2023-2024学年黑龙江齐齐哈尔八中高三下学期一模考试数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x\mid -2<x\leq 2,x\in Z\},B=\left\{x\mid \log_2 x<1\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A． $(0,2)$　　**B．** $(-2,2]$　　**C．** $\{1\}$　　**D．** $\{-1,0,1,2\}$

2．已知等式 $(1-x+x^2)^3\cdot(1-2x^2)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{14}x^{14}$ 成立，则 $a_2+a_4+\cdots+a_{14}=$（　　）

A．0　　**B．5**　　**C．7**　　**D．13**

3．已知函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$．下列命题：①函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称；②函数 $f(x)$ 是周期函数；③当 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 取最大值；④函数 $f(x)$ 的图象与函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象没有公共点，其中正确命题的序号是（　　）

A． ①④　　**B．** ②③　　**C．** ①③④　　**D．** ①②④

4．若函数 $f\left(x\right)=-\ln x+x+h$，在区间 $\left[\dfrac{1}{e},e\right]$ 上任取三个实数 a，b，c 均存在以 $f\left(a\right)$，$f\left(b\right)$，$f\left(c\right)$ 为边长的三角形，则实数 h 的取值范围是（　　）

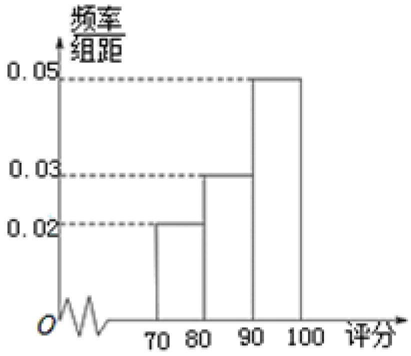
A． $\left(-1,\dfrac{1}{e}-1\right)$　　**B．** $\left(\dfrac{1}{e}-1,e-3\right)$　　**C．** $\left(\dfrac{1}{e}-1,+\infty\right)$　　**D．** $\left(e-3,+\infty\right)$

5．已知集合 $A=\left\{x\middle|x^2-2x-3\leq 0\right\}$ $B=\left\{x\middle|x<2\right\}$，则 $A\cap B=$ ( )

A． $\left(1,3\right)$　　**B．** $\left(1,3\right]$　　**C．** $\left[-1,2\right)$　　**D．** $\left(-1,2\right)$

6．某歌手大赛进行电视直播，比赛现场有6名特约嘉宾给每位参赛选手评分，场内外的观众可以通过网络平台给每位参赛选手评分.某选手参加比赛后，现场嘉宾的评分情况如下表，场内外共有数万名观众参与了评分，组织方将观众评分按照 $\left[70,80\right)$，$\left[80,90\right)$，$\left[90,100\right]$ 分组，绘成频率分布直方图如下：

嘉宾	A	B	C	D	E	F
评分	96	95	96	89	97	98



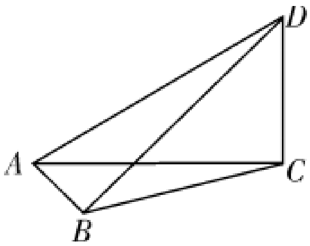
嘉宾评分的平均数为$\overline{x_1}$，场内外的观众评分的平均数为$\overline{x_2}$，所有嘉宾与场内外的观众评分的平均数为$\overline{x}$，则下列选项正确的是（　　）

A． $\overline{x}=\dfrac{\overline{x_1}+\overline{x_2}}{2}$　　**B．** $\overline{x}>\dfrac{\overline{x_1}+\overline{x_2}}{2}$　　**C．** $\overline{x}<\dfrac{\overline{x_1}+\overline{x_2}}{2}$　　**D．** $\overline{x_1}>\overline{x_2}>\overline{x}>\dfrac{\overline{x_1}+\overline{x_2}}{2}$

7．已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右顶点分别为$A_1$，$A_2$，虚轴的两个端点分别为$B_1$，$B_2$，若四边形$A_1B_1A_2B_2$的内切圆面积为$18\pi$，则双曲线焦距的最小值为（　　）

A．8　　**B．16**　　**C．** $6\sqrt{2}$　　**D．** $12\sqrt{2}$

8．如图，在四边形$ABCD$中，$AB=1$，$BC=3$，$\angle ABC=120^\circ$，$\angle ACD=90^\circ$，$\angle CDA=60^\circ$，则BD的长度为（　　）



A． $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$　　**B．** $2\sqrt{3}$

C． $3\sqrt{3}$　　**D．** $\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

9．设F_1,F_2分别是双线$\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的左、右焦点，$O$为坐标原点，以$F_1F_2$为直径的圆与该双曲线的两条渐近线分别交于$A,B$两点（$A,B$位于$y$轴右侧），且四边形$OAF_2B$为菱形，则该双曲线的渐近线方程为（　　）

A． $x\pm y=0$　　**B．** $\sqrt{3}x\pm y=0$　　**C．** $x\pm\sqrt{3}y=0$　　**D．** $3x\pm y=0$

10．已知点 F_2 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4}=1(a>0)$ 的右焦点，直线 $y=kx$ 与双曲线交于 ***A***，***B*** 两点，若 $\angle AF_2B=\frac{2\pi}{3}$，则 $\triangle AF_2B$ 的面积为（　　）

A． $2\sqrt{2}$　　**B．** $2\sqrt{3}$　　**C．** $4\sqrt{2}$　　**D．** $4\sqrt{3}$

11．设集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2>0\right\}$，$B=\left\{x\middle|\log_2 x\le 2\right\}$，则集合 $(C_R A)\cap B=$

A． $\left\{x\middle|-1\le x\le 2\right\}$　　**B．** $\left\{x\middle|0<x\le 2\right\}$　　**C．** $\left\{x\middle|0<x\le 4\right\}$　　**D．** $\left\{x\middle|-1\le x\le 4\right\}$

12．若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线与直线 $6x-3y+1=0$ 垂直，则该双曲线的离心率为（　　）

A．2　　**B．** $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　**C．** $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　**D．** $2\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{x^2+kx+1}{x^2+x+1}$，若对于任意正实数 x_1,x_2,x_3，均存在以 $f\left(x_1\right),f\left(x_2\right),f\left(x_3\right)$ 为三边边长的三角形，则实数 ***k*** 的取值范围是_______.

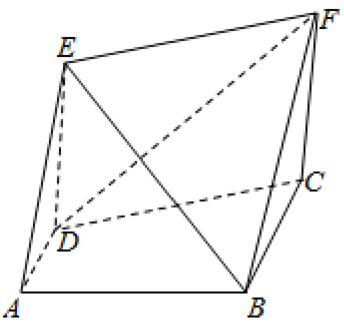
14．在等比数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_3a_4a_5=64,a_5=8$，则 $a_2=$________.

15．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 的各项均为正数，记 $\left\{S_n\right\}$ 为数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和，若 $a_{n+1}=\frac{2a_n^2}{a_{n+1}-a_n}\left(n\in N^*\right)$，$a_1=1$，则 $S_6=$______.

16．已知二项式 $\left(□□-\frac{1}{□}\right)^6$ 的展开式中的常数项为 -160，则 $□=$__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图所示，直角梯形 **ABCD** 中，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$AB=BC=2AD=2$，四边形 **EDCF** 为矩形，$CF=\sqrt{3}$，平面 $EDCF\perp$ 平面 **ABCD**.



(1)求证：$DF\parallel$ 平面 **ABE**；

(2)求平面 ABE 与平面 EFB 所成锐二面角的余弦值.

(3)在线段 DF 上是否存在点 P，使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$，若存在，求出线段 BP 的长，若不存在，请说明理由.

18.（12 分）数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2-\frac{n+2}{2^n}$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\frac{a_n}{(1+a_n)\cdot(1+a_{n+1})}$，$T_n$为$\{b_n\}$的前 n 项和，求证：$T_n<\frac{2}{3}$.

19.（12 分）第 7 届世界军人运动会于 2019 年 10 月 18 日至 27 日在湖北武汉举行，赛期 10 天，共设置射击、游泳、田径、篮球等 27 个大项，329 个小项.共有来自 100 多个国家的近万名现役军人同台竞技.前期为迎接军运会顺利召开，武汉市很多单位和部门都开展了丰富多彩的宣传和教育活动，努力让大家更多的了解军运会的相关知识，并倡议大家做文明公民.武汉市体育局为了解广大民众对军运会知识的知晓情况，在全市开展了网上问卷调查，民众参与度极高，现从大批参与者中随机抽取 200 名幸运参与者，他们得分（满分 100 分）数据，统计结果如下：

组别	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	**5**	**30**	**40**	**50**	**45**	**20**	**10**

（1）若此次问卷调查得分整体服从正态分布，用样本来估计总体，设μ，σ分别为这 200 人得分的平均值和标准差（同一组数据用该区间中点值作为代表），求μ，σ的值（μ，σ的值四舍五入取整数），并计算$P(51<X<93)$；

（2）在（1）的条件下，为感谢大家参与这次活动，市体育局还对参加问卷调查的幸运市民制定如下奖励方案：得分低于μ的可以获得 1 次抽奖机会，得分不低于μ的可获得 2 次抽奖机会，在一次抽奖中，抽中价值为 15 元的纪念品 A 的概率为$\frac{2}{3}$，抽中价值为 30 元的纪念品 B 的概率为$\frac{1}{3}$.现有市民张先生参加了此次问卷调查并成为幸运参与者，记 Y 为他参加活动获得纪念品的总价值，求 Y 的分布列和数学期望，并估算此次纪念品所需要的总金额.

（参考数据：$P(\mu-\delta<X\le\mu+\delta)\approx0.6827$；$P(\mu-2\delta<X\le\mu+2\delta)\approx0.9545$；

$P(\mu-3\delta<X\le\mu+3\delta)\approx0.9973$.）

20.（12 分）2018 年反映社会现实的电影《我不是药神》引起了很大的轰动，治疗特种病的创新药研发成了当务之急．为此，某药企加大了研发投入，市场上治疗一类慢性病的特效药品 A 的研发费用 x（百万元）和销量 y（万盒）的统计数据如下：

研发费用 x（百万元）	**2**	**3**	**6**	**10**	**13**	**15**	**18**	**21**

销量y（万盒）	**1**	**1**	**2**	**2.5**	**3.5**	**3.5**	**4.5**	**6**

（1）求y与x的相关系数r精确到**0.01**，并判断y与x的关系是否可用线性回归方程模型拟合？（规定：$|r|\geq 0.75$时，可用线性回归方程模型拟合）；

（2）该药企准备生产药品A的三类不同的剂型A_1，A_2，A_3，并对其进行两次检测，当第一次检测合格后，才能进行第二次检测．第一次检测时，三类剂型A_1，A_2，A_3合格的概率分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{3}{5}$，第二次检测时，三类剂型A_1，A_2，A_3合格的概率分别为$\frac{4}{5}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$．两次检测过程相互独立，设经过两次检测后A_1，A_2，A_3三类剂型合格的种类数为X，求X的数学期望．

附：（1）相关系数$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2\right)}}$

（2）$\sum_{i=1}^{8}x_iy_i=347$，$\sum_{i=1}^{8}x_i^2=1308$，$\sum_{i=1}^{8}y_i^2=93$，$\sqrt{1785}\approx 42.25$．

21．（12分）数列$\{a_n\}$满足$a_1=$，$a_n+2a_{n+1}=0$，其前***n***项和为S_n，数列$\left\{\frac{b_n}{2n+1}\right\}$的前***n***项积为$\frac{1}{2n+1}$．

（1）求S_n和数列$\{b_n\}$的通项公式；

（2）设$c_n=\dfrac{1}{\sqrt{b_n}\sqrt{b_{n+1}}\left(\sqrt{b_n}+\sqrt{b_{n+1}}\right)}$，求$\{c_n\}$的前***n***项和$T_n$，并证明：对任意的正整数***m***、***k***，均有$S_m>T_k$．

22．（10分）已知$f(x)=x^3+3ax^2+bx+a^2(a>1)$的图象在$x=-1$处的切线方程为$y=0$．

（1）求常数a,b的值；

（2）若方程$f(x)=c$在区间$[-4,1]$上有两个不同的实根，求实数c的值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

解对数不等式求得集合B，由此求得两个集合的交集.

【详解】

由$\log_2 x<1=\log_2 2$，解得$0<x<2$，故$B=(0,2)$.依题意$A=\{-1,0,1,2\}$，所以$A\cap B=\{1\}$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查对数不等式的解法，考查集合交集的概念和运算，属于基础题.

2、D

【解析】

根据等式和特征和所求代数式的值的特征用特殊值法进行求解即可.

【详解】

由$(1-x+x^2)^3\cdot(1-2x^2)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{14}x^{14}$可知：

令$x=0$，得$1=a_0\Rightarrow a_0=1$；

令$x=1$，得$1=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{14}\Rightarrow a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{14}=1(1)$；

令$x=-1$，得$27=a_0-a_1+a_2+(-a_3)+\cdots+a_{14}\Rightarrow a_0-a_1+a_2+(-a_3)+\cdots+a_{14}=27(2)$，

$(2)+(1)$得，$2(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{14})=28\Rightarrow a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{14}=14$，而$a_0=1$，所以

$a_2+a_4+\cdots+a_{14}=13$.

故选：D

【点睛】

本题考查了二项式定理的应用，考查了特殊值代入法，考查了数学运算能力.

3、A

【解析】

根据奇偶性的定义可判断出①正确；由周期函数特点知②错误；函数定义域为R，最值点即为极值点，由$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)\neq 0$知③错误；令$g(x)=f(x)-\frac{1}{x}$，在$x>0$和$x<0$两种情况下知$g(x)$均无零点，知④正确.

【详解】

由题意得：$f(x)$定义域为R，

Q $f(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{(-x)^2+1}=-\dfrac{\sin x}{x^2+1}=-f(x)$，$\therefore f(x)$为奇函数，图象关于原点对称，①正确；

Q $y=\sin x$为周期函数，$y=x^2+1$不是周期函数，$\therefore f(x)$不是周期函数，②错误；

Q $f'(x)=\dfrac{(x^2+1)\cos x-2x\sin x}{(x^2+1)^2}$，$\therefore f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\neq 0$，$\therefore f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$不是最值，③错误；

令$g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sin x}{x^2+1}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sin x-x-\frac{1}{x}}{x^2+1}$，

当$x>0$时，$\sin x<x$，$\dfrac{1}{x}>0$，$\therefore g(x)<0$，此时$f(x)$与$y=\dfrac{1}{x}$无交点；

当$x<0$时，$\sin x>x$，$\dfrac{1}{x}<0$，$\therefore g(x)>0$，此时$f(x)$与$y=\dfrac{1}{x}$无交点；

综上所述：$f(x)$与$y=\dfrac{1}{x}$无交点，④正确.

故选：A.

【点睛】

本题考查函数与导数知识的综合应用，涉及到函数奇偶性和周期性的判断、函数最值的判断、两函数交点个数问题的求解；本题综合性较强，对于学生的分析和推理能力有较高要求.

4、**D**

【解析】

利用导数求得$f(x)$在区间$\left[\dfrac{1}{e},e\right]$上的最大值和最小，根据三角形两边的和大于第三边列不等式，由此求得h的取值范围.

【详解】

$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=-\dfrac{1}{x}+1=\dfrac{x-1}{x}$，

所以$f(x)$在$\left(\dfrac{1}{e},1\right)$上递减，在$(1,e)$上递增，$f(x)$在$x=1$处取得极小值也即是最小值，$f(1)=-\ln 1+1+h=1+h$，

$f\left(\dfrac{1}{e}\right)=-\ln\dfrac{1}{e}+\dfrac{1}{e}+h=\dfrac{1}{e}+1+h$，$f(e)=-\ln e+e+h=e-1+h$，$f\left(\dfrac{1}{e}\right)<f(e)$，

所以$f(x)$在区间$\left[\dfrac{1}{e},e\right]$上的最大值为$f(e)=e-1+h$.

要使在区间$\left[\dfrac{1}{e},e\right]$上任取三个实数$a$，$b$，$c$均存在以$f(a)$，$f(b)$，$f(c)$为边长的三角形，

则需$f(a)+f(b)>f(c)$恒成立，且$f(1)>0$，

也即$\left[f(a)+f(b)\right]_{\min}>f(c)_{\max}$，也即当$a=b=1$、$c=e$时，$2f(1)>f(\mathrm{e})$成立，

即$2(1+h)>e-1+h$，且$f(1)>0$，解得$h>e-3$.所以h的取值范围是$(e-3,+\infty)$.

故选：D

【点睛】

本小题主要考查利用导数研究函数的最值，考查恒成立问题的求解，属于中档题.

5、C

【解析】

解不等式得出集合 *A*，根据交集的定义写出 *A*∩*B*.

【详解】

集合 $A=\{x|x^2-2x-3\leq 0\}=\{x|-1\leq x\leq 3\}$，

$B=\{\mathrm{x}|\mathrm{x}<2\}$，$\therefore A\cap B=\{x\,|\,-1\leq x<2\}$

故选 *C*.

【点睛】

本题考查了解不等式与交集的运算问题，是基础题.

6、C

【解析】

计算出$\overline{x_1}$、$\overline{x_2}$，进而可得出结论.

【详解】

由表格中的数据可知，$\overline{x_1}=\dfrac{96+95+96+89+97+98}{6}\approx 95.17$，

由频率分布直方图可知，$\overline{x_2}=75\times 0.2+85\times 0.3+95\times 0.5=88$，则$\overline{x_1}>\overline{x_2}$，

由于场外有数万名观众，所以，$\overline{x_2}<\overline{x}<\dfrac{\overline{x_1}+\overline{x_2}}{2}<\overline{x_1}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平均数的大小比较，涉及平均数公式以及频率分布直方图中平均数的计算，考查计算能力，属于基础题.

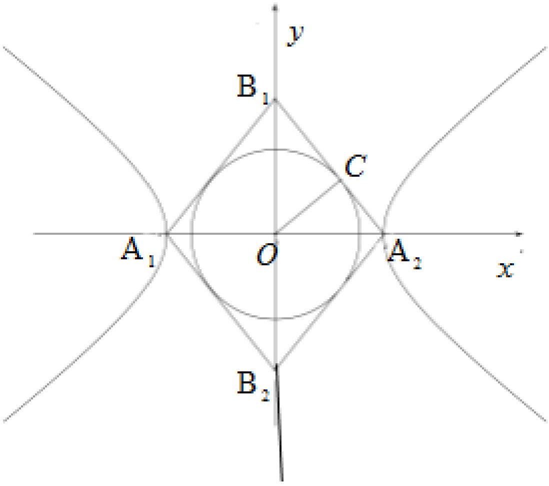
7、D

【解析】

根据题意画出几何关系，由四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积求得半径，结合四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 面积关系求得 c 与 ab 等量关系，再根据基本不等式求得 c 的取值范围，即可确定双曲线焦距的最小值.

【详解】

根据题意，画出几何关系如下图所示：



设四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆半径为 r，双曲线半焦距为 c，

则 $|OA_2|=a,|OB_1|=b,$

所以 $|A_2B_1|=\sqrt{a^2+b^2}=c$，

四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积为 18π，

则 $18\pi=\pi r^2$，解得 $|OC|=r=3\sqrt{2}$，

则 $S_{四边形A_1B_1A_2B_2}=\frac{1}{2}\cdot|A_1A_2|\cdot|B_1B_2|=4\times\frac{1}{2}\cdot|A_2B_1|\cdot|OC|$，

即 $\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot 2b=4\times\frac{1}{2}\cdot c\cdot 3\sqrt{2}$

故由基本不等式可得 $c=\frac{ab}{3\sqrt{2}}\le\frac{\frac{a^2+b^2}{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{c^2}{6\sqrt{2}}$，即 $c\ge 6\sqrt{2}$，

当且仅当 $a=b$ 时等号成立.

故焦距的最小值为 $12\sqrt{2}$.

故选：**D**

【点睛】

本题考查了双曲线的定义及其性质的简单应用，圆锥曲线与基本不等式综合应用，属于中档题.

8、D