

2024 年高考天津卷文科数学试题及答案

本试卷分第 I 卷(选择题)和第二卷(非选择题)两局部,共 150 分,考试用时 120 分钟。
第 I 卷 1 至 3 页。第二卷 4 至 11 页。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第 I 卷

本卷须知:

1. 答 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并在规定位置粘贴考试用条形码。

2. 每题选出答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,答在试卷上的无效。

3. 本卷共 10 小题,每题 5 分,共 50 分。

参考公式:

如果事件 A 、 B 互斥,那么

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

g 棱柱的体积公式 $V = Sh$.

其中 S 表示棱柱的底面积.

h 表示棱柱的高

一、选择题:在每题给出的四个选项中,只有一项为哪一项符合题目要求的。

(1) i 是虚数单位,复数 $\frac{3+i}{1-i} =$

- (A) $1+2i$ (B) $2+4i$ (C) $-1-2i$ (D) $2-i$

(2) 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ x-y \geq -1, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 那么目标函数 $z=4x+2y$ 的最大值为

- (A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 2

(3) 阅读右边的程序框图,运行相应的程序,那么输出 s 的值为

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3

(4) 函数 $f(x) = e^x + x - 2$ 的零点所在的一个区间是

- (A) $(-2, -1)$ (B) $(-1, 0)$ (C) $(0, 1)$ (D) $(1, 2)$

(5) 以下命题中,真命题是

(A) $\exists m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 是偶函数

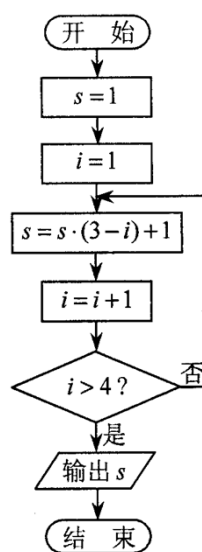
(B) $\exists m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 是奇函数

(C) $\forall m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 都是偶函数

(D) $\forall m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 都是奇函数

(6) 设 $a = \log_5 4$, $b = (\log_5 3)^2$, $c = \log_4 5$, 则

- (A) $a < c < b$ (B) $b < c < a$ (C) $a < b < c$ (D) $b < a < c$



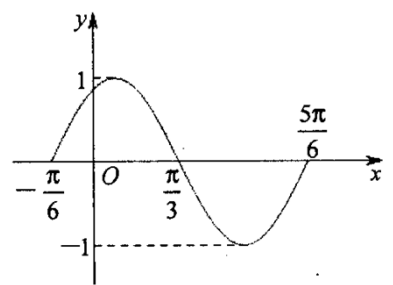
(7) 设集合 $A = \{x | |x-a| < 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 那么实数 a 的取值范围是

- (A) $\{a | 0 \leq a \leq 6\}$ (B) $\{a | a \leq 2, \text{或} a \geq 4\}$
 (C) $\{a | a \leq 0, \text{或} a \geq 6\}$ (D) $\{a | 2 \leq a \leq 4\}$

(8) 右图是函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}$) 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上的图象, 为了得到

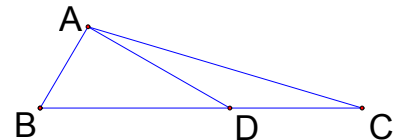
这个函数的图象, 只要将 $y = \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象上所有的点

- (A) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变
 (B) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变
 (C) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变
 (D) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变



(9) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp AB$, $\vec{BC} = \sqrt{3} \vec{BD}$, $|\vec{AD}| = 1$, 那么 $\vec{AC} \cdot \vec{AD} =$

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\sqrt{3}$



(10) 设函数 $g(x) = x^2 - 2$ ($x \in \mathbb{R}$),

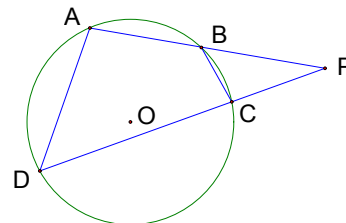
$f(x) = \begin{cases} g(x) + x + 4, & x < g(x) \\ g(x) - x, & x \geq g(x) \end{cases}$ 那么 $f(x)$ 的值域是

- (A) $\left[-\frac{9}{4}, 0\right] \cup (1, +\infty)$ (B) $[0, +\infty)$ (C) $\left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$ (D) $\left[-\frac{9}{4}, 0\right] \cup (2, +\infty)$

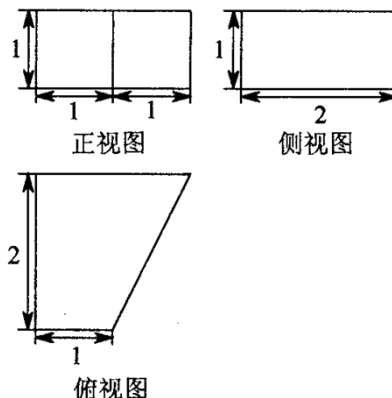
第二卷

二、填空题：本大题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分。把答案填在题中的横线上。

(11) 如图，四边形 ABCD 是圆 O 的内接四边形，延长 AB 和 DC 相交于点 P。假设 PB=1, PD=3，那么 $\frac{BC}{AD}$ 的值为_____。



(12) 一个几何体的三视图如以下图，那么这个几何体的体积为_____。



(13) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程是

$y = \sqrt{3}x$ ，它的一个焦点与抛物线 $y^2 = 16x$ 的焦点相同。那么双曲线的方程为_____。

(14) 圆 C 的圆心是直线 $x - y + 1 = 0$ 与 x 轴的交点，且圆 C 与直线 $x + y + 3 = 0$ 相切。那么圆 C 的方程为_____。

(15) 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，公比 $q = \sqrt{2}$ ， S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。记

$T_n = \frac{17S_n - S_{2n}}{a_{n+1}}, n \in N^*$ 。设 T_{n_0} 为数列 $\{T_n\}$ 的最大项，那么

$n_0 =$ _____。

(16) 设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ，对任意 $x \in [1, +\infty)$ ， $f(mx) + mf(x) < 0$ 恒成立，那么实数 m 的取值范围是_____。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 76 分。解答时写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题总分值 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $\frac{AC}{AB} = \frac{\cos B}{\cos C}$ 。

(I) 证明 $B=C$ ；

(II) 假设 $\cos A = -\frac{1}{3}$ ，求 $\sin\left(4B + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值。

(18) (本小题总分值 12 分)

有编号为 $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ 的 10 个零件，测量其直径 (单位：cm)，得到下面数据：

编号	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
直径	1.51	1.49	1.49	1.51	1.49	1.51	1.47	1.46	1.53	1.47

其中直径在区间 $[1.48, 1.52]$ 内的零件为一等品。

(I) 从上述 10 个零件中，随机抽取一个，求这个零件为一等品的概率；

(II) 从一等品零件中，随机抽取 2 个。

(i) 用零件的编号列出所有可能的抽取结果；

(ii) 求这 2 个零件直径相等的概率。

(19) (本小题总分值 12 分)

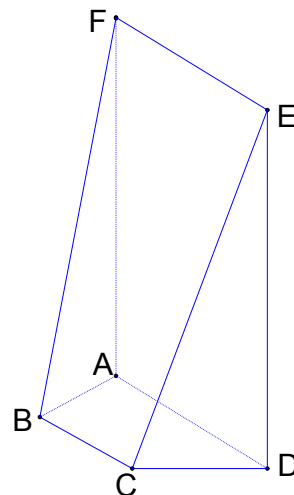
如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ADEF$ 是正方形， $FA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $BC \parallel AD$ ，

$CD=1$ ， $AD=2\sqrt{2}$ ， $\angle BAD = \angle CDA = 45^\circ$ 。

(I) 求异面直线 CE 与 AF 所成角的余弦值；

(II) 证明 $CD \perp$ 平面 ABF ；

(III) 求二面角 $B-EF-A$ 的正切值。



(20) (本小题总分值 12 分)

函数 $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1 (x \in \mathbb{R})$ ，其中 $a > 0$ 。

(I) 假设 $a=1$ ，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程；

(II) 假设在区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上， $f(x) > 0$ 恒成立，求 a 的取值范围。

(21) (本小题总分值 14 分)

椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 连接椭圆的四个顶点得到的菱形的面积为 4.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 设直线 l 与椭圆相交于不同的两点 A 、 B , 点 A 的坐标为 $(-a, 0)$.

(i) 假设 $|AB| = \frac{4\sqrt{2}}{5}$, 求直线 l 的倾斜角;

(ii) 假设点 $Q(0, y_0)$ 在线段 AB 的垂直平分线上, 且 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB} = 4$. 求 y_0 的值.

(22) (本小题总分值 14 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 0$, 且对任意 $k \in \mathbb{N}^*$, $a_{2k-1}, a_{2k}, a_{2k+1}$ 成等差数列, 其公差为 $2k$.

(I) 证明 a_4, a_5, a_6 成等比数列;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(III) 记 $T_n = \frac{2^2}{a_2} + \frac{3^2}{a_3} + \cdots + \frac{n^2}{a_n}$, 证明 $\frac{3}{2} < 2n - T_n \leq 2 (n \geq 2)$.

2024 年普通高等学校招生全国统一考试〔天津卷〕

数学〔文史类〕参考答案

一、选择题：在每题给出的四个选项中，只有一项为哪一项符合题目要求的。

- (1) A (2) B (3) B (4) C (5) A
(6) D (7) C (8) A (9) D (10) D

- (1) i 是虚数单位，复数 $\frac{3+i}{1-i} =$
(A) $1+2i$ (B) $2+4i$ (C) $-1-2i$ (D) $2-i$

【答案】A

【解析】此题主要考查复数代数形式的根本运算，属于容易题。

进行复数的除法的运算需要份子、分母同时乘以分母的共轭复数，同时将 i^2 改为 -1 .

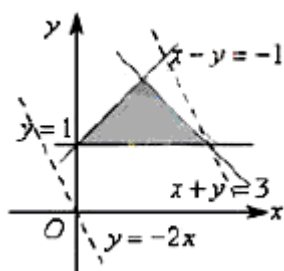
$$\frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+4i}{2} = 1+2i$$

【温馨提示】近几年天津卷每年都有一道关于复数根本运算的小题，运算时要细心，不要失分哦。

- (2) 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ x-y \geq -1, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 那么目标函数 $z=4x+2y$ 的最大值为
(A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 2

【答案】B

【解析】此题主要考查目标函数最值的求法，属于容易题，做出可行域，如图由图可知，



当目标函数过直线 $y=1$ 与 $x+y=3$ 的交点 $(2, 1)$ 时 z 取得最大值 10.

(3) 阅读右边的程序框图，运行相应的程序，那么输出 s 的值为

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3

【答案】B

【解析】此题主要考查条件语句与循环语句的根本应用，属于容易题。

第一次运行程序时 $i=1, s=3$; 第二次运行程序时, $i=2, s=2$; 第三次运行程序时, $i=3, s=1$; 第四次运行程序时, $i=4, s=0$, 此时执行 $i=i+1$ 后 $i=5$, 推出循环输出 $s=0$.

【温馨提示】涉及循环语句的问题通常可以采用一次执行循环体的方式解决。

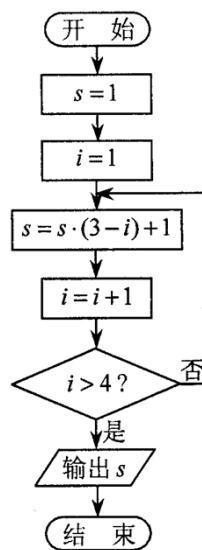
(4) 函数 $f(x) = e^x + x - 2$ 的零点所在的一个区间是

- (A) $(-2, -1)$ (B) $(-1, 0)$ (C) $(0, 1)$ (D) $(1, 2)$

【答案】C

【解析】此题考查了函数零点的概念与零点定理的应用, 属于容易题。因为 $f(0) = -1 < 0$, $f(1) = e - 1 > 0$, 所以零点在区间 $(0, 1)$ 上, 选 C

【温馨提示】函数零点附近函数值的符号相反, 这类选择题通常采用代入排除的方法求解。



(5) 以下命题中, 真命题是

- (A) $\exists m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 是偶函数
 (B) $\exists m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 是奇函数
 (C) $\forall m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 都是偶函数
 (D) $\forall m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 都是奇函数

【答案】A

【解析】此题主要考查奇偶数的根本概念, 与存在量词、全称量词的含义, 属于容易题。当 $m=0$ 时, 函数 $f(x) = x^2$ 是偶函数, 所以选 A.

【温馨提示】此题也可以利用奇偶函数的定义求解。

(6) 设 $a = \log_5 4$, $b = (\log_5 3)^2$, $c = \log_4 5$, 则

- (A) $a < c < b$ (B) $b < c < a$ (C) $a < b < c$ (D) $b < a < c$

【答案】D

【解析】此题主要考查利用对数函数的单调性比拟大小的根本方法, 属于容易题。

因为 $0 < \log_5 4 < 1$, 所以 $b < a < c$

【温馨提示】比拟对数值的大小时, 通常利用 0, 1 进行, 此题也可以利用对数函数的图像进行比拟。

(7) 设集合 $A = \{x | |x-a| < 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 那么实数 a 的取值范围是

- (A) $\{a | 0 \leq a \leq 6\}$ (B) $\{a | a \leq 2, \text{或 } a \geq 4\}$
 (C) $\{a | a \leq 0, \text{或 } a \geq 6\}$ (D) $\{a | 2 \leq a \leq 4\}$

【答案】C

【解析】此题主要考查绝对值不等式的根本解法与集合交集的运算，属于中等题。

由 $|x-a| < 1$ 得 $-1 < x-a < 1$, 即 $a-1 < x < a+1$. 如图

由图可知 $a+1 \leq 1$ 或 $a-1 \geq 5$, 所以 $a \leq 0$ 或 $a \geq 6$.

【温馨提示】不等式型集合的交、并集通常可以利用数轴进行，解题时注意验证区间端点是否符合题意。



(8) 右图是函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}$) 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ 上的图象, 为了得到

这个函数的图象, 只要将 $y = \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象上所有的点

(A) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的

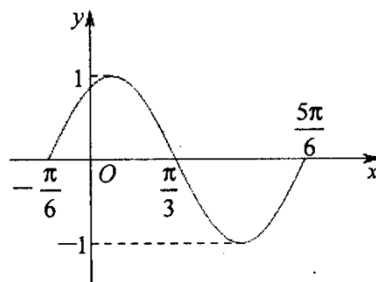
$\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变

(B) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的

2 倍, 纵坐标不变

(C) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变

(D) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变



【答案】A

【解析】此题主要考查三角函数的图像与图像变换的根底知识，属于中等题。

由图像可知函数的周期为 π , 振幅为 1, 所以函数的表达式可以是 $y = \sin(2x + \varphi)$. 代入 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$,

可得 φ 的一个值为 $\frac{\pi}{3}$, 故图像中函数的一个表达式是 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$, 即 $y = \sin 2(x + \frac{\pi}{6})$,

所以只需将 $y = \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图像上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横

坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变。

【温馨提示】根据图像求函数的表达式时，一般先求周期、振幅，最后求 φ 。三角函数图像

进行平移变换时注意提取 x 的系数，进行周期变换时，需要将 x 的系数变为原来的 $\frac{1}{\omega}$

(9) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp AB$, $\overrightarrow{BC} = \sqrt{3} \overrightarrow{BD}$, $|\overrightarrow{AD}| = 1$, 那么 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$

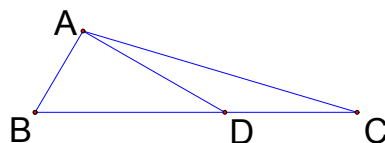
(A) $2\sqrt{3}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(D) $\sqrt{3}$

【答案】D



【解析】此题主要考查平面向量的根本运算与解三角形的根底知识，属于难题。

$$\begin{aligned}\vec{AC} \cdot \vec{AD} &= |\vec{AC}| \cdot |\vec{AD}| \cos \angle DAC = |\vec{AC}| \cdot \cos \angle DAC = |\vec{AC}| \sin \angle BAC \\ &= |\vec{BC}| \sin B = \sqrt{3} |\vec{BD}| \sin B = \sqrt{3} |\vec{AD}| = \sqrt{3}\end{aligned}$$

【温馨提示】近几年天津卷中总可以看到平面向量的身影，且均属于中等题或难题，应加强平面向量的根本运算的训练，尤其是与三角形综合的问题。

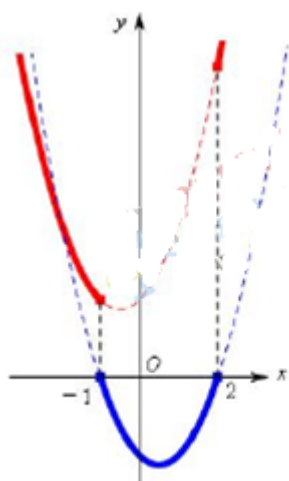
(10) 设函数 $g(x) = x^2 - 2 (x \in R)$, $f(x) = \begin{cases} g(x) + x + 4, & x < g(x) \\ g(x) - x, & x \geq g(x) \end{cases}$ 那么 $f(x)$ 的值域是

(A) $\left[-\frac{9}{4}, 0\right] \cup (1, +\infty)$ (B) $[0, +\infty)$ (C) $[-\frac{9}{4}, +\infty)$ (D) $\left[-\frac{9}{4}, 0\right] \cup (2, +\infty)$

【答案】D

【解析】此题主要考查函数分类函数值域的根本求法，属于难题。

$$\text{依题意知 } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 + (x + 4), & x < x^2 - 2 \\ x^2 - 2 - x, & x \geq x^2 - 2 \end{cases} = \begin{cases} x^2 + x + 2, & x < -1 \text{ 或 } x > 2 \\ x^2 - 2 - x, & -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$



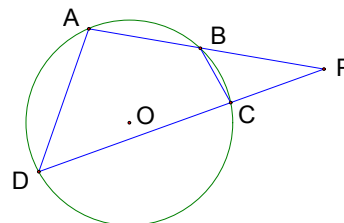
二、填空题：本大题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分。把答案填在题中的横线上。

(11) $\frac{1}{3}$ (12) 3 (13) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

(14) $(x+1)^2 + y^2 = 2$ (15) 4 (16) $(-\infty, -1)$

(11) 如图，四边形 ABCD 是圆 O 的内接四边形，延长 AB 和 DC 相交于点 P。假设 PB=1, PD=3, 那么 $\frac{BC}{AD}$ 的值为_____。

【答案】 $\frac{1}{3}$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/588114037015006105>