云南省江川第二中学 2023-2024 学年数学高三上期末教学质量检测试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．点 P 为棱长是 **2** 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 球面上的动点，点 M 为 B_1C_1 的中点，若满足 $DP\perp BM$，则动点 P 的轨迹的长度为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{5}\pi}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}\pi}{5}$　　C．$\dfrac{4\sqrt{5}\pi}{5}$　　D．$\dfrac{8\sqrt{5}\pi}{5}$

2．已知幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$ 的图象过点 $(3,5)$，且 $a=\left(\dfrac{1}{e}\right)^{\alpha}$，$b=\sqrt[3]{\alpha}$，$c=\log_{\alpha}\dfrac{1}{4}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A．$c<a<b$　　B．$a<c<b$　　C．$a<b<c$　　D．$c<b<a$

3．已知函数 $f\left(x\right)=ax+1+\left|2x^2+ax-1\right|$（$a\in R$）的最小值为 **0**，则 $a=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．-1　　C．±1　　D．$\pm\dfrac{1}{2}$

4．复数 $z=\dfrac{i}{1+2i}$ 的共轭复数在复平面内所对应的点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

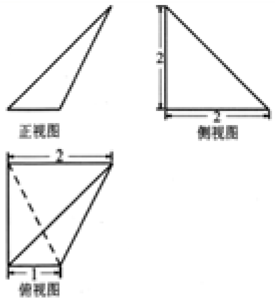
5．已知集合 $M=\{x\mid -1\le x<5\},N=\left\{x\mid |x|<2\right\}$，则 $M\,\mathrm{I}\,\,N=$（　　）

A．$\{x\mid -1\le x<2\}$　　B．$\left\{x\mid -2<x<5\right\}$　　C．$\{x\mid -1\le x<5\}$　　D．$\left\{x\mid 0<x<2\right\}$

6．已知 F_1、F_2 是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点，过点 F_2 与双曲线的一条渐近线平行的直线交双曲线另一条渐近线于点 M，若点 M 在以线段 F_1F_2 为直径的圆外，则双曲线离心率的取值范围是（　　）

A．$(2,+\infty)$　　B．$(\sqrt{3},2)$　　C．$(\sqrt{2},\sqrt{3})$　　D．$(1,\sqrt{2})$

7．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{4}{3}$　　C．2　　D．$\dfrac{8}{3}$

8．已知等差数列$\{a_n\}$的前 13 项和为 52，则$(-2)^{a_6+a_8}=$（　　）

A．256　　B．-256　　C．32　　D．-32

9．已知函数$f(x)=\sin(2019x+\dfrac{\pi}{4})+\cos(2019x-\dfrac{\pi}{4})$的最大值为$M$，若存在实数$m,n$，使得对任意实数$x$总有$f(m)\le f(x)\le f(n)$成立，则$M\cdot|m-n|$的最小值为（　）

A．$\dfrac{\pi}{2019}$　　B．$\dfrac{2\pi}{2019}$　　C．$\dfrac{4\pi}{2019}$　　D．$\dfrac{\pi}{4038}$

10．已知盒中有 3 个红球，3 个黄球，3 个白球，且每种颜色的三个球均按A，B，C编号，现从中摸出 3 个球（除颜色与编号外球没有区别），则恰好不同时包含字母A，B，C的概率为（　　）

A．$\dfrac{17}{21}$　　B．$\dfrac{19}{28}$　　C．$\dfrac{7}{9}$　　D．$\dfrac{23}{28}$

11．直线$ax+by+\sqrt{2ab}=0(ab>0)$与圆$x^2+y^2=1$的位置关系是（　　）

A．相交　　B．相切　　C．相离　　D．相交或相切

12．小明有 3 本作业本，小波有 4 本作业本，将这 7 本作业本混放在-起，小明从中任取两本.则他取到的均是自己的作业本的概率为(　　)

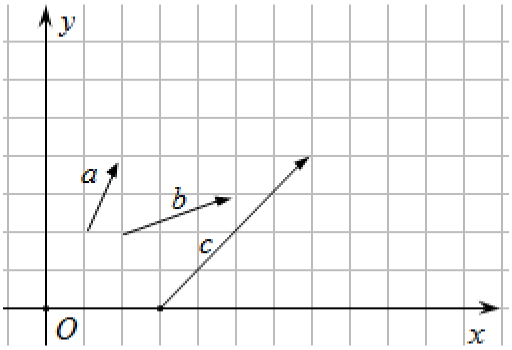
A．$\dfrac{1}{7}$　　B．$\dfrac{2}{7}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{18}{35}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知实数x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\3x-y-3\leqslant 0,\\y\geqslant 0,\end{cases}$则$z=2x+y$的最大值为________.

14．$(2x-\dfrac{1}{x})^6$的展开式中常数项是___________.

15．如图所示，直角坐标系中网格小正方形的边长为 1，若向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$满足$(2\vec{a}+t\vec{b})\cdot\vec{c}=0$，则实数$t$的值为_______.



16．某部门全部员工参加一项社会公益活动，按年龄分为$A,\ B,\ C$三组，其人数之比为$5:3:2$，现用分层抽样的方法从总体中抽取一个容量为**20**的样本，若C组中甲、乙二人均被抽到的概率是$\dfrac{1}{11}$，则该部门员工总人数为__________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）某市环保部门对该市市民进行了一次垃圾分类知识的网络问卷调查，每一位市民仅有一次参加机会，通过随机抽样，得到参加问卷调查的1000人的得分（满分：100分）数据，统计结果如下表所示.

组别	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	25	150	200	250	225	100	50

（**1**）已知此次问卷调查的得分Z服从正态分布$N(\mu,210)$，μ近似为这1000人得分的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表），请利用正态分布的知识求$P(36<Z\le 79.5)$；

（**2**）在（**1**）的条件下，环保部门为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案.

（ⅰ）得分不低于μ的可以获赠2次随机话费，得分低于μ的可以获赠1次随机话费；

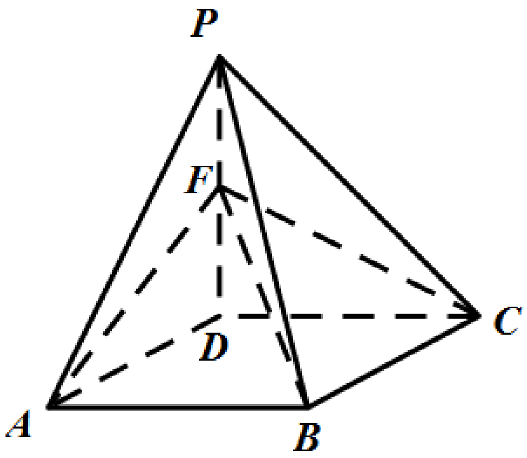
（ⅱ）每次赠送的随机话费和相应的概率如下表.

赠送的随机话费/元	20	40
概率	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{1}{4}$

现市民甲要参加此次问卷调查，记X为该市民参加问卷调查获赠的话费，求X的分布列及数学期望.

附：$\sqrt{210}\approx 14.5$，若$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9545$，$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9973$.

18．（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是边长为**2**的菱形，$\angle DAB=60^\circ,\angle ADP=90^\circ$，平面$ADP\perp$平面$ABCD$，点$F$为棱$PD$的中点.



（Ⅰ）在棱 AB 上是否存在一点 E，使得 AF P平面 PCE，并说明理由；

（Ⅱ）当二面角 $D-FC-B$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ 时，求直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角.

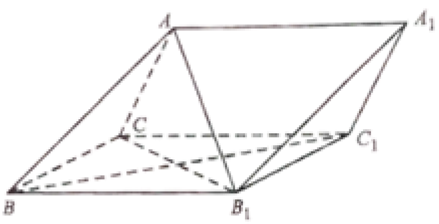
19.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)+\dfrac{a}{x+2}$，其中 a 为实常数.

（1）若存在 $n>m\geq -1$，使得 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(m,n\right)$ 内单调递减，求 a 的取值范围；

（2）当 $a=0$ 时，设直线 $y=kx-1$ 与函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象相交于不同的两点 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，证明：

$x_1+x_2+2>\dfrac{2}{k}$.

20.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BB_1C_1C 为菱形，$AC\perp AB_1, AB=BC$.



（1）求证：$BC_1\perp$ 平面 AB_1C；

（2）若 $AB\perp B_1C, \angle CBB_1=60°$，求二面角 $B_1-AA_1-C_1$ 的余弦值.

21.（12 分）已知椭圆 W：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的右焦点为 F ,过点 F 且斜率为 $k\left(k\neq 0\right)$ 的直线 l 与椭圆 W 交于 A,B 两点,线段 AB 的中点为 M,O 为坐标原点.

（1）证明:点 M 在 y 轴的右侧;

（2）设线段 AB 的垂直平分线与 x 轴、y 轴分别相交于点 C,D.若 $\triangle ODC$ 与 $\triangle CMF$ 的面积相等,求直线 l 的斜率 k

22.（10 分）已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=3+2\cos\alpha \\ y=1+2\sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数),以直角坐标系原点为极点,以 x 轴正半轴为极轴并取相同的单位长度建立极坐标系.

（1）求曲线 C 的极坐标方程,并说明其表示什么轨迹;

（2）若直线 l 的极坐标方程为 $\sin\theta-2\cos\theta=\dfrac{1}{\rho}$,求曲线 C 上的点到直线 l 的最大距离.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

设 B_1B 的中点为 H，利用正方形和正方体的性质，结合线面垂直的判定定理可以证明出 $BM\perp$ 平面 DCH，这样可以确定动点 P 的轨迹，最后求出动点 P 的轨迹的长度.

【详解】

设 B_1B 的中点为 H，连接 CH,DH，因此有 $CH\perp BM$，而 $DC\perp MB$，而 $DC,CH\subset$ 平面 CDH，

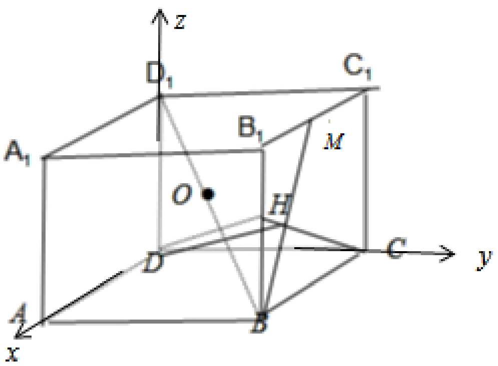
$DC\cap CH=C$，因此有 $BM\perp$ 平面 DCH，所以动点 P 的轨迹平面 DCH 与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 的交线. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 **2**，所以内切球 O 的半径为 $R=1$，建立如下图所示的以 D 为坐标原点的空间直角坐标系：

因此有 $O(1,1,1),C(0,2,0),H(2,2,1)$，设平面 DCH 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，所以有

$\begin{cases} \vec{m}\perp\overrightarrow{DC} \\ \vec{m}\perp\overrightarrow{DH} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \vec{m}\cdot\overrightarrow{DC}=0 \\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DH}=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 2y=0 \\ 2x+2y+z=0 \end{cases}\Rightarrow\vec{m}=(1,0,-2)$，因此 O 到平面 DCH 的距离为：$d=\dfrac{\left|\vec{m}\cdot\overrightarrow{OD}\right|}{\left|\vec{m}\right|}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

所以截面圆的半径为：$r=\sqrt{R^2-d^2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，因此动点 P 的轨迹的长度为 $2\pi r=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\pi$.

故选：**C**



【点睛】

本题考查了线面垂直的判定定理的应用，考查了立体几何中轨迹问题，考查了球截面的性质，考查了空间想象能力和数学运算能力.

2、A

【解析】

根据题意求得参数α，根据对数的运算性质，以及对数函数的单调性即可判断.

【详解】

依题意，得$3^{\alpha}=5$，故$\alpha=\log_3 5\in(1,2)$，

故$0<a=\left(\frac{1}{e}\right)^{\log_3 5}<1$，$b=\sqrt[3]{\log_3 5}>1$，$c=\log_{\log_3 5}\frac{1}{4}<0$，

则$c<a<b$.

故选：A.

【点睛】

本题考查利用指数函数和对数函数的单调性比较大小，考查推理论证能力，属基础题.

3、C

【解析】

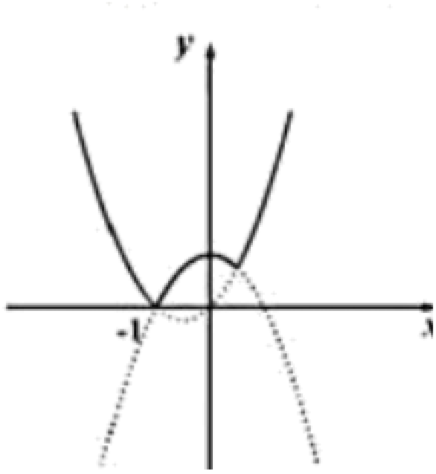
设$\begin{cases}g(x)+h(x)=ax+1\\g(x)-h(x)=2x^2+ax-1\end{cases}$，计算可得$f(x)=\begin{cases}2g(x),g(x)\ge h(x)\\2h(x),g(x)<h(x)\end{cases}$，再结合图像即可求出答案.

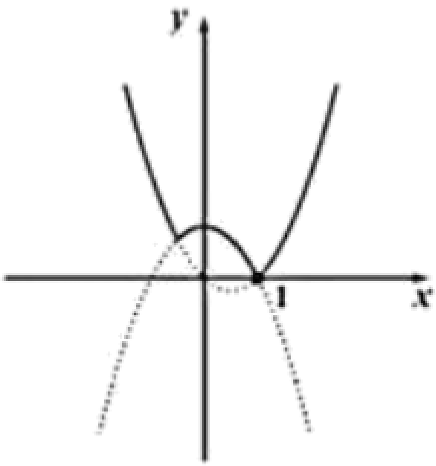
【详解】

设$\begin{cases}g(x)+h(x)=ax+1\\g(x)-h(x)=2x^2+ax-1\end{cases}$，则$\begin{cases}g(x)=x^2+ax\\h(x)=1-x^2\end{cases}$，

则$f(x)=g(x)+h(x)+\left|g(x)-h(x)\right|=\begin{cases}2g(x),g(x)\ge h(x)\\2h(x),g(x)<h(x)\end{cases}$，

由于函数 $f\left(x\right)$ 的最小值为 **0**，作出函数 $g\left(x\right),h\left(x\right)$ 的大致图像，





结合图像，$1-x^2=0$，得 $x=\pm1$，

所以 $a=\pm1$．

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查了分段函数的图像与性质，考查转化思想，考查数形结合思想，属于中档题.

4、**D**

【解析】

由复数除法运算求出 z，再写出其共轭复数，得共轭复数对应点的坐标．得结论．

【详解】

$z=\dfrac{i}{1+2i}=\dfrac{i(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{i+2}{5}=\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{5}i$，$\bar{z}=\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{5}i$，对应点为 $(\dfrac{2}{5},-\dfrac{1}{5})$，在第四象限．

故选：**D.**

【点睛】

本题考查复数的除法运算，考查共轭复数的概念，考查复数的几何意义．掌握复数的运算法则是解题关键．

5、**A**

【解析】

考虑既属于 M 又属于 N 的集合，即得.

【详解】

Q $N=\left\{x\,|\,-2<x<2\right\},\therefore M\cap N=\{x\,|\,-1\le x<2\}$．

故选：A

【点睛】

本题考查集合的交运算，属于基础题.

6、A

【解析】

双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的渐近线方程为 y=±$\frac{b}{a}$x，

不妨设过点 F_1 与双曲线的一条渐过线平行的直线方程为 y=$\frac{b}{a}$（x﹣c），

与 y=﹣$\frac{b}{a}$x 联立，可得交点 M（$\frac{c}{2}$，﹣$\frac{bc}{2a}$），

∵点 M 在以线段 F_1F_1 为直径的圆外，

∴|OM|＞|OF_1|，即有 $\frac{c^2}{4}+\frac{b^2c^2}{4a^2}$＞$c^1$，

∴$\frac{b^2}{a^2}$＞3，即 b^1＞$3a^1$，

∴c^1﹣a^1＞$3a^1$，即 c＞1a.

则 e=$\frac{c}{a}$＞1.

∴双曲线离心率的取值范围是（1，+∞）.

故选：A.

点睛：解决椭圆和双曲线的离心率的求值及范围问题其关键就是确立一个关于 a，b，c 的方程或不等式，再根据 a，b，c 的关系消掉 b 得到 a，c 的关系式，建立关于 a，b，c 的方程或不等式，要充分利用椭圆和双曲线的几何性质、点的坐标的范围等.

7、A

【解析】

由给定的三视图可知，该几何体表示一个底面为一个直角三角形，

且两直角边分别为 1 和 2，所以底面面积为 $S=\frac{1}{2}\times1\times2=1$

高为 $h=2$ 的三棱锥，所以三棱锥的体积为 $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\times1\times2=\frac{2}{3}$，故选 A.

8、A

【解析】

利用等差数列的求和公式及等差数列的性质可以求得结果.

【详解】

由 $S_{13}=13a_7=52$，$a_7=4$，得 $\left(-2\right)^{a_6+a_8}=\left(-2\right)^8=256$.选 A.

【点睛】

本题主要考查等差数列的求和公式及等差数列的性质，等差数列的等和性应用能快速求得结果.

9、**B**

【解析】

根据三角函数的两角和差公式得到$f\left(x\right)=2\sin(2019x+\frac{\pi}{4})$，进而可以得到函数的最值，区间**(m,n)**长度要大于等于半个周期，最终得到结果.

【详解】

函数

$$f\left(x\right)=\sin\left(2019x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2019x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin 2019x+\cos 2019x+\cos 2019x+\sin 2019x\right)$$

$$=\sqrt{2}\left(\sin 2019x+\cos 2019x\right)=2\sin(2019x+\frac{\pi}{4})$$

则函数的最大值为**2**，$M\cdot\left|m-n\right|=2\left|m-n\right|$

存在实数m,n，使得对任意实数x总有$f\left(m\right)\leq f\left(x\right)\leq f\left(n\right)$成立，则区间**(m,n)**长度要大于等于半个周期，即

$$m-n\geq\frac{\pi}{2019}\therefore 2\left|m-n\right|_{\min}=\frac{2\pi}{2019}$$

故答案为：**B.**

【点睛】

这个题目考查了三角函数的两角和差的正余弦公式的应用，以及三角函数的图像的性质的应用，题目比较综合.

10、**B**

【解析】

首先求出基本事件总数，则事件“恰好不同时包含字母A，B，C”的对立事件为“取出的**3**个球的编号恰好为字母A，B，C”， 记事件“恰好不同时包含字母A，B，C”为E，利用对立事件的概率公式计算可得；

【详解】

解：从**9**个球中摸出**3**个球，则基本事件总数为$C_9^3=84$（个），

则事件“恰好不同时包含字母A，B，C”的对立事件为“取出的**3**个球的编号恰好为字母A，B，C”

记事件“恰好不同时包含字母A，B，C”为E，则$P(E)=1-\frac{3^3}{C_9^3}=\frac{19}{28}$.

故选：**B**

【点睛】

本题考查了古典概型及其概率计算公式，考查了排列组合的知识，解答的关键在于正确理解题意，属于基础题.

11、**D**

【解析】

由几何法求出圆心到直线的距离，再与半径作比较，由此可得出结论．

【详解】

解：由题意，圆 $x^2+y^2=1$ 的圆心为 $O\left(0,0\right)$，半径 $r=1$，

∵圆心到直线的距离为 $d=\dfrac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

Q $a^2+b^2\geq 2ab$，

$\therefore d\leq 1$，

故选：**D.**

【点睛】

本题主要考查直线与圆的位置关系，属于基础题．

12、**A**

【解析】

利用 $P=\dfrac{n_A}{n}$ 计算即可，其中 n_A 表示事件 ***A*** 所包含的基本事件个数，n 为基本事件总数.

【详解】

从 **7** 本作业本中任取两本共有 C_7^2 种不同的结果，其中，小明取到的均是自己的作业本有 C_3^2 种不同结果，

由古典概型的概率计算公式，小明取到的均是自己的作业本的概率为 $\dfrac{C_3^2}{C_7^2}=\dfrac{1}{7}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查古典概型的概率计算问题，考查学生的基本运算能力，是一道基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、**1**

【解析】

作出约束条件表示的可行域，转化目标函数 $z=2x+y$ 为 $y=-2x+z$，当目标函数经过点 $(2,3)$ 时，直线的截距最大，取得最大值，即得解.

【详解】