

期末复习（压轴题 49 题 20 个考点）

一. 规律型：数字的变化类（共 1 小题）

1. 为了求 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2011}+2^{2012}$ 的值，可令 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2011}+2^{2012}$ ，则 $2S=2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2012}+2^{2013}$ ，因此 $2S-S=2^{2013}-1$ ，所以 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2012}=2^{2013}-1$ 。仿照以上方法计算 $1+5+5^2+5^3+\cdots+5^{2012}$ 的值是（ ）

- A. $5^{2013}-1$ B. $5^{2013}+1$ C. $\frac{5^{2013}-4}{4}$ D. $\frac{5^{2013}-1}{4}$

【答案】D

【解答】解：令 $S=1+5+5^2+5^3+\cdots+5^{2012}$ ，

则 $5S=5+5^2+5^3+\cdots+5^{2012}+5^{2013}$ ，

$5S-S=-1+5^{2013}$ ，

$4S=5^{2013}-1$ ，

则 $S=\frac{5^{2013}-1}{4}$ 。

故选：D。

二. 同底数幂的乘法（共 1 小题）

2. 阅读材料：求 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2013}$ 的值。

解：设 $S=1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2012}+2^{2013}$ ，将等式两边同时乘 2 得：

$$2S=2+2^2+2^3+2^4+2^5+\cdots+2^{2013}+2^{2014}$$

将下式减去上式得 $2S-S=2^{2014}-1$

$$\text{即 } S=2^{2014}-1$$

$$\text{即 } 1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2013}=2^{2014}-1$$

请你仿照此法计算：

$$(1) 1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{10}$$

$$(2) 1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n \text{ (其中 } n \text{ 为正整数)}.$$

【答案】见试题解答内容

【解答】解：(1) 设 $S=1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{10}$ ，

将等式两边同时乘 2 得： $2S=2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{10}+2^{11}$ ，

将下式减去上式得： $2S-S=2^{11}-1$ ，即 $S=2^{11}-1$ ，

则 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{10}=2^{11}-1$ ；

(2) 设 $S=1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n$ ①,

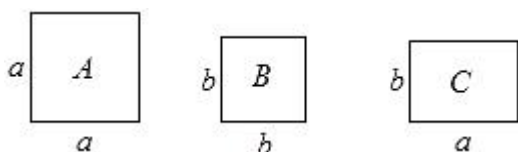
两边同时乘 3 得: $3S=3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n+3^{n+1}$ ②,

② - ① 得: $3S - S = 3^{n+1} - 1$, 即 $S = \frac{1}{2} (3^{n+1} - 1)$,

则 $1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n = \frac{1}{2} (3^{n+1} - 1)$.

三. 多项式乘多项式 (共 1 小题)

3. 如图, 正方形卡片 A 类, B 类和长方形卡片 C 类若干张, 如果要拼一个长为 $(a+2b)$, 宽为 $(a+b)$ 的大长方形, 则需要 C 类卡片 3 张.



【答案】见试题解答内容

【解答】解: $(a+2b)(a+b) = a^2 + 3ab + 2b^2$.

则需要 C 类卡片 3 张.

故答案为: 3.

四. 完全平方公式 (共 3 小题)

4. 已知 $a - b = b - c = \frac{3}{5}$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 则 $ab + bc + ca$ 的值等于 $-\frac{2}{25}$.

【答案】见试题解答内容

【解答】解: $\because a - b = b - c = \frac{3}{5}$,

$$\therefore (a - b)^2 = \frac{9}{25}, (b - c)^2 = \frac{9}{25}, a - c = \frac{6}{5},$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 2ab = \frac{9}{25}, b^2 + c^2 - 2bc = \frac{9}{25}, a^2 + c^2 - 2ac = \frac{36}{25},$$

$$\therefore 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca) = \frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{36}{25} = \frac{54}{25},$$

$$\therefore 2 - 2(ab + bc + ca) = \frac{54}{25},$$

$$\therefore 1 - (ab + bc + ca) = \frac{54}{50},$$

$$\therefore ab + bc + ca = -\frac{4}{50} = -\frac{2}{25}.$$

故答案为: $-\frac{2}{25}$.

5. 请看杨辉三角（1），并观察下列等式（2）：

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

(1)

$$\begin{aligned}
 (a+b)^1 &= a+b \\
 (a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2 \\
 (a+b)^3 &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 (a+b)^4 &= a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4
 \end{aligned}$$

(2)

根据前面各式的规律，则 $(a+b)^6 = a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$.

【答案】见试题解答内容

【解答】解： $(a+b)^6=a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$

故本题答案为： $a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$

6. 回答下列问题

(1) 填空： $x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-\underline{2}=(x-\frac{1}{x})^2+\underline{2}$

(2) 若 $a+\frac{1}{a}=5$ ，则 $a^2+\frac{1}{a^2}=\underline{23}$ ；

(3) 若 $a^2-3a+1=0$ ，求 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 的值.

【答案】见试题解答内容

【解答】解：（1）2、2.

（2）23.

（3） $\because a=0$ 时方程不成立，

$\therefore a \neq 0$,

$\because a^2-3a+1=0$

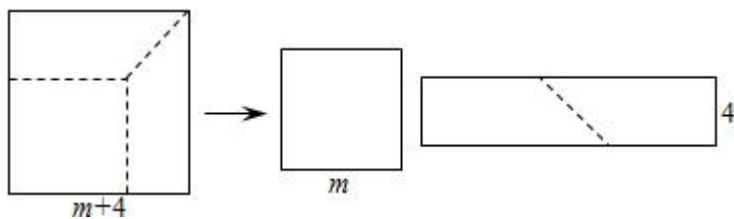
两边同除 a 得： $a-3+\frac{1}{a}=0$,

移项得： $a+\frac{1}{a}=3$,

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=(a+\frac{1}{a})^2-2=7$.

五. 平方差公式的几何背景（共 1 小题）

7. 如图，边长为 $m+4$ 的正方形纸片剪出一个边长为 m 的正方形之后，剩余部分可剪拼成一个矩形，若拼成的矩形一边长为 4，则另一边长为 $\underline{2m+4}$.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：设拼成的矩形的另一边长为 x ，

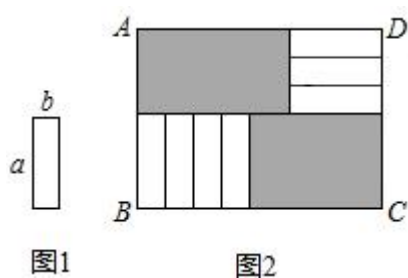
$$\text{则 } 4x = (m+4)^2 - m^2 = (m+4+m)(m+4-m),$$

$$\text{解得 } x = 2m+4.$$

故答案为： $2m+4$ 。

六．整式的混合运算（共 1 小题）

8. 7 张如图 1 的长为 a ，宽为 b ($a > b$) 的小长方形纸片，按图 2 的方式不重叠地放在矩形 $ABCD$ 内，未被覆盖的部分（两个矩形）用阴影表示．设左上角与右下角的阴影部分的面积的差为 S ，当 BC 的长度变化时，按照同样的放置方式， S 始终保持不变，则 a, b 满足（ ）



- A. $a = \frac{5}{2}b$ B. $a = 3b$ C. $a = \frac{7}{2}b$ D. $a = 4b$

【答案】B

【解答】解：左上角阴影部分的长为 AE ，宽为 $AF = 3b$ ，右下角阴影部分的长为 PC ，宽为 a ，

$$\because AD = BC, \text{ 即 } AE + ED = AE + a, BC = BP + PC = 4b + PC,$$

$$\therefore AE + a = 4b + PC, \text{ 即 } AE - PC = 4b - a,$$

$$\therefore \text{阴影部分面积之差 } S = AE \cdot AF - PC \cdot CG = 3bAE - aPC = 3b(PC + 4b - a) - aPC = (3b - a)PC + 12b^2 - 3ab,$$

$$\text{则 } 3b - a = 0, \text{ 即 } a = 3b.$$

解法二：既然 BC 是变化的，当点 P 与点 C 重合开始，然后 BC 向右伸展，

设向右伸展长度为 X ，左上阴影增加的是 $3bX$ ，右下阴影增加的是 aX ，因为 S 不变，

$\therefore$ 增加的面积相等，

$$\therefore 3bX = aX,$$

$$\therefore a = 3b.$$

故选：B.

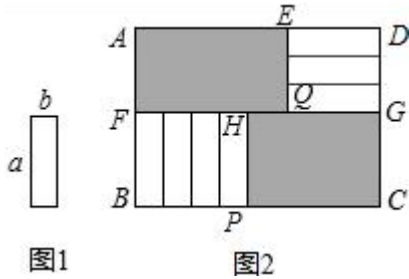


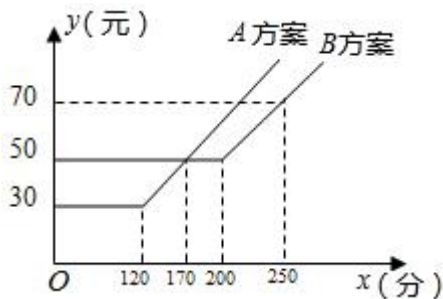
图1

图2

七. 函数的图象 (共 4 小题)

9. 如图, 某电信公司提供了 A, B 两种方案的移动通讯费用 y (元) 与通话时间 x (分) 之间的关系, 则下列结论中正确的有 ()

- (1) 若通话时间少于 120 分, 则 A 方案比 B 方案便宜 20 元;
- (2) 若通话时间超过 200 分, 则 B 方案比 A 方案便宜 12 元;
- (3) 若通讯费用为 60 元, 则 B 方案比 A 方案的通话时间多;
- (4) 若两种方案通讯费用相差 10 元, 则通话时间是 145 分或 185 分.



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解答】解: 依题意得

A : (1) 当 $0 \leq x \leq 120$, $y_A = 30$,

(2) 当 $x > 120$, $y_A = 30 + (x - 120) \times [(50 - 30) \div (170 - 120)] = 0.4x - 18$;

B : (1) 当 $0 \leq x < 200$, $y_B = 50$,

当 $x > 200$, $y_B = 50 + [(70 - 50) \div (250 - 200)](x - 200) = 0.4x - 30$,

所以当 $x \leq 120$ 时, A 方案比 B 方案便宜 20 元, 故 (1) 正确;

当 $x \geq 200$ 时, B 方案比 A 方案便宜 12 元, 故 (2) 正确;

当 $y=60$ 时, $A: 60=0.4x-18, \therefore x=195$,

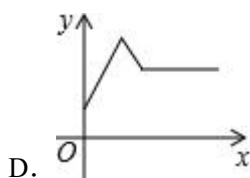
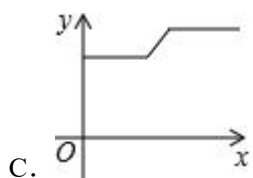
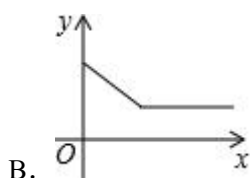
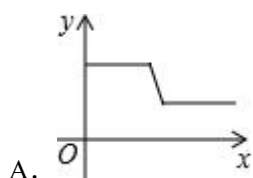
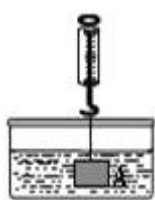
$B: 60=0.4x-30, \therefore x=225$, 故 (3) 正确;

当 B 方案为 50 元, A 方案是 40 元或者 60 元时, 两种方案通讯费用相差 10 元,

将 $y_A=40$ 或 60 代入, 得 $x=145$ 分或 195 分, 故 (4) 错误;

故选: C .

10. 在物理实验课上, 小明用弹簧秤将铁块 A 悬于盛有水的水槽中, 然后匀速向上提起 (不考虑水的阻力), 直至铁块完全露出水面一定高度, 则下图能反映弹簧秤的读数 y (单位 N) 与铁块被提起的高度 x (单位 cm) 之间的函数关系的大致图象是 ()



【答案】 C

【解答】解: 因为小明用弹簧秤将铁块 A 悬于盛有水的水槽中, 然后匀速向上提起, 直至铁块完全露出水面一定高度.

则露出水面前读数 y 不变, 出水面后 y 逐渐增大, 离开水面后 y 不变.

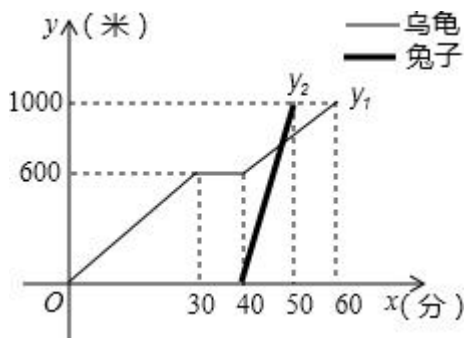
故选: C .

11. “龟兔首次赛跑”之后, 输了比赛的兔子没有气馁, 总结反思后, 和乌龟约定再赛一场. 图中的函数图象刻画了“龟兔再次赛跑”的故事 (x 表示乌龟从起点出发所行的时间, y_1 表示乌龟所行的路程, y_2 表示兔子所行的路程). 有下列说法:

- ① “龟兔再次赛跑”的路程为 1000 米;
- ② 兔子和乌龟同时从起点出发;
- ③ 乌龟在途中休息了 10 分钟;

④兔子在途中 750 米处追上乌龟.

其中正确的说法是 ①③④. (把你认为正确说法的序号都填上)



【答案】见试题解答内容

【解答】解：根据图象可知：

龟兔再次赛跑的路程为 1000 米，故①正确；

兔子在乌龟跑了 40 分钟之后开始跑，故②错误；

乌龟在 30 - - 40 分钟时的路程为 0，故这 10 分钟乌龟没有跑在休息，故③正确；

$y_1 = 20x - 200$ ($40 \leq x \leq 60$), $y_2 = 100x - 4000$ ($40 \leq x \leq 50$), 当 $y_1 = y_2$ 时，兔子追上乌龟，

此时 $20x - 200 = 100x - 4000$,

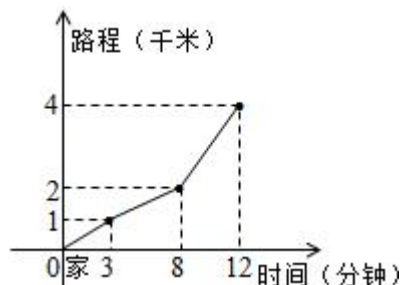
解得： $x = 47.5$,

$y_1 = y_2 = 750$ 米，即兔子在途中 750 米处追上乌龟，故④正确.

综上可得①③④正确.

故答案为：①③④.

12. 小高从家门口骑车去单位上班，先走平路到达点 A，再走上坡路到达点 B，最后走下坡路到达工作单位，所用的时间与路程的关系如图所示. 下班后，如果他沿原路返回，且走平路、上坡路、下坡路的速度分别保持和去上班时一致，那么他从单位到家门口需要的时间是 15 分钟.



【答案】见试题解答内容

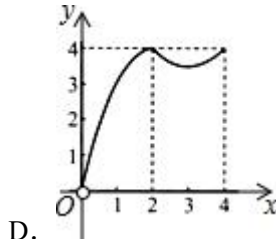
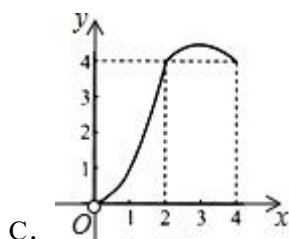
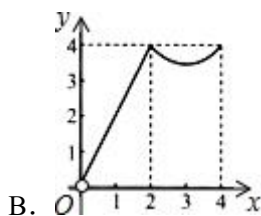
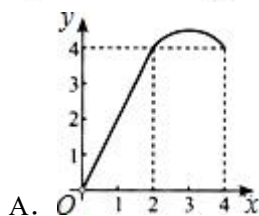
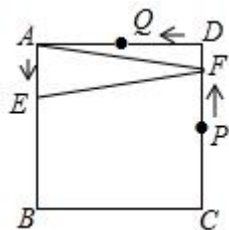
【解答】解：先算出平路、上坡路和下坡路的速度分别为 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$ 和 $\frac{1}{2}$ (千米/分)，

所以他从单位到家门口需要的时间是 $2 \div \frac{1}{5} + 1 \div \frac{1}{2} + 1 \div \frac{1}{3} = 15$ (分钟).

故答案为: 15.

八. 二次函数的图象 (共 1 小题)

13. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 P 、 Q 分别是 CD 、 AD 的中点, 动点 E 从点 A 向点 B 运动, 到点 B 时停止运动; 同时, 动点 F 从点 P 出发, 沿 $P \rightarrow D \rightarrow Q$ 运动, 点 E 、 F 的运动速度相同. 设点 E 的运动路程为 x , $\triangle AEF$ 的面积为 y , 能大致刻画 y 与 x 的函数关系的图象是 ()

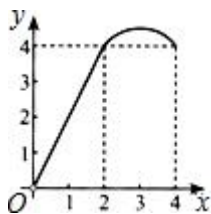


【答案】A

【解答】解: 当 F 在 PD 上运动时, $\triangle AEF$ 的面积为 $y = \frac{1}{2} AE \cdot AD = 2x$ ($0 \leq x \leq 2$),

当 F 在 AD 上运动时, $\triangle AEF$ 的面积为 $y = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} x(6-x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ ($2 < x \leq 4$),

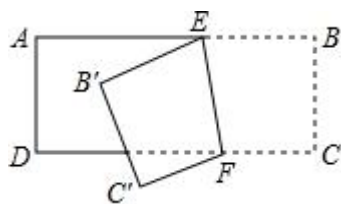
图象为:



故选: A.

九. 平行线的性质 (共 2 小题)

14. 如图, 将长方形 $ABCD$ 沿线段 EF 折叠到 $EB'C'F$ 的位置, 若 $\angle EFC' = 100^\circ$, 则 $\angle DFC'$ 的度数为 ()



- A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

【答案】A

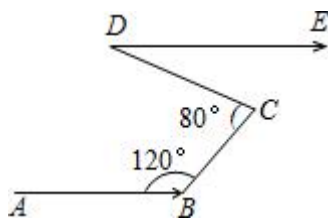
【解答】解：由翻折知， $\angle EFC = \angle EFC' = 100^\circ$ ，

$$\therefore \angle EFC + \angle EFC' = 200^\circ，$$

$$\therefore \angle DFC' = \angle EFC + \angle EFC' - 180^\circ = 200^\circ - 180^\circ = 20^\circ，$$

故选：A.

15. 珠江流域某江段江水流向经过 B 、 C 、 D 三点拐弯后与原来相同，如图，若 $\angle ABC = 120^\circ$ ， $\angle BCD = 80^\circ$ ，则 $\angle CDE =$ 20 度.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：过点 C 作 $CF \parallel AB$ ，

已知珠江流域某江段江水流向经过 B 、 C 、 D 三点拐弯后与原来相同，

$$\therefore AB \parallel DE，$$

$$\therefore CF \parallel DE，$$

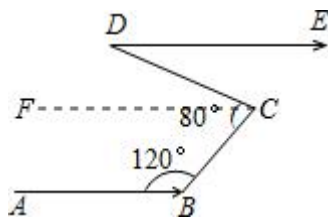
$$\therefore \angle BCF + \angle ABC = 180^\circ，$$

$$\therefore \angle BCF = 60^\circ，$$

$$\therefore \angle DCF = 20^\circ，$$

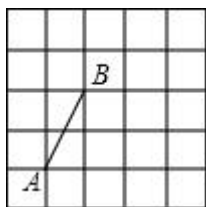
$$\therefore \angle CDE = \angle DCF = 20^\circ。$$

故答案为：20.



一十. 三角形的面积（共4小题）

16. 在如图的方格纸中，每个小方格都是边长为 1 的正方形，点 A 、 B 是方格纸中的两个格点（即正方形的顶点），在这个 5×5 的方格纸中，找出格点 C 使 $\triangle ABC$ 的面积为 2 个平方单位，则满足条件的格点 C 的个数是（ ）

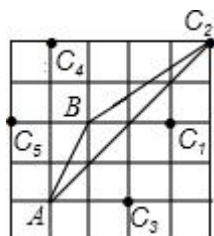


- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

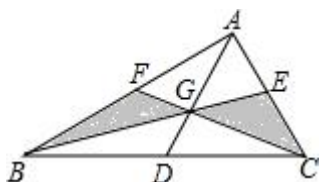
【答案】A

【解答】解：满足条件的 C 点有 5 个，如图平行于 AB 的直线上，与网格的所有交点就是。

故选：A.



17. 如图， $\triangle ABC$ 三边的中线 AD 、 BE 、 CF 的公共点为 G ，若 $S_{\triangle ABC} = 12$ ，则图中阴影部分的面积是 4 .



【答案】见试题解答内容

【解答】方法 1

解： $\because \triangle ABC$ 的三条中线 AD 、 BE 、 CF 交于点 G ，

$$\therefore S_{\triangle CGE} = S_{\triangle AGE} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACF}, \quad S_{\triangle BGF} = S_{\triangle BGD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCF},$$

$$\because S_{\triangle ACF} = S_{\triangle BCF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle CGE} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACF} = \frac{1}{3} \times 6 = 2, \quad S_{\triangle BGF} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCF} = \frac{1}{3} \times 6 = 2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle CGE} + S_{\triangle BGF} = 4.$$

故答案为 4.

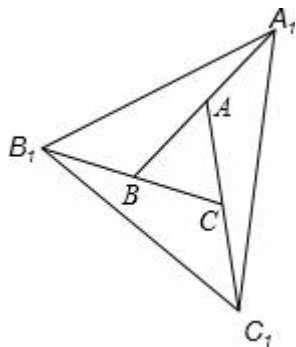
方法 2

设 $\triangle AFG$, $\triangle BFG$, $\triangle BDG$, $\triangle CDG$, $\triangle CEG$, $\triangle AEG$ 的面积分别为 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$, 根据中线平分三角形面积可得: $S_1=S_2, S_3=S_4, S_5=S_6, S_1+S_2+S_3=S_4+S_5+S_6$ ①, $S_2+S_3+S_4=S_1+S_5+S_6$ ②

由① - ②可得 $S_1=S_4$, 所以 $S_1=S_2=S_3=S_4=S_5=S_6=2$, 故阴影部分的面积为 4.

故答案为: 4.

18. 如图, A, B, C 分别是线段 A_1B, B_1C, C_1A 的中点, 若 $\triangle ABC$ 的面积是 1, 那么 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积 7.



【答案】见试题解答内容

【解答】解: 如图, 连接 AB_1, BC_1, CA_1 ,

$\because A, B$ 分别是线段 A_1B, B_1C 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABB_1} = S_{\triangle ABC} = 1,$$

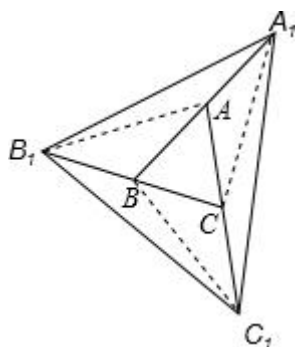
$$S_{\triangle A_1AB_1} = S_{\triangle ABB_1} = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle A_1BB_1} = S_{\triangle A_1AB_1} + S_{\triangle ABB_1} = 1 + 1 = 2,$$

$$\text{同理: } S_{\triangle B_1CC_1} = 2, S_{\triangle A_1AC_1} = 2,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1 \text{ 的面积} = S_{\triangle A_1BB_1} + S_{\triangle B_1CC_1} + S_{\triangle A_1AC_1} + S_{\triangle ABC} = 2 + 2 + 2 + 1 = 7.$$

故答案为: 7.



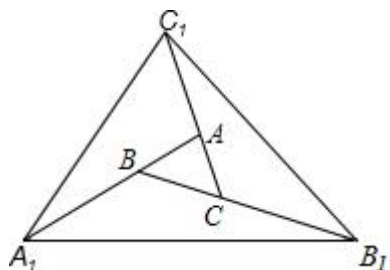
19. 如图, 对面积为 s 的 $\triangle ABC$ 逐次进行以下操作:

第一次操作, 分别延长 AB, BC, CA 至点 A_1, B_1, C_1 , 使得 $A_1B=2AB, B_1C=2BC, C_1A=2CA$, 顺次连接 A_1, B_1, C_1 , 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 记其面积为 S_1 ;

第二次操作，分别延长 A_1B_1 、 B_1C_1 、 C_1A_1 至点 A_2 、 B_2 、 C_2 ，使得 $A_2B_1=2A_1B_1$ ， $B_2C_1=2B_1C_1$ ， $C_2A_1=2C_1A_1$ 顺次连接 A_2 、 B_2 、 C_2 ，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，记其面积为 S_2 ；

…；

按此规律继续下去，可得到 $\triangle A_nB_nC_n$ ，则其面积 $S_n = \underline{19^n \cdot S}$ 。



【答案】见试题解答内容

【解答】解：连接 A_1C ；

$$S_{\triangle AA_1C} = 3S_{\triangle ABC} = 3S,$$

$$S_{\triangle AA_1C_1} = 2S_{\triangle AA_1C} = 6S,$$

$$\text{所以 } S_{\triangle A_1B_1C_1} = 6S \times 3 + 1S = 19S;$$

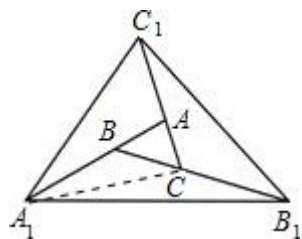
$$\text{同理得 } S_{\triangle A_2B_2C_2} = 19S \times 19 = 361S;$$

$$S_{\triangle A_3B_3C_3} = 361S \times 19 = 6859S,$$

$$S_{\triangle A_4B_4C_4} = 6859S \times 19 = 130321S,$$

$$S_{\triangle A_5B_5C_5} = 130321S \times 19 = 2476099S,$$

从中可以得出一个规律，延长各边后得到的三角形是原三角形的 19 倍，所以延长第 n 次后，得到 $\triangle A_nB_nC_n$ ，则其面积 $S_n = 19^n \cdot S$ 。



一十一．三角形内角和定理（共 3 小题）

20. 已知 $\triangle ABC$ ，

(1) 如图 1，若 P 点是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线的交点，则 $\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ；

(2) 如图 2，若 P 点是 $\angle ABC$ 和外角 $\angle ACE$ 的角平分线的交点，则 $\angle P = 90^\circ - \angle A$ ；

(3) 如图 3，若 P 点是外角 $\angle CBF$ 和 $\angle BCE$ 的角平分线的交点，则 $\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ 。

上述说法正确的个数是（ ）

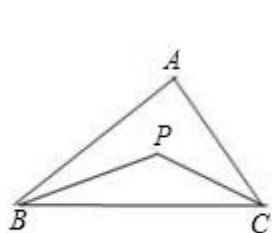


图1

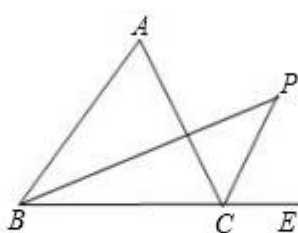


图2

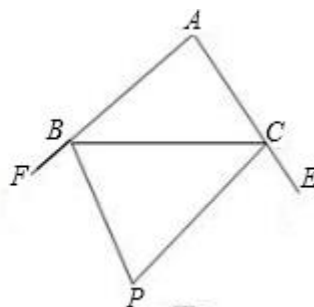


图3

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】C

【解答】解：（1）若 P 点是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线的交点，

$$\text{则 } \angle PBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle PCB = \frac{1}{2} \angle ACB$$

$$\text{则 } \angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A)$$

在 $\triangle BCP$ 中利用内角和定理得到：

$$\angle P = 180 - (\angle PBC + \angle PCB) = 180 - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A,$$

故成立；

（2）当 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle A = 90^\circ$ 时，结论不成立；

（3）若 P 点是外角 $\angle CBF$ 和 $\angle BCE$ 的角平分线的交点，

$$\text{则 } \angle PBC = \frac{1}{2} \angle FBC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle ABC) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\angle BCP = \frac{1}{2} \angle BCE = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ACB$$

$$\therefore \angle PBC + \angle BCP = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB)$$

$$\text{又 } \because \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$$

$$\therefore \angle PBC + \angle BCP = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A,$$

在 $\triangle BCP$ 中利用内角和定理得到：

$$\angle P = 180 - (\angle PBC + \angle PCB) = 180 - \frac{1}{2} (180^\circ + \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A,$$

故成立.

$\therefore$ 说法正确的个数是 2 个.

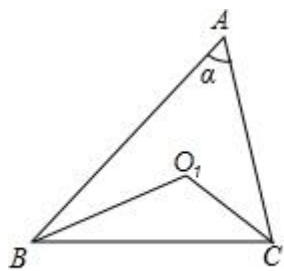
故选：C.

21. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \alpha$. 在图(1)中 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的角平分线交于点 O_1 , 则可计算得 $\angle BO_1C = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$;

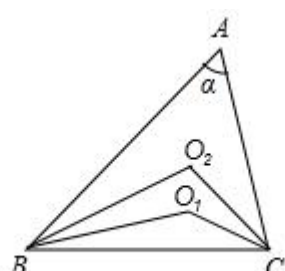
在图(2)中, 设 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的两条三等分角线分别对应交于 O_1 、 O_2 , 则 $\angle BO_2C = 60^\circ + \frac{2}{3}\alpha$; 请你

猜想, 当 $\angle B$ 、 $\angle C$ 同时 n 等分时, $(n-1)$ 条等分角线分别对应交于 O_1 、 O_2 , $\dots$, O_{n-1} , 如图(3), 则

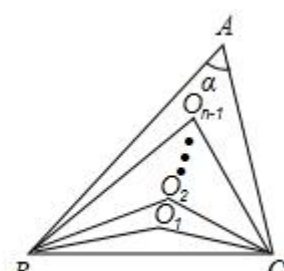
$\angle BO_{n-1}C = \frac{(n-1)\alpha}{n} + \frac{180^\circ}{n}$ (用含 n 和 α 的代数式表示).



图(1)



图(2)



图(3)

【答案】见试题解答内容

【解答】解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle A = \alpha$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \alpha,$$

$\because O_2B$ 和 O_2C 分别是 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的三等分线,

$$\therefore \angle O_2BC + \angle O_2CB = \frac{2}{3}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{2}{3}(180^\circ - \alpha) = 120^\circ - \frac{2}{3}\alpha;$$

$$\therefore \angle BO_2C = 180^\circ - (\angle O_2BC + \angle O_2CB) = 180^\circ - (120^\circ - \frac{2}{3}\alpha) = 60^\circ + \frac{2}{3}\alpha;$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle A = \alpha$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \alpha,$$

$\because O_{n-1}B$ 和 $O_{n-1}C$ 分别是 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的 n 等分线,

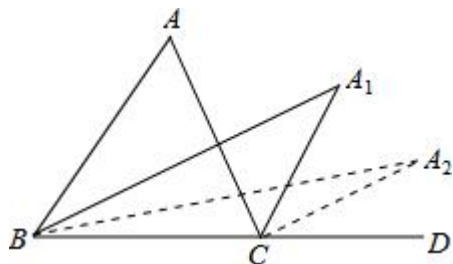
$$\therefore \angle O_{n-1}BC + \angle O_{n-1}CB = \frac{n-1}{n}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{n-1}{n}(180^\circ - \alpha) = \frac{180^\circ(n-1)}{n} - \frac{(n-1)\alpha}{n}.$$

$$\therefore \angle BO_{n-1}C = 180^\circ - (\angle O_{n-1}BC + \angle O_{n-1}CB) = 180^\circ - (\frac{180^\circ(n-1)}{n} - \frac{(n-1)\alpha}{n}) = \frac{(n-1)\alpha}{n} + \frac{180^\circ}{n}.$$

故答案为: $60^\circ + \frac{2}{3}\alpha$; $\frac{(n-1)\alpha}{n} + \frac{180^\circ}{n}$.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = m^\circ$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1 , 得 $\angle A_1$; $\angle A_1BC$ 和 $\angle A_1CD$ 的

平分线交于点 A_2 , 得 $\angle A_2$; $\dots$ $\angle A_{2012}BC$ 和 $\angle A_{2012}CD$ 的平分线交于点 A_{2013} , 则 $\angle A_{2013} = \frac{m}{2^{2013}}$ 度.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：∵ A_1B 平分 $\angle ABC$ ， A_1C 平分 $\angle ACD$ ，

$$\therefore \angle A_1BC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle A_1CA = \frac{1}{2} \angle ACD,$$

$$\therefore \angle A_1CD = \angle A_1 + \angle A_1BC,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \angle ACD = \angle A_1 + \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{1}{2} (\angle ACD - \angle ABC),$$

$$\therefore \angle A + \angle ABC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACD - \angle ABC,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{1}{2} m^\circ,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{1}{2} \angle A, \quad \angle A_2 = \frac{1}{2} \angle A_1 = \frac{1}{2^2} \angle A,$$

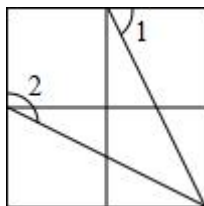
...

$$\text{以此类推 } \angle A_{2013} = \frac{1}{2^{2013}} \angle A = \frac{m}{2^{2013}}^\circ.$$

$$\text{故答案为: } \frac{m}{2^{2013}}.$$

一十二. 全等图形 (共 1 小题)

23. 如图是由 4 个相同的小正方形组成的网格图，其中 $\angle 1 + \angle 2$ 等于 ()



A. 150°

B. 180°

C. 210°

D. 225°

【答案】B

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EDC$ 中，

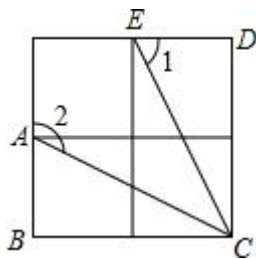
$$\begin{cases} AB=ED \\ \angle D=\angle B, \\ BC=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SAS),

$\therefore \angle BAC = \angle 1$,

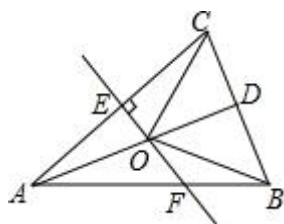
$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

故选：B.



一十三. 全等三角形的判定 (共 3 小题)

24. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 是 BC 的中点， AC 的垂直平分线分别交 AC 、 AD 、 AB 于点 E 、 O 、 F ，则图中全等三角形的对数是（ ）



- A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对

【答案】D

【解答】解： $\because AB=AC$ ， D 为 BC 中点，

$\therefore CD=BD$ ， $\angle BDO = \angle CDO = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ AD=AD, \\ BD=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$; (SSS)

$\because EF$ 垂直平分 AC ，

$\therefore OA=OC$ ， $AE=CE$ ，

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COE$ 中，

$$\begin{cases} OA=OC \\ OE=OE, \\ AE=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COE$ (SSS);

在 $\triangle BOD$ 和 $\triangle COD$ 中,

$$\begin{cases} BD=CD \\ \angle BDO=\angle CDO, \\ OD=OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BOD \cong \triangle COD$ (SAS);

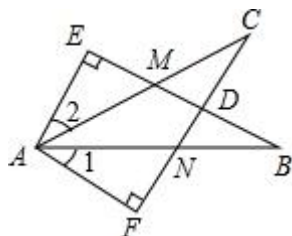
在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle AOB$ 中,

$$\begin{cases} AC=AB \\ OA=OA, \\ OC=OB \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle AOB$ (SSS);

故选: D.

25. 如图 EB 交 AC 于 M , 交 FC 于 D , AB 交 FC 于 N , $\angle E = \angle F = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, $AE = AF$. 给出下列结论: ① $\angle 1 = \angle 2$; ② $BE = CF$; ③ $\triangle ACN \cong \triangle ABM$; ④ $CD = DN$. 其中正确的结论有 ①②③ (填序号).



【答案】见试题解答内容

【解答】解: $\because \angle B + \angle BAE = 90^\circ$, $\angle C + \angle CAF = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (①正确)

$\because \angle E = \angle F = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, $AE = AF$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ (ASA)

$\therefore AB = AC$, $BE = CF$ (②正确)

$\because \angle CAN = \angle BAM$, $\angle B = \angle C$, $AB = AC$

$\therefore \triangle ACN \cong \triangle ABM$ (ASA) (③正确)

$\therefore CN = BM$ (④不正确).

所以正确结论有 ①②③.

故填①②③.

26. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 上的点, $DE \parallel BC$, 如图①, 然后将 $\triangle ADE$ 绕 A 点顺时针旋转一定角度, 得到图②, 然后将 BD 、 CE 分别延长至 M 、 N , 使 $DM = \frac{1}{2}BD$, $EN = \frac{1}{2}CE$, 得到图③, 请解答下列问题:

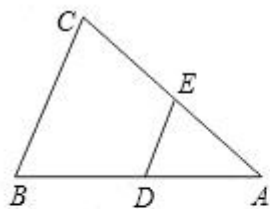


图1

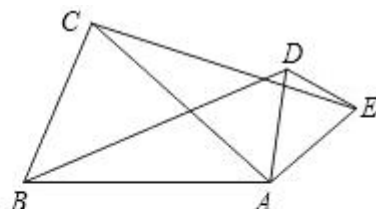


图2

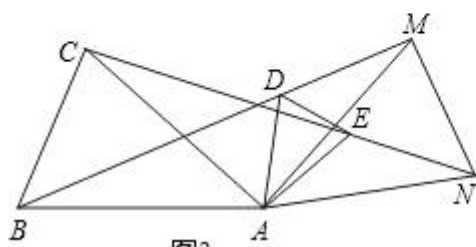


图3

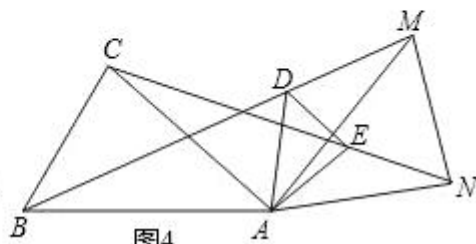


图4

(1) 若 $AB = AC$, 请探究下列数量关系:

①在图②中, BD 与 CE 的数量关系是 $BD = CE$;

②在图③中, 猜想 AM 与 AN 的数量关系、 $\angle MAN$ 与 $\angle BAC$ 的数量关系, 并证明你的猜想;

【答案】见试题解答内容

【解答】解: (1) ① $BD = CE$;

② $AM = AN$, $\angle MAN = \angle BAC$,

$$\because \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle BAD,$$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中

$\because$

$$\begin{cases} AE = AD \\ \angle CAE = \angle BAD \\ AC = AB \end{cases} \therefore \triangle CAE \cong \triangle BAD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ABD,$$

$$\because DM = \frac{1}{2}BD, EN = \frac{1}{2}CE,$$

$$\therefore BM = CN,$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle ACN$ 中,

$$\because \begin{cases} BM=CN \\ \angle ACN=\angle ABM \\ AB=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACN$ (SAS),

$\therefore AM=AN$,

$\therefore \angle BAM = \angle CAN$, 即 $\angle MAN = \angle BAC$;

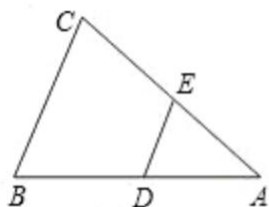


图1

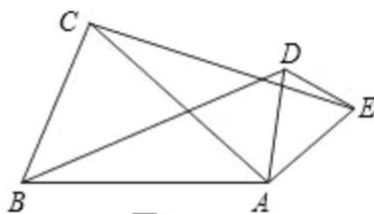


图2

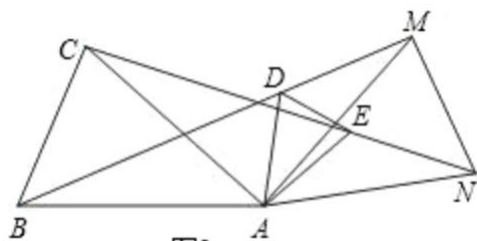
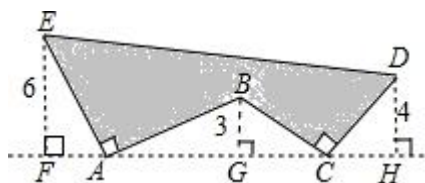


图3

一十四. 全等三角形的判定与性质 (共 12 小题)

27. 如图, $AE \perp AB$ 且 $AE=AB$, $BC \perp CD$ 且 $BC=CD$, 请按照图中标注的数据, 计算图中实线所围成的图形的面积 S 是 ()



A. 50

B. 62

C. 65

D. 68

【答案】A

【解答】解: $\because AE \perp AB$ 且 $AE=AB$, $EF \perp FH$, $BG \perp FH$,

$\therefore \angle EAB = \angle EFA = \angle BGA = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAF + \angle BAG = 90^\circ$, $\angle ABG + \angle BAG = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAF = \angle ABG$,

在 $\triangle EFA$ 和 $\triangle AGB$ 中,

$$\begin{cases} \angle EFA = \angle AGB \\ \angle EAF = \angle ABG, \\ AE = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle EFA \cong \triangle AGB \text{ (AAS)},$

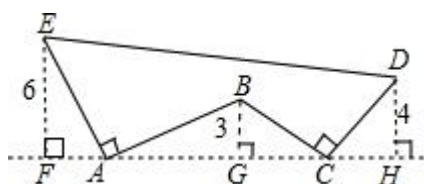
$\therefore AF = BG, AG = EF.$

同理证得 $\triangle BGC \cong \triangle CHD$ 得 $GC = DH, CH = BG.$

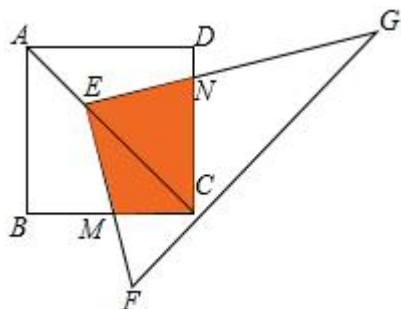
故 $FH = FA + AG + GC + CH = 3 + 6 + 4 + 3 = 16$

故 $S = \frac{1}{2} (6+4) \times 16 - 3 \times 4 - 6 \times 3 = 50.$

故选: A.



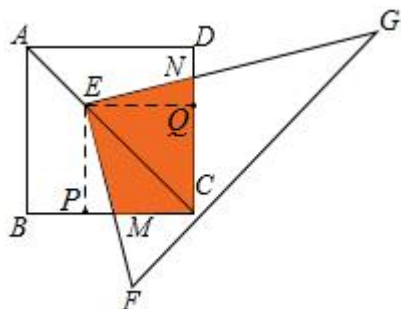
28. 如图, 点 E 在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上, 且 $EC = 2AE$, 直角三角形 FEG 的两直角边 EF 、 EG 分别交 BC 、 DC 于点 M 、 N . 若正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 则重叠部分四边形 $EMCN$ 的面积为 ()



- A. $\frac{2}{3}a^2$ B. $\frac{1}{4}a^2$ C. $\frac{5}{9}a^2$ D. $\frac{4}{9}a^2$

【答案】D

【解答】解: 过 E 作 $EP \perp BC$ 于点 P , $EQ \perp CD$ 于点 Q ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle EPM = \angle EQN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PEQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PEM + \angle MEQ = 90^\circ,$$

$\because$ 三角形 FEG 是直角三角形,

$$\therefore \angle NEF = \angle NEQ + \angle MEQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PEM = \angle NEQ,$$

$$\because AC \text{ 是 } \angle BCD \text{ 的角平分线, } \angle EPC = \angle EQC = 90^\circ,$$

$$\therefore EP = EQ, \text{ 四边形 } PCQE \text{ 是正方形,}$$

在 $\triangle EPM$ 和 $\triangle EQN$ 中,

$$\begin{cases} \angle PEM = \angle NEQ \\ EP = EQ \\ \angle EPM = \angle EQN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EPM \cong \triangle EQN \text{ (ASA)}$$

$$\therefore S_{\triangle EQN} = S_{\triangle EPM},$$

$$\therefore \text{四边形 } EMCN \text{ 的面积等于正方形 } PCQE \text{ 的面积,}$$

$$\because \text{正方形 } ABCD \text{ 的边长为 } a,$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}a,$$

$$\because EC = 2AE,$$

$$\therefore EC = \frac{2\sqrt{2}}{3}a,$$

$$\therefore EP = PC = \frac{2}{3}a,$$

$$\therefore \text{正方形 } PCQE \text{ 的面积} = \frac{2}{3}a \times \frac{2}{3}a = \frac{4}{9}a^2,$$

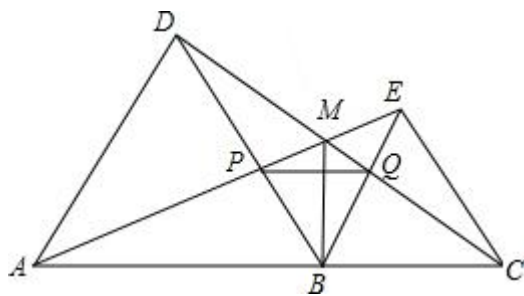
$$\therefore \text{四边形 } EMCN \text{ 的面积} = \frac{4}{9}a^2,$$

故选: D.

29. 如图, 点 A, B, C 在一条直线上, $\triangle ABD, \triangle BCE$ 均为等边三角形, 连接 AE 和 CD , AE 分别交 CD, BD 于点 M, P, CD 交 BE 于点 Q , 连接 PQ, BM , 下面结论:

① $\triangle ABE \cong \triangle DBC$; ② $\angle DMA = 60^\circ$; ③ $\triangle BPQ$ 为等边三角形; ④ MB 平分 $\angle AMC$,

其中结论正确的有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】D

【解答】解：∵ $\triangle ABD$ 、 $\triangle BCE$ 为等边三角形，

∴ $AB = DB$ ， $\angle ABD = \angle CBE = 60^\circ$ ， $BE = BC$ ，

∴ $\angle ABE = \angle DBC$ ， $\angle PBQ = 60^\circ$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DBC$ 中，
$$\begin{cases} AB = DB \\ \angle ABE = \angle DBC \\ BE = BC \end{cases}$$
，

∴ $\triangle ABE \cong \triangle DBC$ (SAS)，

∴ ① 正确；

∵ $\triangle ABE \cong \triangle DBC$ ，

∴ $\angle BAE = \angle BDC$ ，

∵ $\angle BDC + \angle BCD = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ ，

∴ $\angle DMA = \angle BAE + \angle BCD = \angle BDC + \angle BCD = 60^\circ$ ，

∴ ② 正确；

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle DBQ$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAP = \angle BDQ \\ AB = DB \\ \angle ABP = \angle DBQ \end{cases}$$
，

∴ $\triangle ABP \cong \triangle DBQ$ (ASA)，

∴ $BP = BQ$ ，

∴ $\triangle BPQ$ 为等边三角形，

∴ ③ 正确；

∵ $\angle DMA = 60^\circ$ ，

∴ $\angle AMC = 120^\circ$ ，

∴ $\angle AMC + \angle PBQ = 180^\circ$ ，

$\therefore P、B、Q、M$ 四点共圆，

$\therefore BP=BQ$ ，

$\therefore \widehat{BP}=\widehat{BQ}$ ，

$\therefore \angle BMP=\angle BMQ$ ，

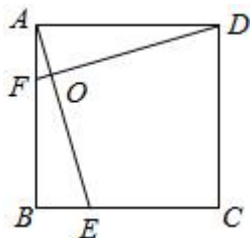
即 MB 平分 $\angle AMC$ ；

$\therefore$ ④ 正确；

综上所述：正确的结论有 4 个；

故选：D.

30. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，如果 $AF=BE$ ，那么 $\angle AOD$ 的度数是 90° .



【答案】见试题解答内容

【解答】解：由 $ABCD$ 是正方形，得

$AD=AB$ ， $\angle DAB=\angle B=90^\circ$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DAF$ 中
$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle ABE=\angle DAF, \\ BE=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAF$ (SAS)，

$\therefore \angle BAE=\angle ADF$.

$\therefore \angle BAE+\angle EAD=90^\circ$,

$\therefore \angle OAD+\angle ADO=90^\circ$,

$\therefore \angle AOD=90^\circ$,

故答案为： 90° .

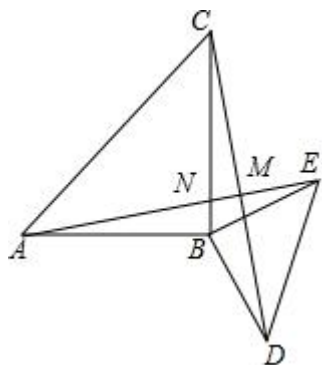
31. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle EBD$ 中， $\angle ABC=\angle DBE=90^\circ$ ， $AB=CB$ ， $BE=BD$ ，连接 AE ， CD ， AE 与 CD 交于点 M ， AE 与 BC 交于点 N .

(1) 求证： $AE=CD$ ；

(2) 求证： $AE \perp CD$ ；

(3) 连接 BM ，有以下两个结论：① BM 平分 $\angle CBE$ ；② MB 平分 $\angle AMD$. 其中正确的有 ② (请写

序号，少选、错选均不得分）.



【答案】见试题解答内容

【解答】（1）证明：∵ $\angle ABC = \angle DBE$,

$$\therefore \angle ABC + \angle CBE = \angle DBE + \angle CBE,$$

即 $\angle ABE = \angle CBD$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABE=\angle CBD, \\ BE=BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD,$$

$$\therefore AE = CD.$$

$$(2) \because \triangle ABE \cong \triangle CBD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BCD,$$

$$\because \angle NMC = 180^\circ - \angle BCD - \angle CNM, \quad \angle ABC = 180^\circ - \angle BAE - \angle ANB,$$

$$\text{又 } \angle CNM = \angle ANB,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NMC = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp CD.$$

（3）结论：②

理由：作 $BK \perp AE$ 于 K ， $BJ \perp CD$ 于 J .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/595230114213011232>