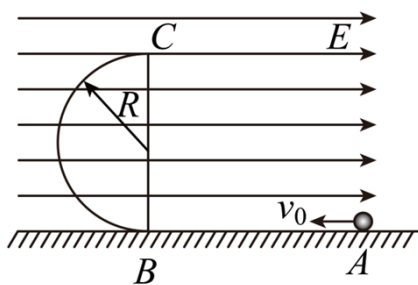
联立解得

$$E_{\text{km}} = (\sqrt{2} - 1)mgL, \quad F_{\text{拉}} = (3\sqrt{2} - 2)mg$$

故 C 正确，D 错误。

本题选不正确的，故选 D。

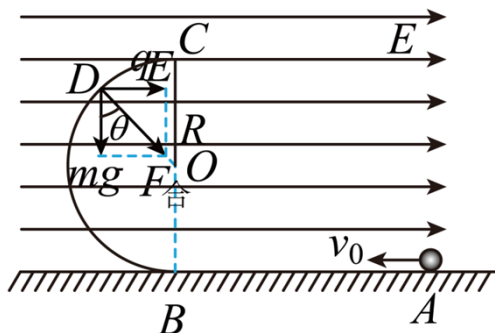
2. 如图所示，一光滑绝缘半圆轨道固定在竖直平面内，与光滑绝缘水平面相切于 B 点，半圆轨道的半径为 R 。整个空间存在水平向右的匀强电场，场强大小为 $E = \frac{3mg}{4q}$ ，一带正电小球质量为 m 、电荷量为 q ，从 A 点以一定的初速度向 B 点运动，经过 B 点后恰能不脱离轨道运动到轨道的最高点 C ，小球从轨道最高点 C 飞出后落到水平面上的 F 点（图中未标出）。已知重力加速度为 g ， $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\cos 37^\circ = 0.8$ ，以初始位置为重力势能的零势能面，下列说法正确的是（ ）



- A. 小球在 C 点的速度大小为 $\frac{\sqrt{5gR}}{2}$
- B. 小球在 B 点对轨道的压力大小为 $\frac{23}{4}mg$
- C. 小球的机械能最小值为 $\frac{17}{8}mgR$
- D. F 点与 B 点的水平距离为 $\sqrt{7}R$

【答案】C

【详解】A. 由于小球经过 B 点后恰能不脱离轨道运动到轨道的最高点 C ，如图所示



在 D 点，有

$$F_{\text{合}} = m \frac{v_D^2}{R}$$

$$F_{\text{合}} = \sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2} = \frac{5}{4}mg$$

$$\tan \theta = \frac{Eq}{mg} = \frac{3}{4}$$

小球从 D 点到 C 点，由动能定理得

$$-mgR(1 - \cos \theta) + EqR \sin \theta = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_D^2$$

解得

$$v_C = \frac{\sqrt{7gR}}{2}$$

故 A 错误；

B. 小球从 B 点到 C 点，由动能定理得

$$-mg \cdot 2R = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$$

解得

$$v_B = \frac{\sqrt{23gR}}{2}$$

在 B 点，有

$$F_N - mg = m \frac{v_B^2}{R}$$

解得

$$F_N = \frac{27}{4}mg$$

根据牛顿第三定律可得，小球在 B 点对轨道的压力大小为 $\frac{27}{4}mg$ ，故 B 错误；

C. 根据能量守恒定律可知，当小球运动到圆心等高处时电势能最大，机械能最小，则从 B 点到圆心等高处，有

$$-mgR - EqR = E_k - \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_{\min} = E_k + E_p = E_k + mgR$$

联立解得

$$E_{\min} = \frac{17}{8}mgR$$

故 C 正确；

D. 小球离开 C 点后，在竖直方向上做自由落体运动，水平方向上在电场力的作用下做匀加速直线运动，设小球从 C 点到 F 点的运动时间为 t ，水平方向的加速度为 a ，F 点到 B 点的水平距离为 x ，则

$$x = v_C t + \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \frac{Eq}{m}$$

$$2R = \frac{1}{2}gt^2$$

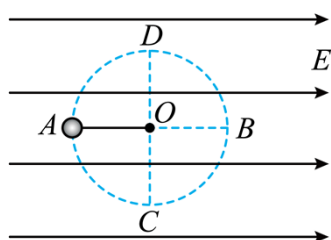
联立解得

$$x = (\sqrt{7} + \frac{3}{2})R$$

故 D 错误。

故选 C。

3. (多选) 如图所示，在地面上方的水平匀强电场中，一个质量为 m 、带正电的电荷量为 q 的小球，系在一根长为 R 的绝缘细线的一端，可以在竖直平面内绕 O 点做圆周运动。 AB 为圆周的水平直径， CD 为竖直直径。已知重力加速度的大小为 g ，电场强度 $E = \frac{\sqrt{3}mg}{q}$ 。若小球恰能在竖直平面内绕 O 点做圆周运动，不计空气阻力，则下列说法正确的是 ()



- A. 小球运动到 C 点时细线的拉力最大 B. 小球运动到 B 点时的电势能最大
C. 小球运动到 B 点时的机械能最大 D. 小球运动过程中的最小速度为 $\sqrt{2gR}$

【答案】CD

【详解】AD. 带正电的电荷量为 q 的小球受到的电场力大小为

$$F = qE = \sqrt{3}mg$$

则重力和电场力的合力大小为

$$F_{\text{合}} = \sqrt{F^2 + (mg)^2} = 2mg$$

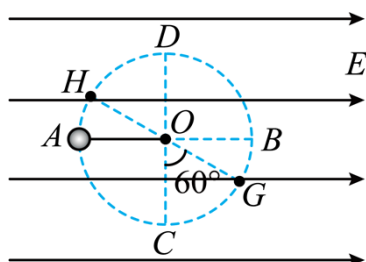
重力和电场力的合力方向与竖直方向的夹角满足

$$\tan \theta = \frac{F}{mg} = \sqrt{3}$$

可得

$$\theta = 60^\circ$$

如图所示



可知小球运动等效最低点 G 时速度最大，细线的拉力最大；小球运动等效最高点 H 时速度最小，则有

$$F_{\text{合}} = 2mg = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

解得小球运动过程中的最小速度为

$$v_{\min} = \sqrt{2gR}$$

故 A 错误，D 正确；

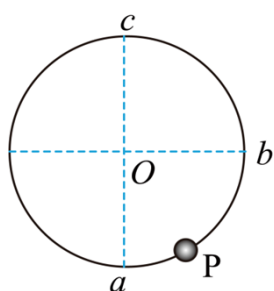
BC. 从小球从 A 到 B 过程，电场力对小球一直做正功，小球电势能减小，小球从 B 到 A 过程，电场力对小球一直做负功，小球电势能增大，则小球运动到 B 点时的电势能最小，小球运动到 B 点时的机械能最大，故 B 错误，C 正确。

故选 CD。

4. (多选) 如图所示，半径为 R 的光滑绝缘圆环固定于竖直平面内， a 为圆环的最低点， c 为圆环的最高点， b 点与圆心 O 等高，该空间存在与圆环平面平行的匀强电场。质量为 m 、带电量为 $+q$ 的小球 P 套在圆环上，

沿环做圆周运动，通过 a 、 b 、 c 三点时的速度大小分别为 $v_a = \frac{\sqrt{23gR}}{2}$ 、 $v_b = \frac{\sqrt{21gR}}{2}$ 、 $v_c = \frac{\sqrt{7gR}}{2}$ (重力加

速度为 g ，空气阻力不计)。下列说法正确的是 ()



A. 匀强电场方向水平向左

B. 匀强电场场强大小 $E = \frac{3mg}{4q}$

C. 小球运动过程中对圆环的最小压力为 0

D. 小球运动过程中在 b 处与地球组成的系统有最大的机械能

【答案】BCD

【详解】A. 从最低点到最高点

$$\frac{1}{2}mv_c^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = -2mgR + qU_{ac}$$

解得

$$U_{ac} = 0$$

故 ac 连线为等势线，从 a 到 b ，有

$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = -mgR + qU_{ab}$$

解得

$$U_{ab} = \frac{3mgR}{4q} > 0$$

电场线垂直于等势线，且沿电场线方向电势逐渐降低，故匀强电场方向水平向右，故 A 错误；

B. 匀强电场场强大小为

$$E = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{3mg}{4q}$$

故 B 正确；

C. 电场力

$$Eq = \frac{3}{4}mg$$

当电场力与重力合力与圆心在一条直线上时，对圆环的压力达到最大和最小，根据几何关系可知，最小速度

$$\frac{1}{2}mv_{\min}^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = -mgR(1 + \cos 37^\circ) - qER \sin 37^\circ$$

根据牛顿第二定律

$$Eq \cos 53^\circ + mg \cos 37^\circ - F_{\min} = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

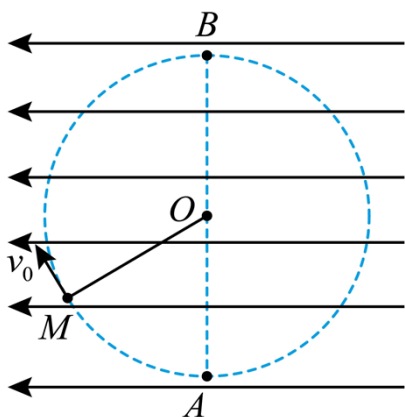
解得最小支持力为 0，根据牛顿第三定律可知，小球运动过程中对圆环的最小压力为 0，故 C 正确；

D. 小球在 b 处的电势能最小，根据能量守恒定律可知，小球运动过程中在 b 处与地球组成的系统有最大的机械能，故 D 正确。

故选 BCD。

5. (多选) 如图所示，在水平向左的匀强电场中，一长为 L 的绝缘细线一端固定于 O 点，另一端系着一个质量为 m 、电荷量为 q 的带正电小球，小球静止在 M 点。现给小球一垂直于 OM 的初速度 v_0

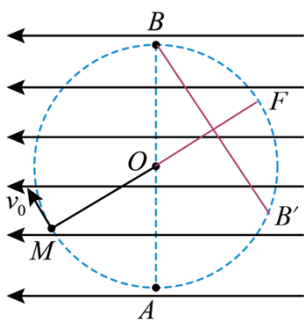
，使其在竖直平面内绕 O 点恰好做完整的圆周运动， AB 为圆的竖直直径。已知匀强电场的场强大小为 $\frac{4mg}{3q}$ ，重力加速度为 g 。当小球第二次运动到 B 点时细线突然断裂，则下列说法正确的是（ ）



- A. 小球做完整的圆周运动时，粒子初速度的最小值 $v_0 = \frac{5}{3}\sqrt{3gL}$
- B. 细线断裂后，小球速度的最小值为 $\frac{3}{5}\sqrt{3gL}$
- C. 从细线断裂到小球的动能与 B 点动能相等的过程中，电势能增加了 $\frac{32}{25}mgL$
- D. 从细线断裂到小球的电势能与 B 点电势能相等的过程中，重力势能减少了 $2mgL$

【答案】AB

【详解】A. 由题意等效最高点在 OM 连线的反向延长线与圆周的交点上，如图



设为 N ，则电场力和重力的等效合力为

$$F_{\text{等}} = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2} = \frac{5}{3}mg$$

所以

$$\frac{5}{3}mg = \frac{mv^2}{L}$$

从 M 点到 N 点由动能定理

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -F_{\text{等}} \cdot 2L$$

解得粒子初速度的最小值

$$v_0 = \frac{5}{3}\sqrt{3gL}$$

故 A 正确；

B. 电场力和重力的合力方向与水平方向的夹角为

$$\tan \theta = \frac{mg}{qE} = \frac{3}{4}$$

可知

$$\theta = 37^\circ$$

从 M 点到 B 点，由动能定理

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -F_{\text{等}}L(1 + \sin 37^\circ)$$

解得

$$v_B = \sqrt{3gL}$$

解得细线断裂后，小球做类平抛运动，当速度最小时到达“最高点”，则速度的最小值为

$$v_{\min} = v_B \sin 37^\circ = \frac{3}{5}\sqrt{3gL}$$

故 B 正确；

C. 细线从 B 点断裂，当到达 BB' 连线上某点动能与 B 点动能相等，因为到达圆周上的 B' 点时，克服电场力做功为

$$W = Eq \times 2L \cos 37^\circ \sin 37^\circ = \frac{32}{25}mgL$$

所以实际小球的电势能增加不是 $\frac{32}{25}mgL$ ，故 C 错误；

D. 细线从 B 点断裂，当到达与 A 点在同一竖直线上时，小球的电势能与 B 点电势能相等，则该过程中经过的时间

$$t = \frac{2v_B}{a_x} = \frac{2v_B}{\frac{qE}{m}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3L}{g}}$$

此过程中小球下落的竖直高度

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{27L}{8}$$

重力势能减少了

$$\Delta E_p = mgh = \frac{27}{8}mgL$$

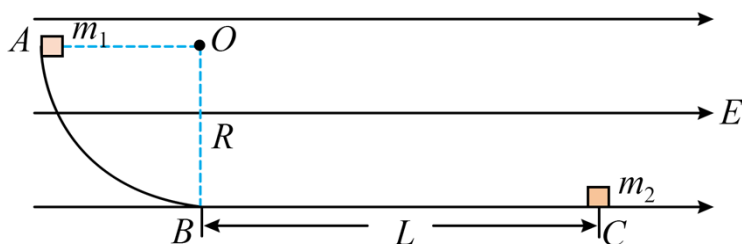
故 D 错误。

故选 AB。

【题型二】力电综合

6. 如图所示, 半径 $R=0.2\text{m}$ 的光滑 $\frac{1}{4}$ 圆弧轨道竖直固定, 与水平面相切于最低点 B , 空间中存在水平向右的匀强电场, 电场强度 $E=1\times 10^3\text{V/m}$ 。带正电的物块甲质量 $m_1=0.2\text{kg}$, 电荷量 $q=1\times 10^{-3}\text{C}$; 物块乙不带电, 其质量 $m_2=0.1\text{kg}$, 将乙静置于 B 点右侧 $L=0.5\text{m}$ 处的 C 点。物块甲从与圆心 O 等高的 A 点以 $v_0=\sqrt{2}\text{m/s}$ 的初速度竖直下滑, 甲与水平面间的动摩擦因数 $\mu=0.4$ 。甲、乙两物块均视为质点, 忽略空气阻力, 二者碰撞时无机械能损失, 且二者之间没有电荷转移, 取 $g=10\text{m/s}^2$ 。求:

- (1) 在 B 处物块甲对轨道的压力;
- (2) 甲与乙第一次碰撞前的瞬间物块甲的速度大小;
- (3) 甲与乙第一次碰撞后的瞬间各自速度大小。



【答案】(1) 10N , 方向向下; (2) 3m/s ; (3) $v_{\text{甲}}=1\text{m/s}$, $v_{\text{乙}}=4\text{m/s}$

【详解】(1) 对物块甲, 从 A 到 B , 根据动能定理

$$m_1 g R + EqR = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2$$

在 B 处根据牛顿第二定律

$$F_N - m_1 g = m_1 \frac{v_1^2}{R}$$

得

$$F_N = 10\text{N}$$

根据牛顿第三定律, 在 B 处物块甲对轨道的压力为 10N , 方向向下。

- (2) 物块甲在水平面上向右运动, 碰撞前, 根据动能定理

$$(Eq - \mu m_1 g)L = \frac{1}{2} m_1 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$v_2 = 3\text{m/s}$$

- (3) 甲乙碰撞过程中, 根据动量守恒和能量守恒

$$m_1 v_2 = m_1 v_{\text{甲}} + m_2 v_{\text{乙}}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{\text{甲}}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{\text{乙}}^2$$

解得

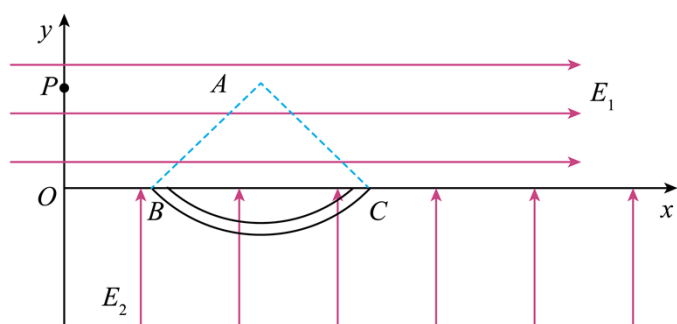
$$v_{\text{甲}} = 1\text{m/s}$$

$$v_{\text{乙}} = 4\text{m/s}$$

7. 如图所示, 在竖直平面内的平面直角坐标系 xOy 中, x 轴上方有水平向右的匀强电场, x

轴下方存在竖直向上、范围足够大的匀强电场，电场强度大小等于 $E_2 = \frac{mg}{q}$ 。先有一质量为 m 、电荷量为 $+q$ 的带电绝缘小球，从 y 轴上的 $P(0, L)$ 点由静止开始释放，运动至 x 轴上的 $B(L, 0)$ 点时，恰好无碰撞地沿切线方向进入固定在 x 轴下方竖直放置的四分之一圆弧形光滑绝缘细管， $BC=2L$ 。小球第 3 次经过 x 轴时与 x 轴交于 D 点（图中 D 点未画出），细管内径略大于小球外径，小球直径远小于细管轨道的半径，不计空气阻力，重力加速度为 g 。求：

- (1) 匀强电场场强 E_1 的大小；
- (2) 小球从 P 点至 D 点的时间；
- (3) D 点的位置坐标；



【答案】(1) $\frac{mg}{q}$ ；(2) $3\sqrt{\frac{2L}{g}} + \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{2L}{g}}$ ；(3) $(11L, 0)$

【详解】(1) 小球由静止释放后在重力和电场力的作用下做匀加速直线运动，小球从 P 点沿切线方向进入，根据几何关系，此时速度方向与竖直方向的夹角为 45° ，即加速度方向与竖直方向的夹角为 45° ，则有

$$\tan 45^\circ = \frac{mg}{qE_1}$$

解得

$$E_1 = \frac{mg}{q}$$

(2) 从 P 到 B 的过程中，小球做匀加速直线运动，根据动能定理得

$$mgL + qE_1L = \frac{1}{2}mv_B^2$$

根据位移的表达式有

$$\sqrt{2}L = \frac{v_B}{2}t_1$$

解得

$$v_B = 2\sqrt{gL}, \quad t_1 = \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

从 B 到 C 的过程中，由于

$$qE_2 = mg$$

即电场力与重力平衡，则小球做匀速圆周运动，根据几何关系有

$$2R \cos 45^\circ = 2L$$

从 B 到 C 的过程中经历的时间

$$t_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi R}{v_B}$$

解得

$$t_2 = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

从 C 到 D 的过程中，小球做类斜抛运动，竖直方向做双向匀变速运动，水平方向匀速直线，根据对称性有

$$t_3 = 2t_1 = 2\sqrt{\frac{2L}{g}}$$

则小球从 P 点至 D 点的时间

$$t = t_1 + t_2 + t_3$$

解得

$$t = 3\sqrt{\frac{2L}{g}} + \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{2L}{g}}$$

(3) 小球从 C 点抛出时的速度

$$v_C = v_B = 2\sqrt{gL}$$

结合上述，小球水平方向的加速度大小

$$a = \frac{qE_1}{m} = g$$

水平方向最匀加速直线运动，水平方向有

$$x_1 = v_C t_3 \cos 45^\circ + \frac{1}{2} g t_3^2$$

解得

$$x_1 = 8L$$

则 D 点的横坐标位

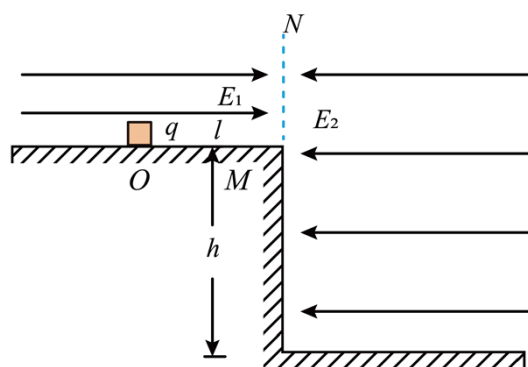
$$x_2 = L + 2L + x_1 = 11L$$

则 D 点的位置坐标为 $(11L, 0)$ 。

8. 如图所示， MN 为绝缘光滑水平平台的右边缘竖直分界线，两侧分布有图示水平方向的匀强电场 E_1 和 E_2 。平台上一质量为 m 、电荷量为 q ($q > 0$) 可视为质点的滑块，在左侧电场力的作用下，自距离 MN 为 l 的 O 点由静止开始加速，从 M 点进入电场 E_2 ，恰好垂直落在水平地面上的 P 点（未画出）。已知电场强度 $E_1 = \frac{3mg}{2q}$ ，平台高 $h = \frac{3}{2}l$ ，重力加速度为 g ，求：

- (1) 滑块飞离平台的速度 v ；
- (2) 电场强度 E_2 的大小；

(3) 从滑块离开平台到其动能最小所经历的时间 t' 。



【答案】(1) $\sqrt{3gl}$; (2) $\frac{mg}{q}$; (3) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3l}{g}}$

【详解】(1) 由动能定理知

$$qE_1 l = \frac{1}{2} mv^2$$

代入得

$$v = \sqrt{3gl}$$

(2) 由题知，从 M 点进入电场 E_2 ，恰好垂直落在水平地面上的 P 点，则说明 E_2 做负功，水平方向到 P 点时速度为 0，竖直方向做自由落体运动，设滑块运动到 P 点水平位移为 l' ，滑块下落时间为 t ，则竖直方向有

$$h = \frac{1}{2} gt^2$$

水平方向有

$$v = at$$

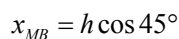
则

$$v = \frac{qE_2}{m} \cdot t$$

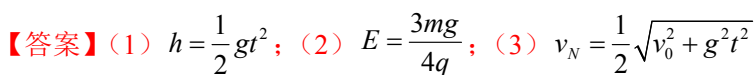
联立解得

$$E_2 = \frac{mg}{q}$$

(3) 由题知， $qE_2 = mg$ ，由抛体运动对称性知其运动示意图如图所示， $MA = AP = \frac{3}{2}l$ ，由几何关系知


$$v_{MB} = v \cos 45^\circ$$
$$t' = \frac{h \cos 45^\circ}{v \cos 45^\circ} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3l}{g}}$$

- (1) M 、 N 两点的高度差 h ;
- (2) 电场强度 E 的大小;
- (3) 小球 B 运动到 N 点时的速度大小。


$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

(2) 对小球 B, 由牛顿第二定律有

$$mg - qE = ma$$

由竖直方向运动学公式有

$$h = \frac{1}{2}a(2t)^2$$

联立解得

$$E = \frac{3mg}{4q}$$

(3) 对小球 B，由动能定理得

$$mgh - qEh = \frac{1}{2}mv_N^2 - \frac{1}{2}mv_M^2$$

因 A、B 水平位移相等有

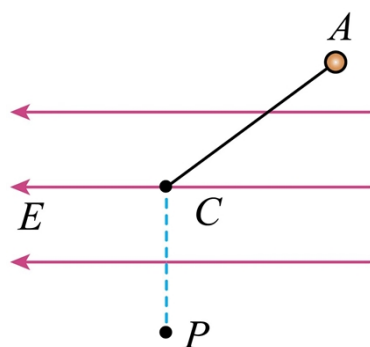
$$v_M \cdot 2t = v_0 t$$

联立解得

$$v_N = \frac{1}{2}\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

10. 如图所示，一绝缘细直杆 AC 固定在水平向左、电场强度大小 $E = 1.0 \times 10^5 \text{ N/C}$ 的匀强电场中，直杆与电场线成 37° 角，杆长 $L = 1.28 \text{ m}$ ，一套在直杆上的电荷量为 $q = 1.5 \times 10^{-5} \text{ C}$ 的带负电荷的小环，从杆顶端 A 点以初速度 $v_0 = 5 \text{ m/s}$ 开始下滑，小环离开杆后恰好通过杆底端 C 点正下方的 P 点。已知小环的质量 $m = 0.2 \text{ kg}$ ，环与杆间的动摩擦因数 $\mu = 0.5$ ，取重力加速度大小 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，求：

- (1) 小环在 C 点的速度；
- (2) 小环从 C 点到 P 点的时间；
- (3) 小环运动到杆下端 C 向正下方 P 点的动能。



【答案】(1) 3 m/s ；(2) 0.64 s ；(3) 7.3 J

【详解】(1) 设小环在细直杆上运动时的加速度大小为 a_1 ，受到的支持力大小为 F_N ，受到的摩擦力大小为 f ，小环在 C 点的速度为 v_c ，则对小环进行受力分析可得，沿杆方向

$$mg \sin 37^\circ - qE \cos 37^\circ - f = ma_1$$

垂直杆方向

$$F_N = mg \cos 37^\circ + qE \sin 37^\circ$$

其中

$$f = \mu F_N$$

解得加速度

$$a_1 = -6.25 \text{ m/s}^2$$

根据速度位移公式

$$2a_1 L = v_C^2 - v_0^2$$

解得

$$v_C = 3 \text{ m/s}$$

(2) 小环从 C 点到 P 点在水平方向只受到电场力, 则水平方向的加速度大小为

$$a_2 = \frac{qE}{m} = 7.5 \text{ m/s}^2$$

小环在 C 点水平方向的分速度为

$$v_x = v_C \cos 37^\circ = 2.4 \text{ m/s}$$

设小环从 C 点到 P 点的时间为 t , 根据位移时间公式有

$$v_x t - \frac{1}{2} a_2 t^2 = 0$$

解得

$$t = 0.64 \text{ s}$$

(3) 小环到 P 点水平方向的速度大小为

$$v_{x1} = |v_x - a_2 t| = 2.4 \text{ m/s}$$

在竖直方向, 根据牛顿第二定律

$$a_3 = \frac{mg}{m} = g = 10 \text{ m/s}^2$$

竖直方向的速度大小为

$$v_y = v_C \sin 37^\circ + gt = 8.2 \text{ m/s}$$

小环到 P 点速度大小为

$$v_P = \sqrt{v_{x1}^2 + v_y^2} = \sqrt{73} \text{ m/s}$$

所以小环到 P 点的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} m v_P^2 = 7.3 \text{ J}$$

02

// 重难创新练 //

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/588023071121007002>