

第 04 讲 实际问题与二次函数 (3 大考点)



考点考向

一. 根据实际问题列二次函数关系式

根据实际问题确定二次函数关系式关键是读懂题意, 建立二次函数的数学模型来解决问题. 需要注意的是实例中的函数图象要根据自变量的取值范围来确定.

①描点猜想问题需要动手操作, 这类问题需要真正的去描点, 观察图象后再判断是二次函数还是其他函数, 再利用待定系数法求解相关的问题.

②函数与几何知识的综合问题, 有些是以函数知识为背景考查几何相关知识, 关键是掌握数与形的转化; 有些题目是以几何知识为背景, 从几何图形中建立函数关系, 关键是运用几何知识建立量与量的等式.

二. 二次函数的应用

(1) 利用二次函数解决利润问题

在商品经营活动中, 经常会遇到求最大利润, 最大销量等问题. 解此类题的关键是通过题意, 确定出二次函数的解析式, 然后确定其最大值, 实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义, 因此在求二次函数的最值时, 一定要注意自变量 x 的取值范围.

(2) 几何图形中的最值问题

几何图形中的二次函数问题常见的有: 几何图形中面积的最值, 用料的最佳方案以及动态几何中的最值的讨论.

(3) 构建二次函数模型解决实际问题

利用二次函数解决抛物线形的隧道、大桥和拱门等实际问题时, 要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上, 从而确定抛物线的解析式, 通过解析式可解决一些测量问题或其他问题.

三. 二次函数的最值

(1) 当 $a > 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而减少; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而增大, 因为图象有最低点, 所以函数有最小值, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$.

(2) 当 $a < 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而减少, 因为图象有最高点, 所以函数有最大值, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$.

(3) 确定一个二次函数的最值, 首先看自变量的取值范围, 当自变量取全体实数时, 其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标; 当自变量取某个范围时, 要分别求出顶点和函数端点处的函数值, 比较这些函数值, 从而获得最值.

一. 根据实际问题列二次函数关系式 (共 5 小题)

1. (2021 秋·中山区期末) 一台机器原价 100 万元, 若每年的折旧率是 x , 两年后这台机器约为 y 万元, 则 y 与 x 的函数关系式为 ()

A. $y=100(1-x)$

B. $y=100-x^2$

C. $y=100(1+x)^2$

D. $y=100(1-x)^2$

【分析】根据两年后机器价值 = 机器原价值 $\times (1 - \text{折旧百分比})^2$ 可得函数解析式.

【解答】解: 根据题意知 $y=100(1-x)^2$,

故选: D.

【点评】本题主要考查根据实际问题列二次函数关系式, 根据实际问题确定二次函数关系式关键是读懂题意, 建立二次函数的数学模型来解决问题. 需要注意的是实例中的函数图象要根据自变量的取值范围来确定.

2. (2021 秋·天津期末) 据省统计局公布的数据, 合肥市 2021 年第一季度 GDP 总值约为 2.4 千亿元人民币, 若我市第三季度 GDP 总值为 y 千亿元人民币, 平均每个季度 GDP 增长的百分率为 x , 则 y 关于 x 的函数表达式是 ()

A. $y=2.4(1+2x)$

B. $y=2.4(1-x)^2$

C. $y=2.4(1+x)^2$

D. $y=2.4+2.4(1+x)+2.4(1+x)$

【分析】根据平均每个季度 GDP 增长的百分率为 x , 第二季度 GDP 总值约为 $2.4(1+x)$ 元, 第三季度 GDP 总值为 $2.4(1+x)^2$ 元, 则函数解析式即可求得.

【解答】解: 根据题意得,

y 关于 x 的函数表达式是: $y=2.4(1+x)^2$.

故选: C.

【点评】此题主要考查了根据实际问题列二次函数关系式, 正确理解增长率问题是解题关键.

3. (2021 秋·江油市期末) n 个球队参加篮球比赛, 每两队之间进行一场比赛, 比赛的场次数 m 与球队数 n ($n \geq 2$) 之间的函数关系是 $m = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$.

【分析】 n 个球队都要与除自己之外的 $(n-1)$ 球队个打一场, 因此要打 $n(n-1)$

1) 场, 然而有重复一半的场次, 故比赛场次为 $\frac{1}{2}n(n-1)$, 得出关系式.

【解答】解: $m = \frac{1}{2}n(n-1) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$,

故答案为: $m = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$.

【点评】考查函数关系式的求法, 在具体的情景中, 蕴含数量之间的关系, 理解和发现数量之间的关系是正确解答的关键.

4. (2020 秋·文昌期末) 某工厂的前年生产总值为 10 万元, 去年比前年的年增长率为 x , 预计今年比去年的年增长率仍为 x , 今年的总产值为 y 万元.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 当 $x=20\%$ 时, 今年的总产值为多少万元?

【分析】(1) 利用今年的总产值 = 前年生产总值 $\times$ (1 + 去年比前年的年增长率) $\times$ (1 + 今年比去年的年增长率), 即可找出 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 代入 $x=20\%$, 求出 y 值即可得出结论.

【解答】解: (1) 依题意得: $y = 10(1+x)(1+x)$,

即 $y = 10(1+x)^2$.

(2) 当 $x=20\%$ 时, $y = 10 \times (1+20\%)^2 = 14.4$.

答: 当 $x=20\%$ 时, 今年的总产值为 14.4 万元.

【点评】本题考查了根据实际问题列二次函数关系式以及代数式求值, 解题的关键是: (1) 根据各数量之间的关系, 找出 y 关于 x 的函数关系式; (2) 代入 $x=20\%$, 求出 y 值.

5. (2021 秋·怀安县期末) 某商场以每件 30 元的价格购进一种商品, 试销中发现这种商品每天的销售量 m (件) 与每件的销售价 x (元) 满足一次函数关系 $m = 162 - 3x$.

(1) 请写出商场卖这种商品每天的销售利润 y (元) 与每件销售价 x (元) 之间的函数关系式.

(2) 商场每天销售这种商品的销售利润能否达到 500 元? 如果能, 求出此时的销售价格; 如果不能, 说明理由.

【分析】(1) 此题可以按等量关系 “每天的销售利润 = (销售价 - 进价) $\times$ 每天的销售量” 列出函数关系式, 并由售价大于进价, 且销售量大于零求得自变量的取值范围.

(2) 根据 (1) 所得的函数关系式, 利用配方法求二次函数的最值即可得出答案.

【解答】解: (1) 由题意得, 每件商品的销售利润为 $(x - 30)$ 元, 那么 m 件的销售利润为 $y = m(x - 30)$,

又 $\because m = 162 - 3x$,

$\therefore y = (x - 30)(162 - 3x)$,

$$\text{即 } y = -3x^2 + 252x - 4860,$$

$$\because x - 30 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 30.$$

$$\text{又 } \because m \geq 0,$$

$$\therefore 162 - 3x \geq 0, \text{ 即 } x \leq 54.$$

$$\therefore 30 \leq x \leq 54.$$

$$\therefore \text{所求关系式为 } y = -3x^2 + 252x - 4860 \quad (30 \leq x \leq 54).$$

$$(2) \text{ 由 } (1) \text{ 得 } y = -3x^2 + 252x - 4860 = -3(x - 42)^2 + 432,$$

所以可得售价定为 42 元时获得的利润最大，最大销售利润是 432 元.

$$\because 500 > 432,$$

$\therefore$ 商场每天销售这种商品的销售利润不能达到 500 元.

【点评】 本题考查了二次函数在实际生活中的应用，解答本题的关键是根据等量关系：“每天的销售利润 = (销售价 - 进价) $\times$ 每天的销售量”列出函数关系式，另外要熟练掌握二次函数求最值的方法.

二. 二次函数的应用 (共 9 小题)

6. (2022·长春二模) 图 1 是一个坡度为 1:2 的斜坡的横截面，斜坡顶端 B 与地面的距离 BC 为 2.5 米，为了对这个斜坡上的绿地进行喷灌，在斜坡底端安装了一个喷头 A ，喷头 A 喷出的水珠在空中走过的曲线可以看作抛物线的一部分，设喷出水珠的竖直高度为 y (单位：米) (水珠的竖直高度是指水珠与地面的距离)，水珠与喷头 A 的水平距离为 x (单位：米)，图 2 记录了 y 与 x 的相关数据，则 y 与 x 的函数关系式为

$$y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 4.$$



图 1

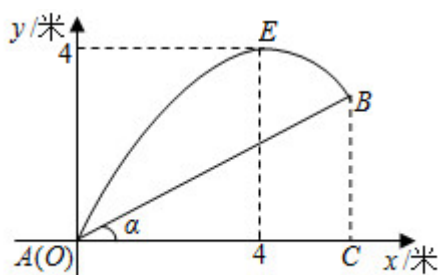


图 2

【分析】 根据函数图象的对称轴为 $x=4$ ，最大值为 4，设函数的解析式为 $y=a(x-4)^2+4$ ，将点 $(0,0)$ 代入，求出 a ，即可得到函数关系式.

【解答】 解：由图 2 可知，函数图象的对称轴为 $x=4$ ，最大值为 4，设函数的解析式为 $y=a(x-4)^2+4$ ，将点 $(0,0)$ 代入得， $16a+4=0$ ，

$$\text{解得：} a = -\frac{1}{4},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/588106023047006137>