第四章　因式分解

3　公式法

第1课时

学习目标

1.探索并运用平方差公式进行因式分解，体会转化思想.

（重点）

2.能会综合运用提公因式法和平方差公式对多项式进行因式分解.（难点）

复习回顾

1.提公因式法因式分解时，公因式既可以是一个___单项式___的形式，也可以是一个__多项式__的形式.

2.提公因式法因式分解的步骤：

(1)观察；

(2)适当__变形__；

(3)确定公因式；

(4)提取公因式.

一、创设情境，引入新知

填空：

（1）（x+5）（x-5）=$\underline{x^2-25}$；

（2）（3x+y）（3x-y）=$\underline{9x^2-y^2}$；

（3）（3m+2n）（3m–2n）=$\underline{9m^2-4n^2}$.

整式的乘法

它们的结果有什么共同特征？

以上都是用平方差公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$计算得出来的.

一、创设情境，引入新知

尝试将上面的结果分别写成两个因式的乘积：

$x^2-25=$ （x+5）（x-5）；

$9x^2-y^2=$ （3x+y）（3x-y）；

$9m^2-4n^2=$ （3m+2n）（3m–2n）.

因式分解

它们有什么共同特征？你能由此得到什么结论？

共同特征：两个数（式）的平方差可以化成这两个数（式）的和与这两个数（式）的差的积的形式,这种变形就是我们今天学习的内容.

二、自主合作，探究新知

探究一：用平方差公式因式分解

把乘法公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$反过来，就得到

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b).$$

语言叙述：两个数的平方差，等于这两个数的和与这两个数的差的积.

注意：能用平方差公式分解因式的多项式的特点:a^2-b^2.

即多项式是二项式，两项都能写成平方的形式，且符号相反.

二、自主合作，探究新知

典型例题

例1： 下列多项式中能用平方差公式分解因式的是(D)A.$a^2+(-b)^2$

B.$5m^2-20mn$C.$-x^2-y^2$ D.$-x^2+9$

解析： A中$a^2+(-b)^2$符号相同，不能用平方差公式分解因式，错误；B中$5m^2-20mn$两项都不是平方项，不能用平方差公式分解因式，错误；C中$-x^2-y^2$符号相同，不能用平方差公式分解因式，错误；D中$-x^2+9=-x^2+3^2$，两项符号相反，能用平方差公式分解因式，正确.故选D.

二、自主合作，探究新知

想一想：下列多项式能否用平方差公式来分解因式，如果能，请将其转化成（　）^{2}—（　）^{2}的形式.

(1) m^2-81　　$=m^2-9^2$

(2) $1-16b^2$　　$=1^2-(4b)^2$

(3) $4m^2+9$　　不能转化为平方差形式.

(4) $a^2x^2-25y^2$　　$=(ax)^2-(5y)^2$

(5) $-x^2-25y^2$　　不能转化为平方差形式.

二、自主合作，探究新知

典型例题

例2： 把下列各式因式分解.

（1）$25-16x^2$；

（2）$9a^2-\frac{1}{4}b^2$.

解：（1）$25-16x^2$

$=5^2-(4x)^2$

$=(5+4x)(5-4x$

)

（2）$9a^2-\frac{1}{4}b^2$

$=(3a)^2-(\frac{1}{2}b)^2$

$=(3a-\frac{1}{2}b)(3a+\frac{1}{2}b)$.

归纳：第一步，将两项写成平方的形式，找出a、b；
第二步，利用$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$分解因式.

二、自主合作，探究新知

议一议： 观察各式的特点，运用平方差公式进行因式分解.

(1) $a^4-\frac{1}{16}b^4$；

解：(1) $a^4-\frac{1}{16}b^4$

$=(a^2+\frac{1}{4}b^2)(a^2-\frac{1}{4}b^2)$

$=(a^2+\frac{1}{4}b^2)(a+\frac{1}{2}b)(a-\frac{1}{2}b)$

还能继续分解吗？

(2) $x^3y^2-xy^4$.

(2) $x^3y^2-xy^4$

$=xy^2(x^2-y^2)$

$=xy^2(x+y)(x-y)$.

有公因式的要先提公因式，再进一步分解.

二、自主合作，探究新知

典型例题

例3 把下列各式因式分解：

（1）$9(m+n)^2-(m-n)^2$；

（2）$2x^3-8x$.

解：(1) $9(m+n)^2-(m-n)^2$

$=[3(m+n)]^2-(m-n)^2$

$=[3(m+n)+(m-n)][3(m+n)-(m-n)]$

$=(3m+3n+m-n)(3m+3n-m+n)$

$=(4m+2n)(2m+4n)$

$=4(2m+n)(m+2n)$;

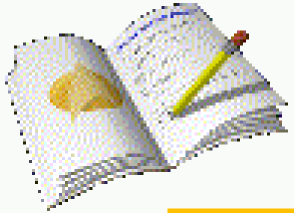
（2）$2x^3-8x$

$=2x(x^2-4)$

$=2x(x^2-2^2)$

$=2x(x+2)(x-2)$.

二、自主合作，探究新知



知识要点

运用平方差公式因式分解的注意事项：

1.具有平方差形式的多项式才可运用平方差公式分解因式.

2.公式$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$中的字母 a , b可以是单项式，也可以是多项式，应视具体情形灵活运用.

3.若多项式中有公因式，应先提取公因式，然后再进一步分解因式.

4.分解因式要彻底.要注意每一个因式的形式要最简，直到不能再分解为止.

二、自主合作，探究新知

探究二：用平方差公式因式分解的应用

求证：当n为整数时，多项式$(2n+1)^2-(2n-1)^2$一定能被8整除.

证明：原式$=(2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1)=4n\cdot 2=8n$，

$\because n$为整数，$\therefore 8n$被8整除，

即多项式$(2n+1)^2-(2n-1)^2$一定能被8整除.