2022-2023 学年天津市和平区第一中学高三第五次月考数学试题试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．过点 $P(2\sqrt{6},2\sqrt{6})$ 的直线 l 与曲线 $y=\sqrt{13-x^2}$ 交于 A，B 两点，若 $2\overrightarrow{PA}=5\overrightarrow{AB}$，则直线 l 的斜率为(　　)

A．$2-\sqrt{3}$　　B．$2+\sqrt{3}$

C．$2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$　　D．$2-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}-1$

2．若 $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^6$ 的展开式中 x^6 的系数为 150，则 $a^2=$（　　）

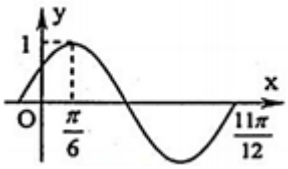
A．20　　B．15　　C．10　　D．25

3．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 $P(x_1,y_1)$，$Q(-x_1,-y_1)$ 在椭圆 C 上，其中 $x_1>0$，$y_1>0$，若 $|PQ|=2|OF_2|$，$\left|\frac{QF_1}{PF_1}\right|\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$，则椭圆 C 的离心率的取值范围为（　　）

A．$\left[0,\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)$　　B．$\left(0,\sqrt{6}-2\right]$

C．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}-1\right]$　　D．$\left(0,\sqrt{3}-1\right]$

4．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，则 ω,φ 的值分别为（　　）



A．2，0　　B．2，$\frac{\pi}{4}$　　C．2，$-\frac{\pi}{3}$　　D．2，$\frac{\pi}{6}$

5．　若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=15$ 且 $3a_{n+1}=3a_n-2$，则使 $a_k\cdot a_{k+1}<0$ 的 k 的值为(　　)

A．21　　B．22　　C．23　　D．24

6．已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\left(\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right)\perp\vec{a}$，$\left(\vec{b}-\sqrt{2}\vec{a}\right)\perp\vec{b}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{2}$

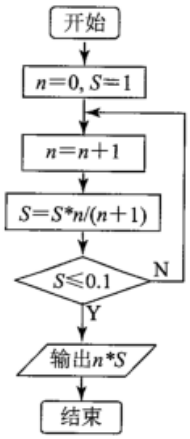
7．若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+4\geq 0,\\ x-2\leq 0,\\ x+y-2\geq 0,\end{cases}$且$z=ax+y$的最大值为$2a+6$，则$a$的取值范围是（　　）

A．$[-1,+\infty)$　　B．$(-\infty,-1]$　　C．$(-1,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)$

8．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一条渐近线经过圆$E:x^2+y^2+2x-4y=0$的圆心，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

9．阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是（　　）



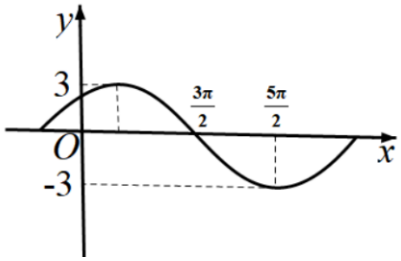
A．1．1　　B．1　　C．2．9　　D．2．8

10．圆心为$\left(2,1\right)$且和x轴相切的圆的方程是（　　）

A．$\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2=1$　　B．$\left(x+2\right)^2+\left(y+1\right)^2=1$

C．$\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2=5$　　D．$\left(x+2\right)^2+\left(y+1\right)^2=5$

11．函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$（其中$A>0$，$\omega>0$，$\left|\varphi\right|<\frac{\pi}{2}$）的图象如图，则此函数表达式为（　　）



A．$f\left(x\right)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$　　B．$f\left(x\right)=3\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4}\right)$

C．$f\left(x\right)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$　　D．$f\left(x\right)=3\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4}\right)$

12．已知F_1,F_2分别为双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的左、右焦点，点$P$是其一条渐近线上一点，且以$F_1F_2$为直径的圆经过点$P$，若$\Delta PF_1F_2$的面积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}b^2$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$\sqrt{5}$　　D．3

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知函数$y=f\left(x\right)$为R上的奇函数，满足$f'\left(x\right)>-2$.则不等式$f\left(x-1\right)<x^2\left(3-2\ln x\right)+3\left(1-2x\right)$的解集为_____.

14．已知数列$\{a_n\}$中，S_n为其前n项和，$a_1=1$，$a_na_{n+1}=2^n$，则$a_6=$_____，$S_{200}=$_____.

15．已知函数$f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx,$若关于$x$的不等式$f\left(x\right)<0$的解集是$\left(-\infty,-1\right)\cup\left(0,2\right)$，则$\frac{b+c}{a}$的值为_____.

16．已知函数$f\left(x\right)=4\sin x+\frac{1}{3}x^3$在$x=0$处的切线与直线$nx-y-6=0$平行，则$n$为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）在数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=1$，且$na_{n+1}=\left(n+1\right)a_n+3n\left(n+1\right)$，$n\in N^*$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\frac{n\left(n+1\right)}{a_na_{n+1}}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，证明：$\frac{1}{4}\le T_n<\frac{1}{3}$.

18．（12分）已知函数$f\left(x\right)=x^2+2x-m\ln\left(x+1\right)$，其中$m\in R$.

（Ⅰ）若$m>0$，求函数$f\left(x\right)$的单调区间；

（Ⅱ）设$g\left(x\right)=f\left(x\right)+\frac{1}{e^x}$.若$g\left(x\right)>\frac{1}{x+1}$在$\left(0,+\infty\right)$上恒成立，求实数$m$的最大值.

19．（12分）已知ΔABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，$a^2-ab-2b^2=0$.

（1）若$C=\frac{\pi}{3}$，证明：$\sqrt{3}\sin B=\sin C$.

（2）若$C=\dfrac{2\pi}{3}$，$c=7$，求ΔABC的面积.

20.（12 分）已知抛物线$C_1:x^2=2py\left(p>0\right)$和圆$C_2:\left(x+1\right)^2+y^2=2$，倾斜角为 45°的直线$l_1$过抛物线$C_1$的焦点，且$l_1$与圆$C_2$相切.

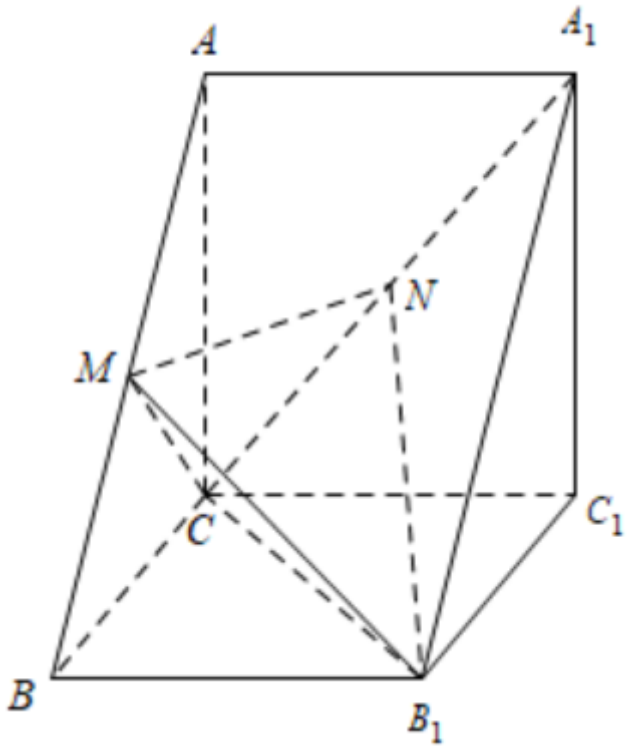
（1）求p的值；

（2）动点M在抛物线C_1的准线上，动点A在C_1上，若C_1在A点处的切线l_2交y轴于点B，设$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$．求证点$N$在定直线上，并求该定直线的方程.

21.（12 分）在①$\sqrt{3}(b\cos C-a)=c\sin B$；②$2a+c=2b\cos C$；③$b\sin A=\sqrt{3}a\sin\dfrac{A+C}{2}$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中的横线上，并解答相应的问题.

在ΔABC中，内角 *A*，*B*，*C* 的对边分别为 *a*，*b*，*c*，且满足_____，$b=2\sqrt{3},\ a+c=4$，求ΔABC的面积.

22.（10 分）如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1\perp$平面ABC，$\angle ACB=90^\circ,AC=CB=2$，$M$，$N$分别为$AB$，$A_1C$的中点.



（1）求证：$MN//$平面BB_1C_1C；

（2）若平面$CMN\perp$平面B_1MN，求直线AB与平面B_1MN所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

利用切割线定理求得$|PA|,|AB|$，利用勾股定理求得圆心到弦 AB 的距离，从而求得 $\angle APO=30°$，结合

$\angle POx=45°$，求得直线 l 的倾斜角为$15°$，进而求得 l 的斜率.

【详解】

曲线 $y=\sqrt{13-x^2}$ 为圆 $x^2+y^2=13$ 的上半部分，圆心为$(0,0)$，半径为$\sqrt{13}$.

设 PQ 与曲线 $y=\sqrt{13-x^2}$ 相切于点 Q，

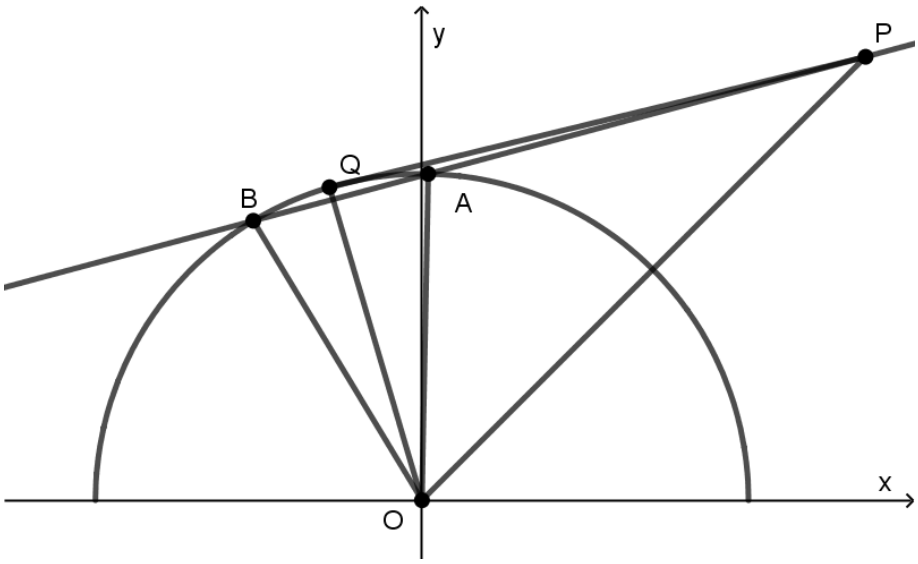
则$|PQ|^2=|PA|\cdot|PB|=|PA|\cdot(|PA|+|AB|)=\frac{7}{5}|PA|^2=|PO|^2-|OQ|^2=35$

所以$|PA|=5,|AB|=2$，

O 到弦 AB 的距离为$\sqrt{13-1}=2\sqrt{3}$，$\sin\angle APO=\frac{2\sqrt{3}}{|OP|}=\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，所以 $\angle APO=30°$，由于 $\angle POx=45°$，

所以直线 l 的倾斜角为$45°-30°=15°$，斜率为$\tan 15°=\tan(45°-30°)=\frac{\tan 45°-\tan 30°}{1+\tan 45°\times\tan 30°}=2-\sqrt{3}$.

故选：A


y
P
Q
B
A
x
O

【点睛】

本小题主要考查直线和圆的位置关系，考查数形结合的数学思想方法，属于中档题.

2、C

【解析】

通过二项式展开式的通项分析得到$C_6^2a^2x^6=150x^6$，即得解.

【详解】

由已知得$T_{r+1}=C_6^r\left(x^2\right)^{6-r}\left(\frac{a}{x}\right)^r=C_6^r(a)^rx^{12-3r}$，

故当$r=2$时，$12-3r=6$，

于是有$T_3=C_6^2a^2x^6=150x^6$，

则$a^2=10$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查二项式展开式的通项和系数问题，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

3、C

【解析】

根据$\left|PQ\right|=2\left|OF_2\right|$可得四边形$PF_1QF_2$为矩形，设$PF_1=n$，$PF_2=m$,根据椭圆的定义以及勾股定理可得

$\frac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)}=\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$,再分析$t=\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$的取值范围,进而求得$2<\frac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)}\le\frac{4\sqrt{3}}{3}$再求离心率的范围即可.

【详解】

设$PF_1=n$，$PF_2=m$,由$x_1>0$，$y_1>0$,知$m<n$，

因为$P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(-x_1,-y_1\right)$在椭圆C上,$\left|PQ\right|=2\left|OP\right|=2\left|OF_2\right|$,

所以四边形PF_1QF_2为矩形,$QF_1=PF_2$；

由$\frac{\left|QF_1\right|}{\left|PF_1\right|}\ge\frac{\sqrt{3}}{3}$,可得$\frac{\sqrt{3}}{3}\le\frac{m}{n}<1$,

由椭圆的定义可得$m+n=2a$，$m^2+n^2=4c^2$①,

平方相减可得$mn=2\left(a^2-c^2\right)$②,

由①②得$\frac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)}=\frac{m^2+n^2}{mn}=\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$；

令$t=\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$,

令$v=\frac{m}{n}\in\left[\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$,

所以$t=v+\frac{1}{v}\in\left(2,\frac{4\sqrt{3}}{3}\right]$,

即$2<\frac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)}\le\frac{4\sqrt{3}}{3}$,

所以$a^2-c^2<c^2\le\frac{2\sqrt{3}}{3}\left(a^2-c^2\right)$,

所以$1-e^2<e^2\le\frac{2\sqrt{3}}{3}\left(1-e^2\right)$,

所以$\frac{1}{2}<e^2\le4-2\sqrt{3}$,

解得$\frac{\sqrt{2}}{2}<e\le\sqrt{3}-1$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义运用以及构造齐次式求椭圆的离心率的问题,属于中档题.

4、D

【解析】

由题意结合函数的图象，求出周期T，根据周期公式求出ω，求出A，根据函数的图象过点$\left(\frac{\pi}{6},1\right)$，求出$\varphi$，即可求得答案

【详解】

由函数图象可知：$\frac{3T}{4}=\frac{11\pi}{12}-\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}$

$T=\pi$，

$\therefore\omega=2$，$A=1$

函数的图象过点$\left(\frac{\pi}{6},1\right)$

$\therefore 1=\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi\right)$，

Q$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，则$\varphi=\frac{\pi}{6}$

故选D

【点睛】

本题主要考查的是$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图像的运用，在解答此类题目时一定要挖掘图像中的条件，计算三角函数的周期、最值，代入已知点坐标求出结果

5、C

【解析】

因为$a_{n+1}-a_n=-\frac{2}{3}$，所以$\{a_n\}$是等差数列，且公差$d=-\frac{2}{3},a_1=15$，则$a_n=15-\frac{2}{3}(n-1)=-\frac{2}{3}n+\frac{47}{3}$，所以由题设$a_k\cdot a_{k+1}<0$可得$(-\frac{2}{3}n+\frac{47}{3})(-\frac{2}{3}n+\frac{45}{3})<0\Rightarrow\frac{45}{2}<n<\frac{47}{2}$，则$n=23$，应选答案C.

6、B

【解析】

由平面向量垂直的数量积关系化简，即可由平面向量数量积定义求得$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角.

【详解】

根据平面向量数量积的垂直关系可得$\left(\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right)\cdot\vec{a}=\vec{a}^2-\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

$\left(\vec{b}-\sqrt{2}\vec{a}\right)\cdot\vec{b}=\vec{b}^2-\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

所以$\vec{a}^2=\vec{b}^2=\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}$，即$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，

由平面向量数量积定义可得$|\vec{a}|^2=\sqrt{2}|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$，

所以$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\sqrt{2}}{2}$，而$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\in[0,\pi]$，

即$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了平面向量数量积的运算，平面向量夹角的求法，属于基础题.

7、A

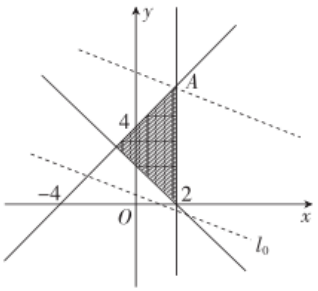
【解析】

画出约束条件的可行域，利用目标函数的最值，判断 a 的范围即可.

【详解】

作出约束条件表示的可行域，如图所示.因为 $z=ax+y$ 的最大值为 $2a+6$，所以 $z=ax+y$ 在点 $A(2,6)$ 处取得最大值，则 $-a\le 1$，即 $a\ge -1$.

故选：A



【点睛】

本题主要考查线性规划的应用，利用 z 的几何意义，通过数形结合是解决本题的关键.

8、B

【解析】

求出圆心，代入渐近线方程，找到 a、b 的关系，即可求解.

【详解】

解：$E(-1,2)$，

$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 一条渐近线 $y=-\dfrac{b}{a}x$

$2=-\dfrac{b}{a}\times(-1)$，$2a=b$

$c^2=a^2+b^2, c^2=a^2+(2a)^2, e=\sqrt{5}$

故选：B

【点睛】

利用 a、b 的关系求双曲线的离心率，是基础题.

9、C

【解析】

根据程序框图的模拟过程，写出每执行一次的运行结果，属于基础题.

【详解】

初始值$n=0$，$S=1$

第一次循环：$n=1$，$S=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$；

第二次循环：$n=2$，$S=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$；

第三次循环：$n=3$，$S=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$；

第四次循环：$n=4$，$S=\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$；

第五次循环：$n=5$，$S=\frac{1}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$；

第六次循环：$n=6$，$S=\frac{1}{6}\times\frac{6}{7}=\frac{1}{7}$；

第七次循环：$n=7$，$S=\frac{1}{7}\times\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$；

第九次循环：$n=8$，$S=\frac{1}{8}\times\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$；

第十次循环：$\boldsymbol{n=9}$，$S=\frac{1}{9}\times\frac{9}{10}=\frac{1}{10}\le 0.1$；

所以输出$S=9\times\frac{1}{10}=0.9$.

故选：C

【点睛】

本题考查了循环结构的程序框图的读取以及运行结果，属于基础题.

10、A

【解析】

求出所求圆的半径，可得出所求圆的标准方程.

【详解】

圆心为$(2,1)$且和x轴相切的圆的半径为1，因此，所求圆的方程为$(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

故选：A.

【点睛】

本题考查圆的方程的求解，一般求出圆的圆心和半径，考查计算能力，属于基础题.

11、B

【解析】

由图象的顶点坐标求出A，由周期求出ω，通过图象经过点$\left(\frac{3\pi}{2},0\right)$，求出$\varphi$，从而得出函数解析式.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/588064054043006061