

福建省厦门市 2025 年初三质量监测（四）数学试题

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 全球芯片制造已经进入 10 纳米到 7 纳米器件的量产时代。中国自主研发的第一台 7 纳米刻蚀机，是芯片制造和微观加工最核心的设备之一，7 纳米就是 0.000000007 米。数据 0.000000007 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.7×10^{-8} B. 7×10^{-8} C. 7×10^{-9} D. 7×10^{-10}

2. 已知抛物线 $y = ax^2 + (2-a)x - 2$ ($a > 0$) 的图像与 x 轴交于 A 、 B 两点（点 A 在点 B 的右侧），与 y 轴交于点 C 。

给出下列结论：①当 $a > 0$ 的条件下，无论 a 取何值，点 A 是一个定点；②当 $a > 0$ 的条件下，无论 a 取何值，抛物

线的对称轴一定位于 y 轴的左侧；③ y 的最小值不大于 -2 ；④若 $AB = AC$ ，则 $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。其中正确的结论有（ ）

个。

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

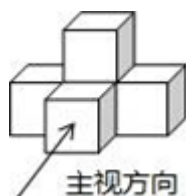
3. 方程 $x^2 - 4x + 5 = 0$ 根的情况是（ ）

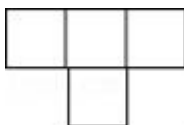
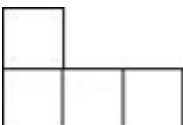
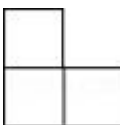
- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有一个实数根 D. 没有实数根

4. 下列各点中，在二次函数 $y = -x^2$ 的图象上的是（ ）

- A. (1,1) B. (2,-2) C. (2,4) D. (-2,-4)

5. 如图是由五个相同的小立方块搭成的几何体，则它的俯视图是（ ）

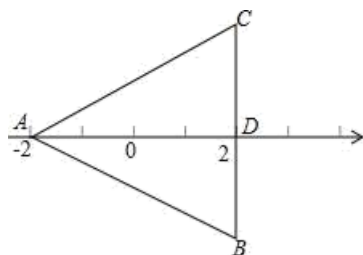


- A.  B.  C.  D. 

6. 实数 $\sqrt{2} - 1$ 的相反数是（ ）

- A. $\sqrt{2}-1$ B. $\sqrt{2}+1$ C. $-\sqrt{2}-1$ D. $1-\sqrt{2}$

7. 如图，等腰 $\triangle ABC$ 的底边 BC 与底边上的高 AD 相等，高 AD 在数轴上，其中点 A ， D 分别对应数轴上的实数 -2 ， 2 ，则 AC 的长度为（ ）



- A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{5}$ D. $4\sqrt{5}$

8. 下列所给函数中， y 随 x 的增大而减小的是（ ）

- A. $y = -x - 1$ B. $y = 2x^2 (x \geq 0)$
C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = x + 1$

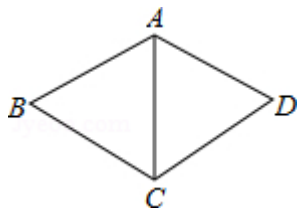
9. 若 α ， β 是一元二次方程 $3x^2 + 2x - 9 = 0$ 的两根，则 $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 的值是（ ）.

- A. $\frac{4}{27}$ B. $-\frac{4}{27}$ C. $-\frac{58}{27}$ D. $\frac{58}{27}$

10. 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解是（ ）

- A. $x_1 = 1, x_2 = 2$ B. $x_1 = -1, x_2 = -2$
C. $x_1 = 1, x_2 = -2$ D. $x_1 = -1, x_2 = 2$

11. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长等于（ ）



- A. 20 B. 15 C. 10 D. 5

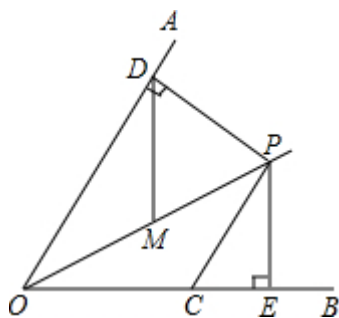
12. 一元二次方程 $x^2 - 8x - 2 = 0$ ，配方的结果是（ ）

- A. $(x+4)^2 = 18$ B. $(x+4)^2 = 14$ C. $(x-4)^2 = 18$ D. $(x-4)^2 = 14$

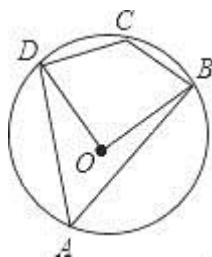
二、填空题：（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分.）

13. 若代数式 $x^2 - 6x + b$ 可化为 $(x+a)^2 - 5$ ，则 $a+b$ 的值为_____.

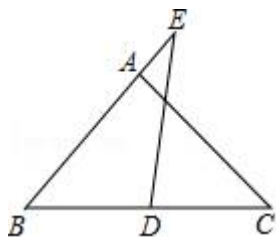
14. 如图，已知 OP 平分 $\angle AOB$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ ， $CP = 2$ ， $CP \parallel OA$ ， $PD \perp OA$ 于点 D ， $PE \perp OB$ 于点 E . 如果点 M 是 OP 的中点，则 DM 的长是_____.



15. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，若 $\angle BOD = 88^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数是_____.

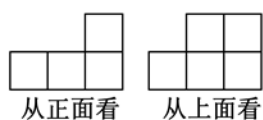


16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 4$ ， D 是 BC 的中点，点 E 在 BA 的延长线上，连接 ED ，若 $AE = 2$ ，则 DE 的长为_____.



17. 若一个多边形的内角和是 900° ，则这个多边形是_____边形.

18. 如图，是由一些大小相同的小正方体搭成的几何体分别从正面看和从上面看得到的平面图形，则搭成该几何体的小正方体最多是_____个.



三、解答题：（本大题共 9 个小题，共 78 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (6 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = \frac{m}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过点 $A(-4, n)$ ， $AB \perp x$ 轴于点 B ，点 C 与点 A 关于原点 O 对称， $CD \perp x$ 轴于点 D ， $\triangle ABD$ 的面积为 8.

(1) 求 m ， n 的值；

(2) 若直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 经过点 C ，且与 x 轴， y 轴的交点分别为点 E ， F ，当 $CF = 2CE$ 时，求点 F 的坐标.

20. (6分) 如图, 某校一幢教学大楼的顶部竖有一块“传承文明, 启智求真”的宣传牌 CD . 小明在山坡的坡脚 A 处测得宣传牌底部 D 的仰角为 60° , 沿山坡向上走到 B 处测得宣传牌顶部 C 的仰角为 45° . 已知山坡 AB 的坡度 $i=1$, $AB=10$ 米, $AE=15$ 米, 求这块宣传牌 CD 的高度. (测角器的高度忽略不计, 结果精确到 0.1 米. 参考数据: ≈ 1.414 , ≈ 1.732)

21. (6分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AB 的垂直平分线交 AC 于点 D , 交 AB 于点 E .

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

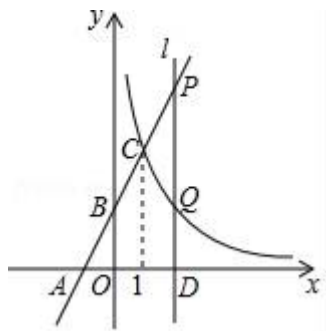
(2) 当 $AC=8$, $BC=6$ 时, 求 DE 的长.

22. (8分) 解不等式组 $\begin{cases} 4x+6 > x \\ \frac{x+2}{3} \geq x \end{cases}$ 并写出它的所有整数解.

23. (8 分) 如图, 直线 $y=kx+2$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A $(-1, 0)$ 和点 B, 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在第一象限

内交于点 C (1, n). 求一次函数 $y=kx+2$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的表达式; 过 x 轴上的点 D (a, 0) 作平行于 y 轴的直

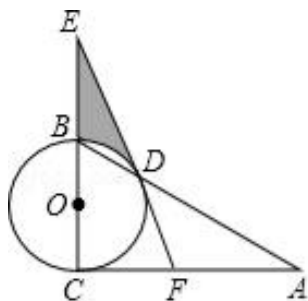
线 l ($a > 1$), 分别与直线 $y = kx + 2$ 和双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 交于 P、Q 两点, 且 $PQ = 2QD$, 求点 D 的坐标.



24. (10 分) 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 CB 的延长线于点 E , 交 AC 于点 F .

(1) 求证: 点 F 是 AC 的中点;

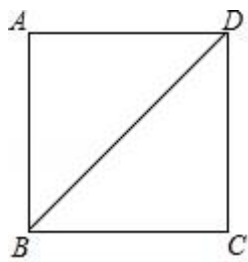
(2) 若 $\angle A=30^\circ$, $AF=\sqrt{3}$, 求图中阴影部分的面积.



25. (10 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, BD 为对角线.

(1) 尺规作图: 作 CD 边的垂直平分线 EF , 交 CD 于点 E , 交 BD 于点 F (保留作图痕迹, 不要求写作法);

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $AB=4$, 求 $\triangle DEF$ 的周长.



26. (12 分) 观察下列等式:

第 1 个等式: $a_1 = \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3})$;

第 2 个等式: $a_2 = \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{5})$;

第 3 个等式: $a_3 = \frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{5} - \frac{1}{7})$;

第 4 个等式: $a_4 = \frac{1}{7 \times 9} = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{7} - \frac{1}{9})$;

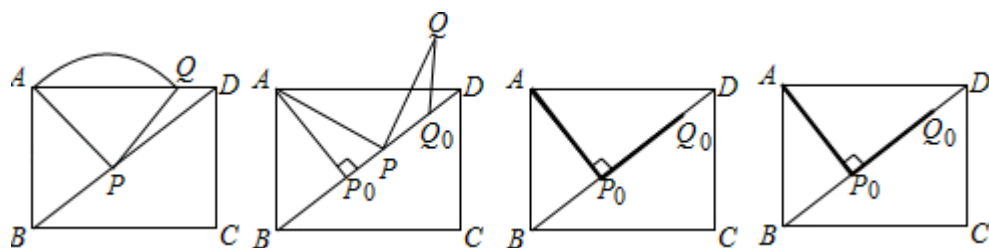
...

请解答下列问题: 按以上规律列出第 5 个等式: $a_5 = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$; 用含有 n 的代数式表示第 n 个等式: $a_n = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

(n 为正整数); 求 $a_1+a_2+a_3+a_4+\dots+a_{100}$ 的值.

27. (12 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=4$, P 沿射线 BD 运动, 连接 AP , 将线段 AP 绕点 P 顺时针旋转 90° 得线段 PQ .

- (1) 当点 Q 落到 AD 上时, $\angle PAB=$ ____ $^\circ$, $PA=$ ____, PQ 长为____;
- (2) 当 $AP \perp BD$ 时, 记此时点 P 为 P_0 , 点 Q 为 Q_0 , 移动点 P 的位置, 求 $\angle QQ_0D$ 的大小;
- (3) 在点 P 运动中, 当以点 Q 为圆心, $\frac{2}{3}BP$ 为半径的圆与直线 BD 相切时, 求 BP 的长度;
- (4) 点 P 在线段 BD 上, 由 B 向 D 运动过程(包含 B 、 D 两点)中, 求 CQ 的取值范围, 直接写出结果.



参考答案

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1、C

【解析】

本题根据科学记数法进行计算.

【详解】

因为科学记数法的标准形式为 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| \leq 10$ 且 n 为整数), 因此 0.000000007 用科学记数法可表示为 7×10^{-9} ,

故选 C.

本题主要考察了科学记数法, 熟练掌握科学记数法是本题解题的关键.

2、C

【解析】

①利用抛物线两点式方程进行判断;

②根据根的判别式来确定 a 的取值范围, 然后根据对称轴方程进行计算;

③利用顶点坐标公式进行解答;

④利用两点间的距离公式进行解答.

【详解】

① $y = ax^2 + (1-a)x - 1 = (x-1)(ax+1)$. 则该抛物线恒过点 A (1, 0). 故①正确;

② $\because y = ax^2 + (1-a)x - 1$ ($a > 0$) 的图象与 x 轴有 1 个交点,

$$\therefore \Delta = (1-a)^2 + 8a = (a+1)^2 > 0,$$

$$\therefore a \neq -1.$$

$$\therefore \text{该抛物线的对称轴为: } x = \frac{a-2}{2a} = \frac{1}{2} - \frac{1}{a}, \text{ 无法判定的正负.}$$

故②不一定正确;

③根据抛物线与 y 轴交于 (0, -1) 可知, y 的最小值不大于 -1, 故③正确;

$$\text{④} \because A(1, 0), B(-\frac{2}{a}, 0), C(0, -1),$$

$$\therefore \text{当 } AB=AC \text{ 时, } \sqrt{(1+\frac{2}{a})^2} = \sqrt{1^2 + (-2)^2},$$

$$\text{解得: } a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

,故④正确.

综上所述, 正确的结论有 3 个.

故选 C.

考查了二次函数与 x 轴的交点及其性质. (1) 抛物线是轴对称图形. 对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 对称轴与抛物线唯一的交点为抛物线的顶点 P ; 特别地, 当 $b=0$ 时, 抛物线的对称轴是 y 轴 (即直线 $x=0$); (1) 抛物线有一个顶点 P , 坐标为 $P(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 当 $-\frac{b}{2a}=0$, (即 $b=0$) 时, P 在 y 轴上; 当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, P 在 x 轴上; (3) 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小; 当 $a>0$ 时, 抛物线开口向上; 当 $a<0$ 时, 抛物线开口向下; $|a|$ 越大, 则抛物线的开口越小. (4) 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab>0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab<0$), 对称轴在 y 轴右; (5) 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; (6) 抛物线与 x 轴交点个数

$\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点;

$\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点. x 的取值是虚数 ($x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$ 乘上虚数 i , 整个式子除以 $1a$); 当 $a>0$ 时, 函数在 $x = -\frac{b}{2a}$ 处取得最小值 $f(-\frac{b}{2a}) = \frac{4ac-b^2}{4a}$; 在 $\{x|x<-\frac{b}{2a}\}$ 上是减函数, 在 $\{x|x>-\frac{b}{2a}\}$ 上是增函数; 抛物线的开口向上; 函数的值域是 $\{y|y \geq \frac{4ac-b^2}{4a}\}$ 相反不变; 当 $b=0$ 时, 抛物线的对称轴是 y 轴, 这时, 函数是偶函数, 解析式变形为 $y=ax^2+c(a \neq 0)$.

3、D

【解析】

解: $\because a=1, b=-4, c=5,$

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4 \times 1 \times 5=-4<0,$

所以原方程没有实数根.

4、D

【解析】

将各选项的点逐一代入即可判断.

【详解】

解: 当 $x=1$ 时, $y=-1$, 故点 $(1,1)$ 不在二次函数 $y=-x^2$ 的图象;

当 $x=2$ 时, $y=-4$, 故点 $(2,-2)$ 和点 $(2,4)$ 不在二次函数 $y=-x^2$ 的图象;

当 $x=-2$ 时, $y=-4$, 故点 $(-2,-4)$ 在二次函数 $y=-x^2$ 的图象;

故答案为: D.

本题考查了判断一个点是否在二次函数图象上, 解题的关键是将点代入函数解析式.

5、A

【解析】

试题分析：从上面看易得上面一层有 3 个正方形，下面中间有一个正方形．

故选 A．

【考点】简单组合体的三视图．

6、D

【解析】

根据相反数的定义求解即可．

【详解】

$\sqrt{2}-1$ 的相反数是 $-\sqrt{2}+1$ ，

故选 D．

本题考查了实数的性质，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数．

7、C

【解析】

根据等腰三角形的性质和勾股定理解答即可．

【详解】

解：∵点 A，D 分别对应数轴上的实数 -2，2，

∴ $AD=4$ ，

∵等腰 $\triangle ABC$ 的底边 BC 与底边上的高 AD 相等，

∴ $BC=4$ ，

∴ $CD=2$ ，

在 $Rt\triangle ACD$ 中， $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ ，

故选：C．

此题考查等腰三角形的性质，注意等腰三角形的三线合一，熟练运用勾股定理．

8、A

【解析】

根据二次函数的性质、一次函数的性质及反比例函数的性质判断出函数符合 y 随 x 的增大而减小的选项．

【详解】

解：A．此函数为一次函数，y 随 x 的增大而减小，正确；

B．此函数为二次函数，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小，错误；

C．此函数为反比例函数，在每个象限，y 随 x 的增大而减小，错误；

D．此函数为一次函数，y 随 x 的增大而增大，错误．

故选 A.

本题考查了二次函数、一次函数、反比例函数的性质，掌握函数的增减性是解决问题的关键.

9、C

【解析】

分析：根据根与系数的关系可得出 $\alpha + \beta = -\frac{2}{3}$ 、 $\alpha\beta = -3$ ，将其代入 $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$ 中即可求出结论.

详解： $\because \alpha$ 、 β 是一元二次方程 $3x^2 + 2x - 9 = 0$ 的两根，

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{2}{3}, \quad \alpha\beta = -3,$$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times (-3)}{-3} = -\frac{58}{27}.$$

故选 C.

点睛：本题考查了根与系数的关系，牢记两根之和等于 $-\frac{b}{a}$ 、两根之积等于 $\frac{c}{a}$ 是解题的关键.

10、A

【解析】

将方程左边的多项式利用十字相乘法分解因式，然后利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程，求出一元方程的解即可得到原方程的解.

【详解】

解：原方程可化为： $(x-1)(x-1) = 0$,

$$\therefore x_1 = 1, \quad x_2 = 1.$$

故选：A.

此题考查了解一元二次方程-因式分解法，利用此方法解方程时首先将方程右边化为 0，左边的多项式分解因式化为积的形式，然后利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

11、B

【解析】

$\because$ ABCD 是菱形， $\angle BCD = 120^\circ$ ， $\therefore \angle B = 60^\circ$ ， $BA = BC$.

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形. $\therefore \triangle ABC$ 的周长 $= 3AB = 1$. 故选 B

12、C

【解析】

$$x^2 - 8x = 2,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/588125056111006133>