2024 届内蒙古自治区包头市高三 3 月月考试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

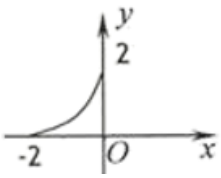
2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

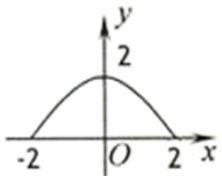
3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

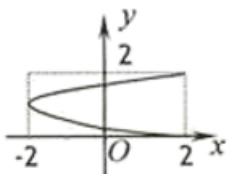
4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

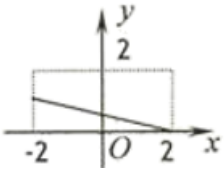
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若函数 $y=f(x)$ 的定义域为 M＝{x|－2≤x≤2}，值域为 N＝{y|0≤y≤2},则函数 $y=f(x)$ 的图像可能是（ ）

A．

B．

C．

D．

2．下列命题为真命题的个数是（　　）（其中 π，e 为无理数）

①$\sqrt{e}>\frac{3}{2}$；②$\ln\pi<\frac{2}{3}$；③$\ln 3<\frac{3}{e}$.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

3．已知复数 $z=\frac{1+i}{1-i}$，则 $\overline{z}$ 的虚部是（　　）

A．i　　B．$-i$　　C．-1　　D．1

4．设 $x\in\mathbf{R}$，则"$|x-1|<2$ "是"$x^2<x$"的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必条件

5．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零，且 $\frac{1}{a_1}$，$\frac{1}{a_3}$，$\frac{1}{a_4}$ 构成新的等差数列，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若存在 n 使得 $S_n=0$，则 $n=$（　　）

A．10　　B．11　　C．12　　D．13

6．若集合 $A=\{x|y=\sqrt{2-x}\},B=\{x|-3\le x\le 3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

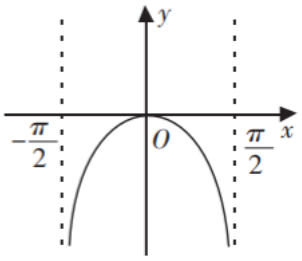
A．$[-3,2]$　　B．$\{x|2\le x\le 3\}$

C．$(2,3)$　　D．$\{x|-3\le x<2\}$

7．设命题p：函数$f(x)=e^{x}+e^{-x}$在R上递增，命题q：在ΔABC中，$A>B\Leftrightarrow\cos A<\cos B$，下列为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$p\vee(\neg q)$　　C．$(\neg p)\wedge q$　　D．$(\neg p)\wedge(\neg q)$

8．函数$y=f(x)$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上的大致图象如图所示，则$f(x)$可能是（　　）



A．$f(x)=\ln|\sin x|$

B．$f(x)=\ln(\cos x)$

C．$f(x)=-\sin|\tan x|$

D．$f(x)=-\tan|\cos x|$

9．已知$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且$A=60°$，$b=3$，AD为BC边上的中线，若$AD=\frac{7}{2}$，则$\triangle ABC$的面积为（　　）

A．$\frac{25\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{15\sqrt{3}}{4}$　　C．$\frac{15}{4}$　　D．$\frac{35\sqrt{3}}{4}$

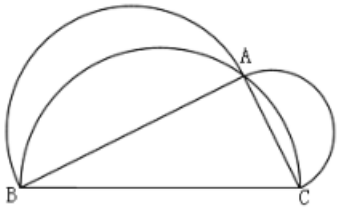
10．设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一个焦点为$F(c,0)$（$c>0$），且离心率等于$\sqrt{5}$，若该双曲线的一条渐近线被圆$x^2+y^2-2cx=0$截得的弦长为$2\sqrt{5}$，则该双曲线的标准方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　B．$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{100}=1$

C．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　D．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{25}=1$

11．如图是来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形ABC的斜边BC，直角边AB,AC.已知以直角边AC,AB为直径的半圆的面积之比为$\frac{1}{4}$，记$\angle ABC=\alpha$，则

$\sin 2\alpha =$（　　）



A. $\frac{9}{25}$　　**B.** $\frac{12}{25}$　　**C.** $\frac{3}{5}$　　**D.** $\frac{4}{5}$

12．已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=7$，$a_4=15$，则数列$\{a_n\}$的前 10 项和$S_{10}=$（　　）

A．100　　**B．210**　　**C．380**　　**D．400**

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=3a_n$,且$a_2+a_4+a_6=9$,则$\log_{\frac{1}{3}}(a_5+a_7+a_9)=$_____.

14．函数$f(x)=e^x-x-b$（e为自然对数的底数，$b\in R$），若函数$g(x)=f\left(f(x)-\frac{1}{2}\right)$恰有 4 个零点，则实数$b$的取值范围为_____.

15．设全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x\mid x^2-2x<0\}$，$B=\{x\mid x>1\}$，则集合$A\cap(\complement_U B)=$_____.

16．在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$内有一个与其各面都相切的球O_1，同时在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$外有一个外接球O_2.若$AB\perp BC$,$AB=3$，$BC=4$,则球O_2的表面积为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设函数$f(x)=|x+1|+|x-2a|+1$.

（1）当$a=1$时，解不等式$f(x)\le 6$；

（2）设$a<-\frac{1}{2}$，且当$2a\le x<-1$时，不等式$f(x)\le 2x+6$有解，求实数a的取值范围.

18．（12 分）已知函数$f(x)=x^2-a\ln x,\ a\in R$.

（1）若$f(x)$在$x=1$处取得极值，求a的值；

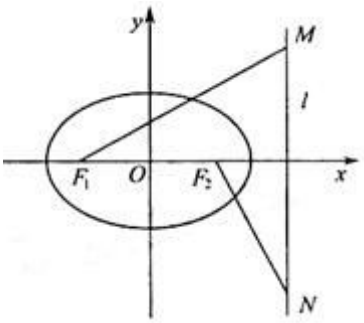
（2）求$f(x)$在区间$[1,+\infty)$上的最小值；

（3）在（1）的条件下，若$h(x)=x^2-f(x)$，求证：当$1<x<e^2$时，恒有$x<\frac{4+h(x)}{4-h(x)}$成立.

19.（12 分）设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，离心率 $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，右准线为 l，M,N 是 l 上的两个动点，$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$.

（Ⅰ）若 $\left|\overrightarrow{F_1M}\right|=\left|\overrightarrow{F_2N}\right|=2\sqrt{5}$，求 a,b 的值；

（Ⅱ）证明：当 $|MN|$ 取最小值时，$\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}$ 与 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 共线.



20.（12 分）已知 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列，a_2，a_4 是方程 $x^2-5x+6=0$ 的根.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=\left(1+\sqrt{3}\tan x\right)\cos^2 x$.

（Ⅰ）若 α 是第二象限角，且 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$，求 $f(\alpha)$ 的值；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的定义域和值域.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=ax^2+\cos x(a\in R)$

（1）当 $a=\frac{1}{2}$ 时，证明 $f'(x)\geq 0$，在 $[0,+\infty)$ 恒成立；

（2）若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极大值，求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

因为对 A 不符合定义域当中的每一个元素都有象，即可排除；

对 B 满足函数定义，故符合；

对 C 出现了定义域当中的一个元素对应值域当中的两个元素的情况，不符合函数的定义，从而可以否定；

对 D 因为值域当中有的元素没有原象，故可否定.

故选 B.

2、C

【解析】

对于①中，根据指数幂的运算性质和不等式的性质，可判定值正确的；对于②中，构造新函数 $f(x)=\ln x-\frac{2}{3},x>0$，利用导数得到函数为单调递增函数，进而得到 $f(\pi)>f(e)$，即可判定是错误的；对于③中，构造新函数 $f(x)=e\ln x-x,x>0$，利用导数求得函数的最大值为 $f(e)=0$，进而得到 $f(3)<0$，即可判定是正确的.

【详解】

由题意，对于①中，由 $(\sqrt{e})^2=e,(\frac{3}{2})=\frac{9}{4}=2.25$，可得 $e>2.25$，根据不等式的性质，可得 $\sqrt{e}>\frac{3}{2}$ 成立，所以是正确的；

对于②中，设函数 $f(x)=\ln x-\frac{2}{3},x>0$，则 $f'(x)=\frac{1}{x}>0$，所以函数为单调递增函数，

因为 $\pi>e$，则 $f(\pi)>f(e)$

又由 $f(e)=\ln e-\frac{2}{3}=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}>0$，所以 $f(\pi)>0$，即 $\ln\pi>\frac{2}{3}$，所以②不正确；

对于③中，设函数 $f(x)=e\ln x-x,x>0$，则 $f'(x)=\frac{e}{x}-1=\frac{e-x}{x}$，

当 $x\in(0,e)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 单调递增，

当 $x\in(e,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减，

所以当 $x=e$ 时，函数取得最大值，最大值为 $f(e)=e\ln e-e=0$，

所以 $f(3)=e\ln 3-3<0$，即 $e\ln 3<3$，即 $\ln 3<\frac{3}{e}$，所以是正确的.

故选：*C*.

【点睛】

本题主要考查了不等式的性质，以及导数在函数中的综合应用，其中解答中根据题意，合理构造新函数，利用导数求得函数的单调性和最值是解答的关键，着重考查了构造思想，以及推理与运算能力，属于中档试题.

3、C

【解析】

化简复数，分子分母同时乘以$1+i$，进而求得复数z，再求出$\bar{z}$，由此得到虚部.

【详解】

$z=\dfrac{1+i}{1-i}=i$，$\bar{z}=-i$，所以$\bar{z}$的虚部为-1.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查复数的乘法、除法运算，考查共轭复数的虚部，属于基础题.

4、B

【解析】

解出两个不等式的解集，根据充分条件和必要条件的定义，即可得到本题答案.

【详解】

由$|x-1|<2$，得$-1<x<3$，又由$x^2<x$，得$0<x<1$，

因为集合$\{x|0<x<1\}\subset\{x|-1<x<3\}$，

所以“$|x-1|<2$”是“$x^2<x$”的必要不充分条件.

故选：*B*

【点睛】

本题主要考查必要不充分条件的判断，其中涉及到绝对值不等式和一元二次不等式的解法.

5、D

【解析】

利用等差数列的通项公式可得$a_1=-6d$，再利用等差数列的前n项和公式即可求解.

【详解】

由$\dfrac{1}{a_1}$，$\dfrac{1}{a_3}$，$\dfrac{1}{a_4}$构成等差数列可得

$$\frac{1}{a_3}-\frac{1}{a_1}=\frac{1}{a_4}-\frac{1}{a_3}$$

即$\dfrac{a_1-a_3}{a_1a_3}=\dfrac{a_3-a_4}{a_3a_4}\Rightarrow\dfrac{-2d}{a_1}=\dfrac{-d}{a_4}\Rightarrow a_1=2a_4$

又$a_4=a_1+3d\Rightarrow a_1=2\left(a_1+3d\right)$

解得：$a_1=-6d$

又$S_n=\frac{n}{2}\left[2a_1+(n-1)d\right]=\frac{n}{2}(-12d+(n-1)d)=\frac{n}{2}d(n-13)$

所以$S_n=0$时，$n=13$.

故选：D

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式、等差数列的前n项和公式，需熟记公式，属于基础题.

6、A

【解析】

先确定集合A中的元素，然后由交集定义求解.

【详解】

Q $A=\left\{x\middle|y=\sqrt{2-x}\right\}=\left\{x\middle|x\le 2\right\},B=\left\{x\middle|-3\le x\le 3\right\}$，$\therefore \mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\left\{x\middle|-3\le x\le 2\right\}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查求集合的交集运算，掌握交集定义是解题关键.

7、C

【解析】

命题p：函数$f(x)=e^x+e^{-x}$在$(-\infty,0)$上单调递减，即可判断出真假. 命题q：在ΔABC中，利用余弦函数单调性判断出真假.

【详解】

解：命题p：函数$f(x)=e^x+e^{-x}$，所以$f'(x)=e^x-e^{-x}$，当$x<0$时，$f'(x)<0$，即函数在$(-\infty,0)$上单调递减，因此是假命题.

命题q：在ΔABC中，$A,B\in(0,\pi),y=\cos x$在$(0,\pi)$上单调递减，所以$A>B\Leftrightarrow\cos A<\cos B$，是真命题.

则下列命题为真命题的是$(\neg p)\wedge q$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了函数的单调性、正弦定理、三角形边角大小关系、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

8、B

【解析】

根据特殊值及函数的单调性判断即可；

【详解】

解：当$x=0$时，$\sin 0=0$，$\ln|\sin 0|$无意义，故排除 A；

又$\cos 0=1$，则$f(0)=-\tan|\cos 0|=-\tan 1\neq 0$，故排除 D；

对于 C，当$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$|\tan x|>0$，所以$f(x)=-\sin|\tan x|$不单调，故排除 C；

故选：B

【点睛】

本题考查根据函数图象选择函数解析式，这类问题利用特殊值与排除法是最佳选择，属于基础题.

9、B

【解析】

延长AD到E，使$AD=DE$，连接BE,CE，则四边形$ABEC$为平行四边形，根据余弦定理可求出$AB=5$，进而可得$\triangle ABC$的面积.

【详解】

解：延长AD到E，使$AD=DE$，连接BE,CE，则四边形$ABEC$为平行四边形，

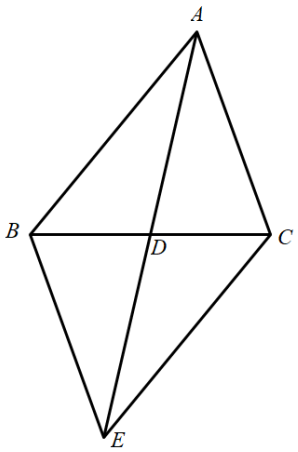
则$BE=AC=3$，$\angle ABE=180^\circ-60^\circ=120^\circ$，$AE=2AD=7$，

在$\triangle ABE$中，$AE^2=AB^2+BE^2-2AB\cdot BE\cos\angle ABE$

则$7^2=AB^2+3^2-2\times AB\times 3\times\cos 120^\circ$，得$AB=5$，

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\times 5\times 3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}.$$

故选：B.



【点睛】

本题考查余弦定理的应用，考查三角形面积公式的应用，其中根据中线作出平行四边形是关键，是中档题.

10、C

【解析】

由题得$\frac{c}{a}=\sqrt{5}$，$\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=b=\sqrt{c^2-5}$，又$a^2+b^2=c^2$，联立解方程组即可得$a^2=5$，$b^2=20$，进而得出双曲线方程.

【详解】

由题得$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$　　①

又该双曲线的一条渐近线方程为$bx-ay=0$，且被圆 $x^2+y^2-2cx=0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$，

所以$\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=b=\sqrt{c^2-5}$　　②

又$a^2+b^2=c^2$　　③

由①②③可得：$a^2=5$，$b^2=20$，

所以双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，圆的方程的有关计算，考查了学生的计算能力.

11、D

【解析】

由半圆面积之比，可求出两个直角边 AB, AC 的长度之比，从而可知 $\tan\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$，结合同角三角函数的基本关系，即可求出 $\sin\alpha,\cos\alpha$，由二倍角公式即可求出 $\sin 2\alpha$.

【详解】

解：由题意知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，以 AB 为直径的半圆面积 $S_1=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AB}{2}\right)^2$，

以 AC 为直径的半圆面积 $S_2=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AC}{2}\right)^2$，则 $\frac{S_2}{S_1}=\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{1}{4}$，即 $\tan\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$.

由 $\begin{cases}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1}{2}\end{cases}$，得 $\begin{cases}\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}\\ \cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}\end{cases}$，所以 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{4}{5}$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了同角三角函数的基本关系，考查了二倍角公式.本题的关键是由面积比求出角的正切值.

12、B

【解析】

设 $\{a_n\}$ 公差为 d，由已知可得 a_3，进而求出 $\{a_n\}$ 的通项公式，即可求解.

【详解】

设 $\{a_n\}$ 公差为 d，$a_2=7$，$a_4=15$，

$\therefore a_3=\frac{a_2+a_4}{2}=11, d=a_3-a_2=4$，

$\therefore a_n=4n-1, \therefore S_{10}=\frac{10\times(3+39)}{2}=210$.

故选：B.

【点睛】

本题考查等差数列的基本量计算以及前 n 项和，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、 -5

【解析】

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=3a_n$ 知，数列以 3 为公比的等比数列，再由已知结合等比数列的性质求得 $\log_{\frac{1}{3}}(a_5+a_7+a_9)$ 的值即

可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/595032042324011303