

2024 年高三年级上学期数学模拟卷一

一、单选题

1. 设集合 $A = \{x | 0.4^x < 1\}$, 集合 $B = \{x | y = \lg(x^2 - x - 2)\}$, 则集合 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = (\quad)$

- A. $(0, 2]$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

2. 已知 i 是虚数单位, 则 $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2i}\right)^2$ 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知四面体 $ABCD$ 中, G 是 BD 的中点, 则 $\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = (\quad)$

- A. \overrightarrow{AG} B. \overrightarrow{CG} C. \overrightarrow{BG} D. \overrightarrow{CB}

4. 设 $f(x) = \begin{cases} f(f(x+5)), & 5 < x < 10, \\ 2x-15, & x \geq 10, \end{cases}$ 则 $f(9)$ 的值为 ()

- A. 9 B. 11 C. 28 D. 14

5. 古代文人墨客与丹青手都善于在纸扇上题字题画, 题字题画的扇面多为扇环形. 已知某纸扇的扇面如图所示, 其中外弧长与内弧长之和为 89cm , 连接外弧与内弧的两端的线段长均为 18cm , 且该扇环的圆心角的弧度数为 2.5 , 则该扇环的内弧长为 ()



- A. 22cm B. 26cm C. 28cm D. 30cm

6. 双曲线 $4y^2 - 3x^2 = 12$ 上一点 P 与它的一个焦点的距离等于 1 , 那么点 P 与另一个焦点的距离等于 ()

- A. $2\sqrt{3}+1$ B. $2\sqrt{3}-1$ C. 3 D. 5

7. 中国古典乐器一般按“八音”分类，这是我国最早按乐器的制造材料来对乐器进行分类的方法，最早见于《周礼·春官·大师》。八音分为“金、石、土、革、丝、木、匏、竹”，其中“金、石、木、革”为打击乐器，“土、匏、竹”为吹奏乐器，“丝”为弹拨乐器。某同学安排了包括“土、匏、竹”在内的六种乐器的学习，每种乐器安排一节，连排六节，并要求“土”与“匏”相邻排课，但均不与“竹”相邻排课，且“丝”不能排在第一节，则不同的排课方式的种数为（ ）

- A. 960 B. 1024 C. 1296 D. 2021

8. 设正实数 a, b, c 分别满足 $a \cdot 2^a = b \cdot \log_3 b = c \cdot \log_2 c = 1$ ，则 a, b, c 的大小关系为（ ）

- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$
 C. $c > b > a$ D. $a > c > b$

二、多选题

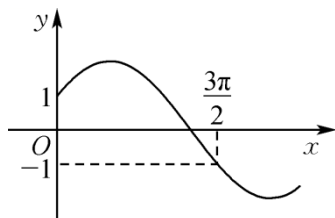
9. 下列说法中正确的是（ ）

- A. 将一组数据中的每一个数据都加上或减去同一个常数后，方差不变
 B. 回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 恒过样本点的中心 (\bar{x}, \bar{y}) ，且至少过一个样本点
 C. 用相关指数 R^2 来刻画回归效果时， R^2 越接近 1，说明模型的拟合效果越好
 D. 在 2×2 列联表中， $|ad - bc|$ 的值越大，说明两个分类变量之间的关系越弱

10. 若 $\{\overset{|}{a}, \overset{|}{b}, \overset{|}{c}\}$ 构成空间的一个基底，则下列向量不能构成的基底是（ ）

- A. $\overset{|}{b} + \overset{|}{c}, \overset{|}{b}, \overset{|}{b} - \overset{|}{c}$ B. $\overset{|}{a}, \overset{|}{a} + \overset{|}{b}, \overset{|}{a} - \overset{|}{b}$
 C. $\overset{|}{a} + \overset{|}{b}, \overset{|}{a} - \overset{|}{b}, \overset{|}{c}$ D. $\overset{|}{a} + \overset{|}{b}, \overset{|}{a} + \overset{|}{b} + \overset{|}{c}, \overset{|}{c}$

11. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则（ ）



- A. π 是函数 $y = |f(3x) + 1|$ 的一个周期 B. $x = 2\pi$ 是函数 $f(x)$ 的图象的一条对称轴
- C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[-\pi, -\frac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递减 D. $\forall x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right], f(x) > \sqrt{2}$ 恒成立

12. 已知 $3b = 2a + c$ ，点 P 到直线 $l: ax + by + c = 0$ 的垂足为 M ， $P(-1, 0)$ ， $N(2, 1)$ ，则 ()

- A. 直线 l 过定点
B. 点 P 到直线 l 的最大距离为 $3\sqrt{2}$
C. MN 的最大值为 $4\sqrt{2}$
D. MN 的最小值为 $\sqrt{2}$

三、填空题

13. 采取随机模拟的方法估计某型号防空导弹击中目标的概率，先由计算器算出 0 到 9 之间取整数值的随机数，指定 1, 2, 3, 4 表示击中目标，5, 6, 7, 8, 9, 0 表示未击中目标，以三个随机数为一组，代表三次发射的结果，经随机数模拟产生了 20 组随机数：

107 956 181 935 271 832 612 458 329 683

331 257 393 027 556 498 730 113 537 989

根据以上数据，估计该型号防空导弹三次发射至少有一次击中目标的概率为_____.

14. 一个盒子里装有 3 种颜色，大小形状质地都一样的 9 个球，其中黄球 4 个，蓝球 3 个，绿球 2 个，现从盒子中随机取出两个球，记事件 A “取出的两个球颜色不同”，记事件 B “取出一个蓝球，一个绿球”，则 $P(B|A) =$ _____.

15. 在棱长为 3 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为线段 DD_1 靠近 D_1 的三等分点， F 为线段 BB_1 靠近 B 的三等分点，则直线 FC_1 到平面 AB_1E 的距离为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq m \\ x^2 - 2mx + 4m, & x > m \end{cases}$ ，若存在实数 b ，使得关于 x 的方程 $f(x) = b$ 有三个不同的根，则 m 的取值范围是_____.

四、解答题

17. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， S_n 是它的前 n 项和，已知 $a_2 = 3, S_4 = 4S_2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

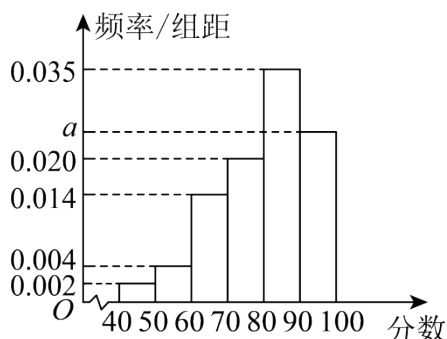
(2)求数列 $\left\{ \frac{1}{a_n(2n+1)} \right\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对角分别为 a, b, c 且 $\frac{b}{a} \cos C + \frac{c}{a} \cos B = 3 \cos B$.

(1)求 $\sin B$;

(2)若 D 为 AC 边的中点, 且 $BD=1$, 求 $\triangle ABD$ 面积的最大值.

19. 2020 年新冠肺炎疫情期间, 某区政府为了解本区居民对区政府防疫工作的满意度, 从本区居民中随机抽取若干居民进行评分 (满分 100 分), 根据调查数据制成如下表格和频率分布直方图, 已知评分在 $[80,100]$ 的居民有 600 人.



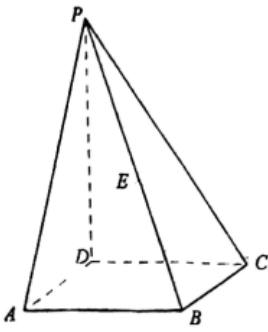
满意度评分	$[40,60)$	$[60,80)$	$[80,90)$	$[90,1100)$
满意度等级	不满意	基本满意	满意	非常满意

(1)求频率分布直方图中 a 的值及所调查的总人数;

(2)定义满意度指数 $\eta = (\text{满意程度的平均分}) / 100$, 若 $\eta < 0.8$, 则防疫工作需要进行大调整, 否则不需要大调整. 根据所学知识判断该区防疫工作是否带要进行大调整? (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)

(3)为了解部分居民不满意的原因, 从不满意的居民评分在 $[40,50)$, $[50,60)$ 中用分层抽样的方法抽取 6 名居民, 倾听他们的意见, 并从 6 人中抽取 2 人担任防疫工作的监督员, 求这 2 人中仅有一人对防疫工作的评分在 $[40,50)$ 内的概率.

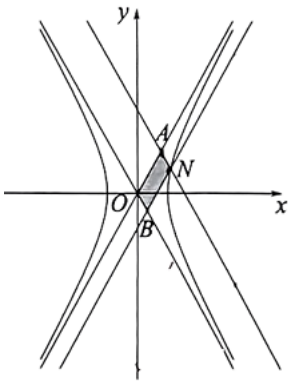
20. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是边长为 2 的正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD=3$, E 是棱 PB 上一点.



(1)若 E 为 PB 的中点, 求直线 PB 与平面 AEC 所成角的正弦值;

(2)若平面 AEC 与平面 PBC 的夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{26}}{26}$, 求点 E 的位置.

21. 已知离心率为 2 的双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 经过点 $M(1, 0)$.



(1)求 C 的方程;

(2)如图, 点 N 为双曲线上的任意一点, O 为原点, 过点 N 作双曲线两渐近线的平行线, 分别与两渐近线交于 A 、 B 两点, 求证: 平行四边形 $NAOB$ 的面积为定值.

22. 已知函数 $f(x) = -x^2 + ax - a$.

(1)若 $f(x)$ 的最大值为 0, 求实数 a 的值;

(2)设 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值为 $M(a)$, 求 $M(a)$ 的表达式;

(3)令 $g(x) = -\frac{f(x)}{x}$, 若 $g(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最小值为 1, 求正实数 a 的取值范围.

参考答案:

1. C

【分析】解指数不等式可得集合 A , 求出函数 $y = \lg(x^2 - x - 2)$ 的定义域可得集合 B , 然后再求出 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B)$ 即可.

【详解】由题意得 $A = \{x | 0.4^x < 1\} = \{x | x > 0\}$,

$B = \{x | x^2 - x - 2 > 0\} = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$,

$\therefore \complement_{\mathbb{R}} B = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$,

$\therefore A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = \{x | x \geq -1\} = [-1, +\infty)$.

故选: C.

2. D

【分析】先把 $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2i}\right)^2$ 化简, 再判断其对应的点在第几象限.

【详解】 $\because \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2i}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$,

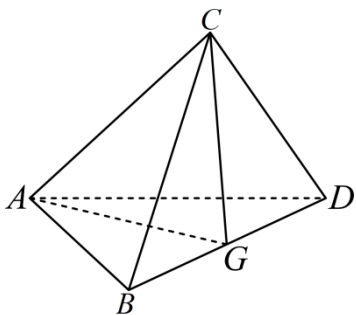
\therefore 它在复平面内对应的点 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 位于第四象限.

故选: D

3. B

【分析】根据已知条件作出图形, 利用空间向量的加法法则即可得解.

【详解】因为四面体 $ABCD$ 中, G 是 BD 的中点,



所以 $\vec{CA} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \vec{CA} + \vec{AG} = \vec{CG}$.

故选: B.

4. B

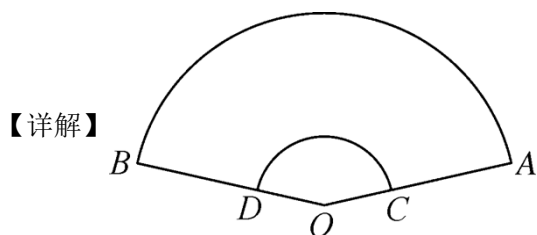
【分析】结合分段函数，根据自变量的范围代入计算即可.

【详解】 $f(9) = f(f(14)) = f(2 \times 14 - 15) = f(13) = 2 \times 13 - 15 = 11$.

故选:B.

5. A

【分析】设弧 AB 的长为 $a\text{cm}$ ，弧 CD 的长为 $b\text{cm}$ ，根据弧长公式结合已知可推得 $a - b = 45$. 结合已知条件得出方程组，求解即可得出答案.



如图，设弧 AB 的长为 $a\text{cm}$ ，弧 CD 的长为 $b\text{cm}$.

因为该扇形的圆心角的弧度数为 2.5 ,

所以 $a = 2.5OA$ ， $b = 2.5OC$,

即 $OA = \frac{a}{2.5}$ ， $OC = \frac{b}{2.5}$.

因为 $AC = OA - OC = \frac{a - b}{2.5} = 18$ ，所以 $a - b = 45$.

又因为 $a + b = 89$,

联立可得 $\begin{cases} a - b = 45 \\ a + b = 89 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a = 67 \\ b = 22 \end{cases}$ ，所以该扇环的内弧长为 22cm .

故选: A

6. A

【分析】根据双曲线的定义即可判断选项.

【详解】由 $4y^2 - 3x^2 = 12$ 得 $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 1$,

所以 $a^2 = 3$ ，即 $a = \sqrt{3}$,

设点 P 与另一个焦点的距离为 x ,

因为 P 与它的一个焦点的距离等于 1 ,

所以由双曲线定义知: $|x-1|=2\sqrt{3}$,

解得 $x=2\sqrt{3}+1, x=1-2\sqrt{3}$ (舍),

所以点 P 与另一个焦点的距离为 $x=2\sqrt{3}+1$. 所以 A 正确.

故选: A.

7. C

【分析】排课可分为以下两大类 (1) “丝”被选中, (2) “丝”不被选中, 结合分类计数原理, 即可求解.

【详解】由题意, 排课可分为以下两大类:

(1) “丝”被选中, 不同的方法总数为 $N_1 = C_4^2 A_2^2 A_3^2 A_4^2 - C_4^2 A_2^2 A_2^2 A_3^2 = 720$ 种;

(2) “丝”不被选中, 不同的方法总数为 $N_2 = C_4^3 A_2^2 A_3^2 A_4^2 = 576$ 种.

故共有 $N = 720 + 576 = 1296$ 种.

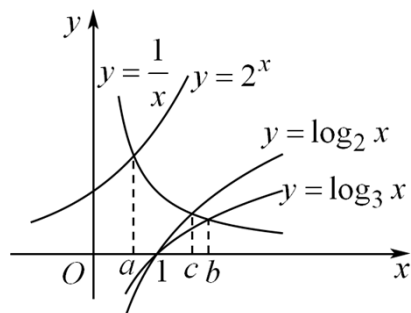
故选: C

8. B

【分析】作出 $y=2^x, y=\log_2 x, y=\log_3 x$ 的图像, 利用图像和 $y=\frac{1}{x}$ 图像交点的横坐标比较大, 小即可.

【详解】由已知可得 $\frac{1}{a} = 2^a, \frac{1}{b} = \log_3 b, \frac{1}{c} = \log_2 c$,

作出 $y=2^x, y=\log_2 x, y=\log_3 x$ 的图像如图所示:



它们与 $y=\frac{1}{x}$ 交点的横坐标分别为 a, b, c ,

由图像可得 $b > c > a$,

故选: B

9. AC

【分析】对 A：由方差的性质即可判断；对 B：由回归直线的性质即可判断；对 C：利用相关指数 R^2 的性质即可判断；对 D：由卡方的意义即可判断。

【详解】对 A：将一组数据中的每一个数据都加上或减去同一个常数后，数据的波动性不变，故方差不变，故 A 正确；

对 B：回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 恒过样本点的中心 (\bar{x}, \bar{y}) 正确，但不一定会过样本点，故 B 错误；

对 C：用相关指数 R^2 来刻画回归效果时， R^2 越接近 1，说明模型的拟合效果越好，故 C 正确；

对 D：在 2×2 列联表中， $|ad - bc|$ 的值越大，说明两个分类变量之间的关系越强，故 D 错误。

故选：AC.

10. ABD

【分析】由平面向量基本定理可知，空间中不共面的三个向量可构成一组基底，由平面向量基本定理逐项判断即可。

【详解】A 中， $\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) + \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{c})$ ，所以 $\vec{b} + \vec{c}$ ， \vec{b} ， $\vec{b} - \vec{c}$ 共面，不能构成基底；

B 中， $\vec{a} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) + \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$ ，所以 \vec{a} ， $\vec{a} + \vec{b}$ ， $\vec{a} - \vec{b}$ 共面，不能构成基底；

C 中，假设 $\vec{a} + \vec{b}$ ， $\vec{a} - \vec{b}$ ， \vec{c} 共面，则存在非零实数 x ， y 满足 $\vec{a} + \vec{b} = x(\vec{a} - \vec{b}) + y\vec{c}$ ，整理可得 $(x-1)\vec{a} - (x+1)\vec{b} + y\vec{c} = \vec{0}$ ，故 $x-1 = x+1 = y = 0$ ，不存在满足条件的实数 x ，故假设不成立，所以 $\vec{a} + \vec{b}$ ， $\vec{a} - \vec{b}$ ， \vec{c} 不共面，则能构成基底；

D 中， $\vec{c} = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) - (\vec{a} + \vec{b})$ ，所以 $\vec{a} + \vec{b}$ ， $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ， \vec{c} 共面，不能构成基底。

故选：ABD

11. ABD

【分析】首先根据函数的图象确定函数的解析式，再利用周期函数的定义，判断 A；再利用代入法，结合三角函数的图象和性质，判断 BC；根据 $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ ，结合函数的性质确定函数的最小值，再判断不等式，即可判断 D。

【详解】因为 $f(0) = 2\sin\varphi = 1$ ，可得 $\sin\varphi = \frac{1}{2}$ 。因为 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，所以 $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/588036120041006052>