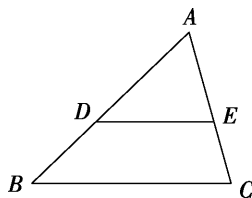


专题 35 中考命题核心元素相似三角形的基本模型的应用（原卷版）

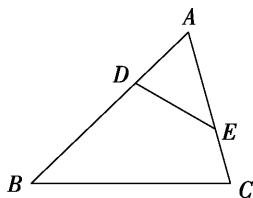
模块一 典例剖析+针对训练

模型一 A 字型

基本图形：



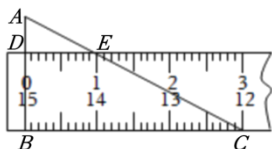
$DE \parallel BC$



DE 与 BC 不平行

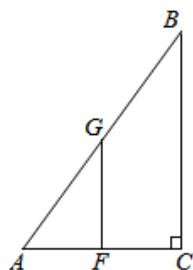
典例 1（2023 春•阜城县月考）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，直尺的一边与 BC 重合，另一边分别交 AB ， AC 于点 D ， E 。点 B ， C ， D ， E 处的读数分别为 15，12，0，1。

（1） $\triangle ADE$ 的周长为 _____；（2）直尺宽 BD 的长为 _____。



针对训练

- 1.（2023•博山区一模）如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC=3$ ， $BC=5$ ， $\angle C=90^\circ$ ，点 G 是 AB 上的一个动点，过点 G 作 GF 垂直于 AC 于点 F ，点 P 是 BC 上的点，若 $\triangle GFP$ 是以 GF 为斜边的等腰直角三角形，则此时 PC 长为（ ）

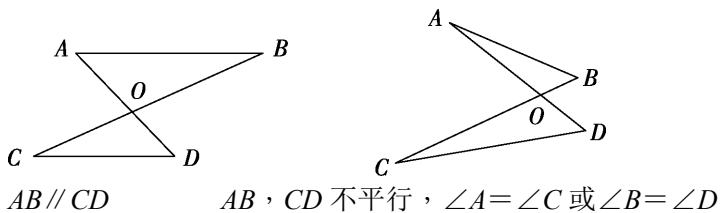


- A. $\frac{15}{11}$ B. 2 C. $\frac{9}{10}$ D. $\frac{3}{4}$

- 2.（2023 秋•汝城县期末）如图， $AB=16\text{cm}$ ， $AC=12\text{cm}$ ，动点 P ， Q 分别以每秒 2cm 和 1cm 的速度同时开始运动，其中点 P 从点 A 出发，沿 AC 边一直移到点 C 为止，点 Q 从点 B 出发沿 BA 边一直移到点 A 为止（点 P 到达点 C 后，点 Q 继续运动），当 $t=_____$ 时， $\triangle APQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似。

模型二 8 字型

基本图形：



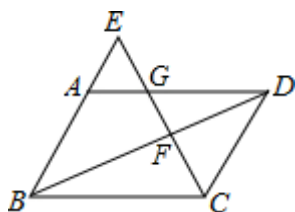
典例 2 (2023·北京) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 若 $AB=3$, $AC=5$, $\frac{AF}{FC} = \frac{1}{4}$, 则 AE 的长为 _____.

针对训练

1. (2023 秋·郸城县期中) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是 BA 延长线上一点, CE 分别与 AD , BD 交于点 G , F . 则下列结论:

① $\frac{EG}{GC} = \frac{AG}{GD}$; ② $\frac{EF}{FC} = \frac{BF}{FD}$; ③ $\frac{FC}{GF} = \frac{BF}{FD}$; ④ $CF^2 = GF \cdot EF$.

其中正确的是 ()



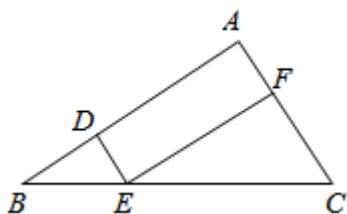
- A. ①②③④ B. ①②③ C. ①③④ D. ①②

2. (2023 秋·吉水县期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D , E , F 分别在 AB , BC , AC 边上, $DE \parallel AC$, $EF \parallel AB$.

(1) 求证: $\triangle BDE \sim \triangle EFC$;

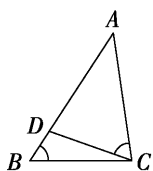
(2) 设 $\frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$.

- ①若 $BC=20$, 求线段 BE 的长;
②若 $\triangle EFC$ 的面积是 36, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

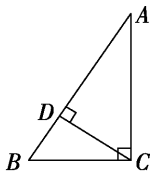


模型三 母子型

基本图形:

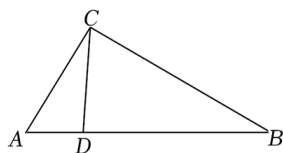


共线共角型



双垂直型

典例 3 (2023·红花岗区校级一模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上的点, $\angle B = \angle ACD$, $AC:AB=1:2$, 则 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比是 ()



A. $1:\sqrt{2}$

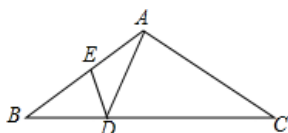
B. $1:2$

C. $1:3$

D. $1:4$

针对训练

1. (2023·苏州模拟) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 分别在边 BC 、边 AB 上, 且 $\angle ADE = \angle B$, 求证: $\triangle ADC \sim \triangle DEB$.



2. (2023·德城区模拟) 【基础巩固】

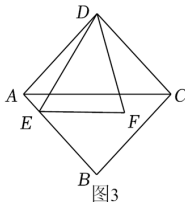
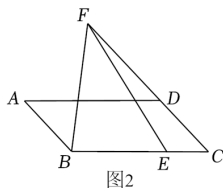
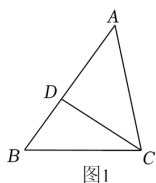
(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 上一点, $\angle ACD = \angle B$, 求证: $AC^2 = AD \cdot AB$.

【尝试应用】

(2) 如图 2, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 BC 上一点, F 为 CD 延长线上一点, $\angle BFE = \angle A$. 若 $BF=5$, $BE=3$, 求 AD 的长.

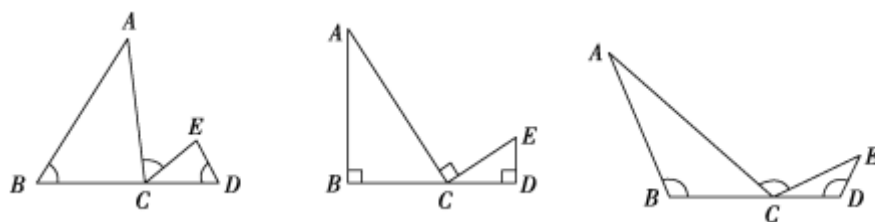
【拓展提高】

(3) 如图 3, 在菱形 $ABCD$ 中, E 是 AB 上一点, F 是 $\triangle ABC$ 内一点, $EF \parallel AC$, $AC=2EF$, $\angle BAD=2\angle EDF$, $AE=1$, $DF=4$, 求菱形 $ABCD$ 的边长 (直接写出答案).

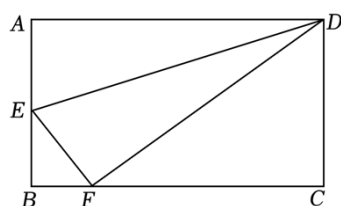


模型四 一线三等角型

基本图形：

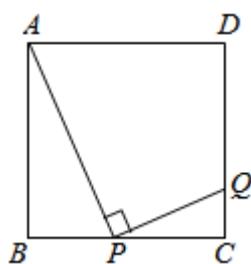


典例 4 (2023 秋·武侯区校级期末) 如图, 点 E 在矩形 $ABCD$ 的 AB 边上, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折, 点 A 恰好落在 BC 边上的点 F 处, 若 $CD=3BF$, $BE=4$, 则 AD 的长为 _____.



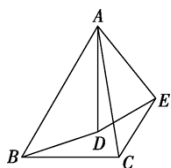
针对训练

- (2023·信阳模拟) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 直线 DE 与 $\odot O$ 相切于点 C , 过点 A, B 分别作 $AD \perp DE$, $BE \perp DE$, 垂足为点 D, E , 连接 AC, BC . 若 $AD=1$, $CE=\sqrt{3}$, 则 OA 的长为 ()
 A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$
- (2023 秋·江都区期末) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 P 是 BC 边上的一个动点 (点 P 不与点 B, C 重合), 连接 AP , 过点 P 作 $PQ \perp AP$ 交 DC 于点 Q .
 (1) 求证: $AB \cdot CQ = PB \cdot PC$;
 (2) 当 CQ 最大时, 求 BP 的长.



模型五 旋转型

基本图形：

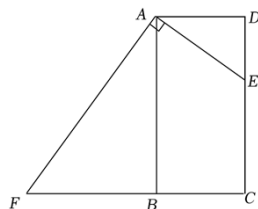


典例 5 (2023·玉林) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $AD=4$, 点 E 是 DC 边上的任一点 (不包括端点 D ,

C), 过点 A 作 $AF \perp AE$ 交 CB 的延长线于点 F , 设 $DE = a$.

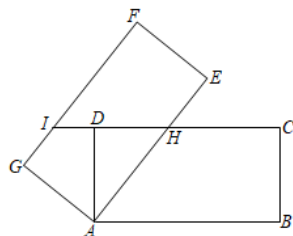
(1) 求 BF 的长 (用含 a 的代数式表示);

(2) 连接 EF 交 AB 于点 G , 连接 GC , 当 $GC \parallel AE$ 时, 求证: 四边形 $AGCE$ 是菱形.



针对训练

1. (2023 秋·丹阳市期末) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 2$, 以点 A 为旋转中心将矩形 $ABCD$ 旋转, 旋转后的矩形记为 $AEFG$, 如图所示. CD 所在直线与 AE 、 GF 交于点 H 、 I , $CH = IH$. 则线段 HI 的长度为 ()



A. $3\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2}$

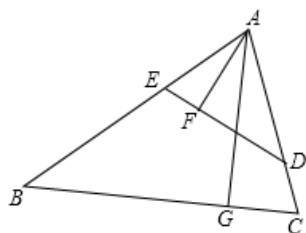
C. 5

D. $\frac{5}{2}$

2. (2023·长丰县一模) 如图, 在锐角三角形 ABC 中, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上, $AG \perp BC$ 于点 G , $AF \perp DE$ 于点 F , $\angle EAF = \angle GAC$.

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

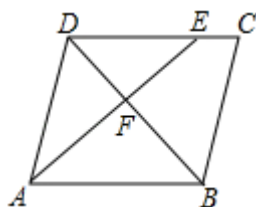
(2) 若 $AD = BE = 4$, $AE = 3$, 求 CD 的值.



模块二 2023 中考押题预测

一. 选择题

1. (2023 秋·瑶海区期末) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB:BC=4:3$, AE 平分 $\angle DAB$ 交 CD 于点 E , 则 $\triangle DEF$ 的面积与 $\triangle BAF$ 的面积之比为 ()

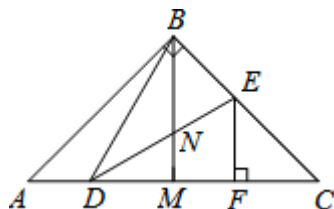


- A. 3: 4 B. 9: 16 C. 4: 3 D. 16: 9

2. (2016·东胜区校级三模) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形, $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, $AB=2AD$, $\angle BAD=45^\circ$, AC 与 DE 相交于点 F , 则点 D 到线段 AB 的距离等于 (结果保留根号) ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$

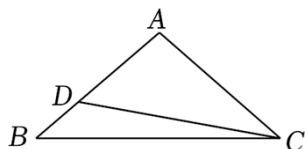
3. (2023·仙桃校级模拟) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$, BM 是 AC 边中线, 点 D, E 分别在边 AC 和 BC 上, $DB=DE$, $EF \perp AC$ 于点 F , 以下结论: ① $\triangle BMD \cong \triangle DFE$; ② $\triangle NBE \sim \triangle DBC$; ③ $AC=2DF$; ④ $EF \cdot AB = CF \cdot BC$, 其中正确结论的个数是 ()



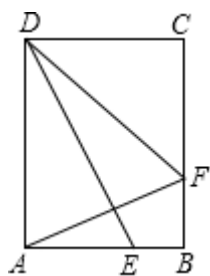
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二. 填空题

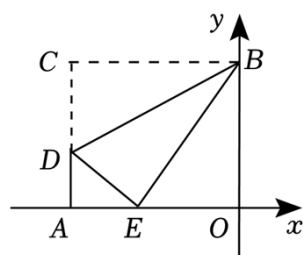
4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上一点, 连接 CD , 要使 $\triangle ADC \sim \triangle ABC$, 应添加的条件可以是 _____.



5. (2023 秋·惠山区校级月考) 在矩形 $ABCD$ 中, $BC=10\text{cm}$ 、 $DC=6\text{cm}$, 点 E, F 分别为边 AB, BC 上的两个动点, E 从点 A 出发以每秒 5cm 的速度向 B 运动, F 从点 B 出发以每秒 3cm 的速度向 C 运动, 设运动时间为 t 秒. 若 $\angle AFD = \angle AED$, 则 t 的值 _____.



6. (2023·西宁二模) 如图, 矩形 $AOBC$ 的顶点 A, B 在坐标轴上, 点 C 的坐标是 $(-10, 8)$, 点 D 在 AC 上, 将 $\triangle BCD$ 沿 BD 翻折, 点 C 恰好落在 OA 边上点 E 处, 则 D 点坐标是 _____.



三. 解答题

7. (2023 秋·安徽月考) 如图, 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 都是正方形, C, E, F 三点在一条直线上, 连接 FA 并延长交边 CB 的延长线于点 H .

(1) 求证: $\triangle HCA \sim \triangle HFC$;

(2) 求 $\frac{CF}{BE}$ 的值;

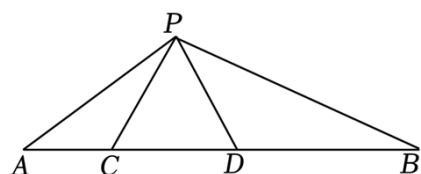
(3) 若 $HC=6, HB=2$, 求正方形 $AEFG$ 的边长.

8. (2023 秋·徐州期末) 如图, 在 $\triangle PAB$ 中, C, D 为 AB 边上的两个动点, $PC=PD$.

(1) 若 $PC=CD$, $\angle APB=120^\circ$, 则 $\triangle APC$ 与 $\triangle PBD$ 相似吗? 为什么?

(2) 若 $PC \perp AB$ (即 C, D 重合), 则 $\angle APB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 时, $\triangle APC \sim \triangle PBD$;

(3) 当 $\angle CPD$ 和 $\angle APB$ 满足怎样的数量关系时, $\triangle APC \sim \triangle PBD$? 请说明理由.

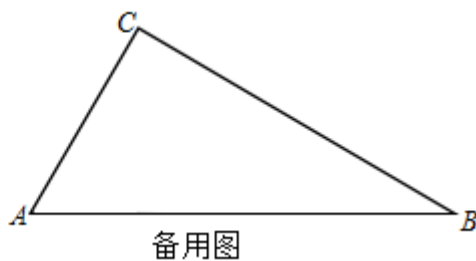
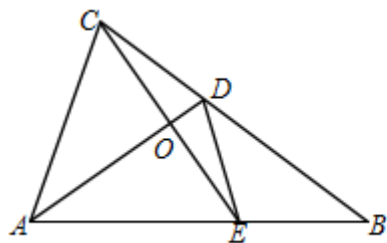


9. (2023·黄浦区二模) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 过点 C 作 AD 的垂线交边 AB 于点 E , 垂足为点 O , 连接 DE .

(1) 求证: $DE=DC$;

(2) 当 $\angle ACB = 90^\circ$ ，且 $\triangle BDE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 $1:3$ 时，求 $CE:AD$ 的值；

(3) 是否存在 $\triangle ABC$ 能使 CE 为 $\triangle ABC$ 边 AB 上的中线，且 $CE = AD$ ？如果能，请用 $\angle CAB$ 的某个三角比的值来表示它此时的大小；如果不能，请说明理由。

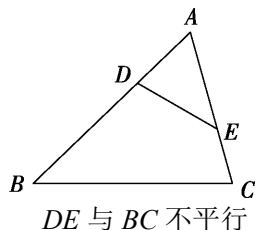
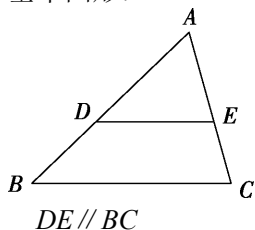


专题 35 中考命题核心元素相似三角形的基本模型的应用（解析版）

模块一 典例剖析+针对训练

模型一 A 字型

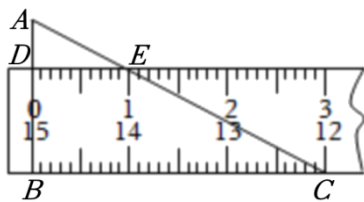
基本图形：



典例 11.（2023 春·阜城县月考）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，直尺的一边与 BC 重合，另一边分别交 AB ， AC 于点 D ， E 。点 B ， C ， D ， E 处的读数分别为 15，12，0，1。

（1） $\triangle ADE$ 的周长为 $\sqrt{3} + 1$ ；

（2）直尺宽 BD 的长为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。



思路引领：（1）根据相似边对应成比例直接求解即可；

（2）将上题数据直接计算即可。

解：（1）由图可知， $DE = 1$ ，

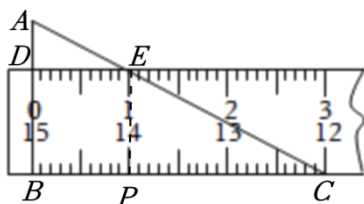
$\because \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $AD = \frac{DE}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $AE = 2AD = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore C_{\triangle ABC} = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + \sqrt{3}$ ；

故答案为： $\sqrt{3} + 1$ ；

（2）过 E 作 $EP \perp BC$ 于 P ，



由图可知， $PC = 2$ ， $BC = 3$ ，

$$\because AB \parallel EP,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EPC,$$

$$\therefore \frac{PC}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\because \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AB = \frac{BC}{\sqrt{3}} = \sqrt{3},$$

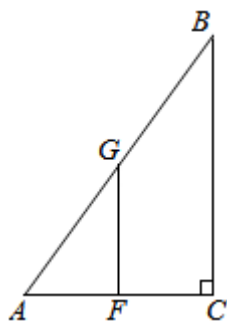
$$\therefore BD = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

总结提升：此题考查相似三角形，解题关键是可通过相似比求对应边.

针对训练

1. (2023·博山区一模) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=3$, $BC=5$, $\angle C=90^\circ$, 点 G 是 AB 上的一个动点, 过点 G 作 GF 垂直于 AC 于点 F , 点 P 是 BC 上的点, 若 $\triangle GFP$ 是以 GF 为斜边的等腰直角三角形, 则此时 PC 长为 ()



A. $\frac{15}{11}$

B. 2

C. $\frac{9}{10}$

D. $\frac{3}{4}$

思路引领：依题意补全图形，判定 $\triangle FPC$ 是等腰直角三角形及 $\triangle AFG \sim \triangle ABC$ ，从而得比例式，设 $CP=CF=x$ ，将相关线段的值或含 x 的代数式代入比例式，求解即可.

解：依题意补全图形，如图：

由题可知, $GF \perp AC$, $\triangle GFP$ 是以 GF 为斜边的等腰直角三角形,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC \perp AC$,

$$\therefore GF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle GFP = \angle FPC = 45^\circ,$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PFC = \angle FPC = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle FPC$ 是等腰直角三角形,

$$\text{设 } CP=CF=x, \text{ 则 } FP=\sqrt{2}x, GF=\sqrt{2}FP=2x,$$

$$\because AC=3,$$

$$\therefore AF = 3 - x,$$

$$\because GF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{FG}{BC} = \frac{AF}{AC}, \text{ 即 } \frac{2x}{5} = \frac{3-x}{3},$$

$$\text{解得 } x = \frac{15}{11}.$$

故选: A.

总结提升: 本题考查了相似三角形的判定与性质及等腰直角三角形的判定与性质, 数形结合、熟练掌握相关性质及定理是解题的关键.

3. (2023 秋·汝城县期末) 如图, $AB=16\text{cm}$, $AC=12\text{cm}$, 动点 P , Q 分别以每秒 2cm 和 1cm 的速度同时开始运动, 其中点 P 从点 A 出发, 沿 AC 边一直移到点 C 为止, 点 Q 从点 B 出发沿 BA 边一直移到点 A 为止 (点 P 到达点 C 后, 点 Q 继续运动), 当 $t = \frac{48}{11}$ 或 7 时, $\triangle APQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

思路引领: 分 $0 \leq t \leq 6$, $6 \leq t \leq 16$ 两种情况, 根据相似三角形的性质求出所用的时间.

解: 当 $0 \leq t \leq 6$ 时,

①若 $QP \parallel BC$, 则有 $\triangle AQP \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AQ}{AB} = \frac{AP}{AC},$$

$$\because AB=16\text{cm}, AC=12\text{cm}, AP=2t\text{cm}, AQ=(16-t)\text{cm},$$

$$\therefore \frac{16-t}{16} = \frac{2t}{12},$$

$$\text{解得 } t = \frac{48}{11};$$

②当 $\angle A = \angle A$, 若 $\angle AQP = \angle C$, 则有 $\triangle AQP \sim \triangle ACB$,

$$\text{所以 } \frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{16-t}{12} = \frac{2t}{16},$$

解得 $t=6.4$ (不符合题意, 舍去);

当 $6 \leq t \leq 16$ 时, 点 P 与 C 重合,

$\because \angle A = \angle A$, 只有当 $\angle AQC = \angle ACB$ 时, 有 $\triangle AQC \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore \frac{16-t}{12} = \frac{12}{16},$$

解得 $t=7$.

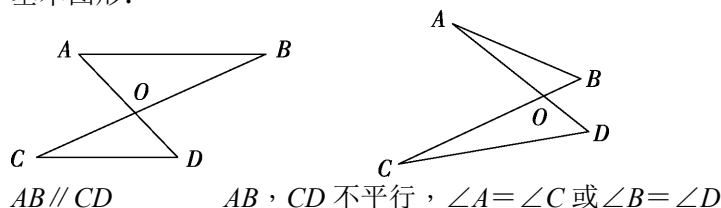
综上所述 在 $0 \leq t \leq 6$ 中, 当 $t = \frac{48}{11}$ 时, $\triangle AQP \sim \triangle ABC$, 在 $6 \leq t \leq 16$ 中, 当 $t = 7$ 时, $\triangle AQC \sim \triangle ACB$.

故答案为: $\frac{48}{11}$ 或 7.

总结提升: 本题主要考查了路程问题, 相似三角形的判定和性质以及一次函数的综合应用, 注意要根据 P 点、 Q 点的不同位置进行分类求解.

模型二 8 字型

基本图形:



典例 2 (2023·北京) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 若 $AB=3$, $AC=5$, $\frac{AF}{FC} = \frac{1}{4}$, 则 AE 的长为 1.

思路引领: 由矩形的性质得出 $\angle ABC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, 利用勾股定理求出 $BC=4$, 利用相似三角形的性质, 即可求出 AE 的长.

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$\because AB=3$, $AC=5$,

$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EAF = \angle BCF$, $\angle AEF = \angle CBF$,

$\therefore \triangle EAF \sim \triangle BCF$,

$\therefore \frac{AF}{FC} = \frac{1}{4}$,

$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{4}$,

$\therefore \frac{AE}{4} = \frac{1}{4}$,

$\therefore AE=1$,

故答案为: 1.

总结提升: 本题考查了矩形的性质, 相似三角形的判定与性质, 掌握矩形的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定与性质是解决问题的关键.

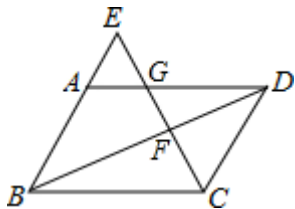
针对训练

1. (2023 秋·郸城县期中) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是 BA 延长线上一点, CE 分别与 AD , BD

交于点 G, F . 则下列结论:

① $\frac{EG}{GC} = \frac{AG}{GD}$; ② $\frac{EF}{FC} = \frac{BF}{FD}$; ③ $\frac{FC}{GF} = \frac{BF}{FD}$; ④ $CF^2 = GF \cdot EF$.

其中正确的是 ()



- A. ①②③④ B. ①②③ C. ①③④ D. ①②

思路引领: 根据平行四边形的性质和平行线分线段成比例定理即可解决问题.

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BE \parallel CD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{EG}{GC} = \frac{AG}{GD}, \text{ 故①正确,}$$

$$\therefore \frac{EF}{FC} = \frac{BF}{FD}, \text{ 故②正确,}$$

$$\frac{FC}{GF} = \frac{BF}{FD}, \text{ 故③正确,}$$

$$\therefore \frac{CF}{EF} = \frac{DF}{BF} = \frac{GF}{CF},$$

$$\therefore CF^2 = EF \cdot GF, \text{ 故④正确,}$$

故选: A.

总结提升: 本题考查平行四边形的性质, 平行线分线段成比例定理等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

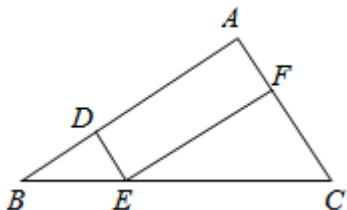
2. (2023 秋·吉水县期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在 AB, BC, AC 边上, $DE \parallel AC, EF \parallel AB$.

(1) 求证: $\triangle BDE \sim \triangle EFC$;

(2) 设 $\frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$.

①若 $BC=20$, 求线段 BE 的长;

②若 $\triangle EFC$ 的面积是 36, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



思路引领: (1) 由平行线性质可得到 $\angle BED = \angle C$, $\angle B = \angle FEC$, 则 $\triangle BDE \sim \triangle EFC$;

(2) ①由 $EF \parallel AB$, 根据平行线分线段对应成比例可得 $\frac{BE}{EC} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$, 故可求得 $BE = \frac{20}{3}$;

②证明 $\triangle EFC \sim \triangle BAC$, 可得 $\frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle ABC}} = (\frac{CF}{AC})^2 = \frac{4}{9}$, 从而可得 $S_{\triangle ABC} = 36 \div \frac{4}{9} = 81$.

(1) 证明: $\because DE \parallel AC$,

$$\therefore \angle BED = \angle C,$$

又 $\because EF \parallel AB$,

$$\therefore \angle B = \angle FEC,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle EFC;$$

(2) 解: ① $\because EF \parallel AB$,

$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2},$$

$$\because BC = 20,$$

$$\therefore \frac{BE}{20 - BE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BE = \frac{20}{3}.$$

$$\textcircled{2} \because \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CF}{AC} = \frac{2}{3},$$

$$\because EF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle B,$$

$$\because \angle C = \angle C.$$

$$\therefore \triangle EFC \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle ABC}} = (\frac{CF}{AC})^2 = \frac{4}{9},$$

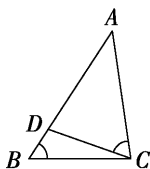
$$\because S_{\triangle EFC} = 36,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 36 \div \frac{4}{9} = 81.$$

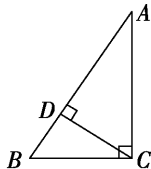
总结提升: 本题考查了相似三角形的判定与性质, 平行线分线段对应成比例, 平行线的性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

模型三 母子型

基本图形:

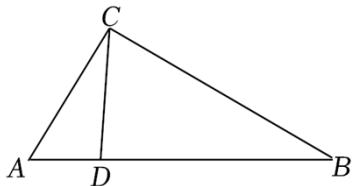


共线共角型



双垂直型

典例 3 (2023•红花岗区校级一模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上的点, $\angle B = \angle ACD$, $AC:AB=1:2$, 则 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比是 ()



A. $1:\sqrt{2}$

B. $1:2$

C. $1:3$

D. $1:4$

思路引领: 根据相似三角形的周长之比等于相似比可以解答本题.

解: $\because \angle B = \angle ACD, \angle CAD = \angle BAC,$

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$

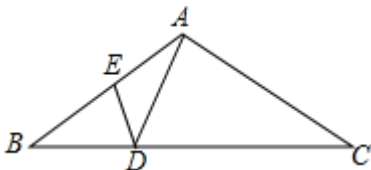
$$\therefore \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{1}{4},$$

故选: D.

总结提升: 本题考查相似三角形的性质, 解答本题的关键是明确相似三角形的面积之比等于相似比的平方.

针对训练

1. (2023•苏州模拟) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 分别在边 BC 、边 AB 上, 且 $\angle ADE = \angle B$, 求证: $\triangle ADC \sim \triangle DEB$.



思路引领: 根据题意求出 $\angle B = \angle C$, $\angle BED = \angle ADC$, 进而利用相似三角形的判定证明即可.

证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,

$\therefore \angle B = \angle C,$

$\because \angle EDC = \angle ADE + \angle ADC = \angle B + \angle BED, \angle ADE = \angle B,$

$\therefore \angle DEB = \angle ADC,$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle DEB$ 中, $\angle ADC = \angle DEB, \angle C = \angle B,$

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle DEB.$

总结提升: 本题考查了相似三角形的判定, 等腰三角形的性质, 根据题意求出 $\angle B = \angle C$

C , $\angle BED = \angle ADC$ 是解题的关键.

2. (2023·德城区模拟)【基础巩固】

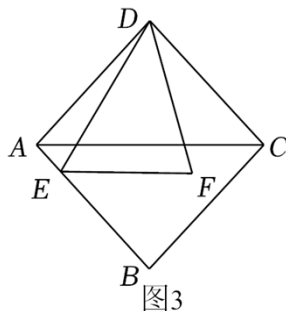
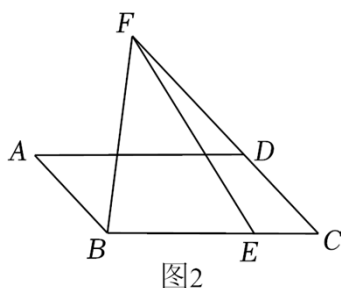
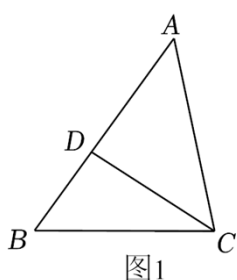
(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 上一点, $\angle ACD = \angle B$, 求证: $AC^2 = AD \cdot AB$.

【尝试应用】

(2) 如图 2, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 BC 上一点, F 为 CD 延长线上一点, $\angle BFE = \angle A$. 若 $BF = 5$, $BE = 3$, 求 AD 的长.

【拓展提高】

(3) 如图 3, 在菱形 $ABCD$ 中, E 是 AB 上一点, F 是 $\triangle ABC$ 内一点, $EF \parallel AC$, $AC = 2EF$, $\angle BAD = 2\angle EDF$, $AE = 1$, $DF = 4$, 求菱形 $ABCD$ 的边长 (直接写出答案).



思路引领: (1) 根据两个角相等, 证明 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$, 得 $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 即可得出结论;

(2) 利用平行四边形的性质得 $\angle BFE = \angle C$, 同理可得 $BF^2 = BE \cdot BC$, 求出 BC 的长即可;

(3) 延长 EF 、 DC 交于 G , 同理证明 $\triangle EDF \sim \triangle EGD$, 得 $DE = \sqrt{2}EF$, 则 $DG = \sqrt{2}DF = 4\sqrt{2}$, 再利用平行四边形的性质得出答案.

(1) 证明: $\because \angle ACD = \angle B$, $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB;$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, \angle A = \angle C,$$

$$\text{又} \because \angle BFE = \angle A,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle C,$$

$$\text{又} \because \angle FBE = \angle CBE.$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BF},$$

$$\therefore BF^2 = BE \cdot BC,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/588067056031006075>