# 2024届江西省崇仁县第二中学高三下学期期末模拟卷（二）数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 $F$ 为双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点，$O$ 为坐标原点，以 $OF$ 为直径的圆与圆 $x^2+y^2=a^2$ 交于 $P$、$Q$ 两点．若$|PQ|=|OF|$，则 $C$ 的离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$

C．2　　D．$\sqrt{5}$

2．已知$a$，$b$，$c$分别是$\triangle ABC$三个内角$A$，$B$，$C$的对边，$a\cos C+\sqrt{3}c\sin A=b+c$，则$A=$（　　）

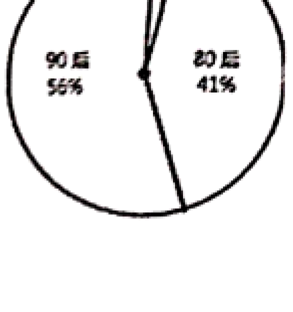
A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

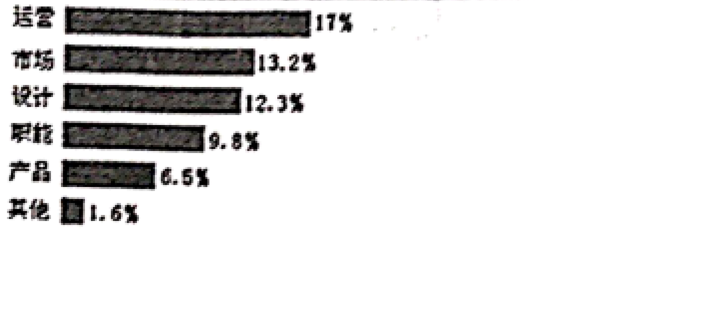
3．单位正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$，黑、白两蚂蚁从点 $A$ 出发沿棱向前爬行，每走完一条棱称为"走完一段"．白蚂蚁爬地的路线是 $AA_1\to A_1D_1\to\cdots$，黑蚂蚁爬行的路线是 $AB\to BB_1\to\cdots$，它们都遵循如下规则：所爬行的第 $i+2$ 段与第 $i$ 段所在直线必须是异面直线（$i\in N^*$）.设白、黑蚂蚁都走完2020段后各自停止在正方体的某个顶点处，这时黑、白两蚂蚁的距离是（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．0

4．某调查机构对全国互联网行业进行调查统计，得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图，90后从事互联网行业岗位分布条形图，则下列结论中不正确的是（　　）

注：90后指1990年及以后出生，80后指1980-1989年之间出生，80前指1979年及以前出生.



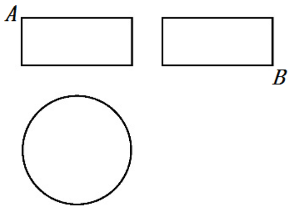
A．互联网行业从业人员中 90 后占一半以上

B．互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 20%

C．互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多

D．互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多

5．某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如图所示，圆柱表面上的点 $M$ 在正视图上的对应点为 $A$，圆柱表面上的点 $N$ 在左视图上的对应点为 $B$，则在此圆柱侧面上，从 $M$ 到 $N$ 的路径中，最短路径的长度为（　　）




A．$2\sqrt{17}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．3　　D．2

6．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 $\pi, f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后关于 $y$ 轴对称，则 $f(x-\frac{\pi}{6})$ 的单调递增区间为(　　)

A．$\left[\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{5\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$　　B．$\left[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$

C．$\left[-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{5\pi}{12}+k\pi\right]k\in Z$　　D．$\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right]k\in Z$

7．在复平面内，复数 $z=a+bi$（$a$，$b\in R$）对应向量 $\overrightarrow{OZ}$（***O*** 为坐标原点），设 $\left|\overrightarrow{OZ}\right|=r$，以射线 ***Ox*** 为始边，***OZ*** 为终边旋转的角为 $\theta$，则 $z=r\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)$，法国数学家棣莫弗发现了棣莫弗定理：$z_1=r_1\left(\cos\theta_1+i\sin\theta_1\right)$，$z_2=r_2\left(\cos\theta_2+i\sin\theta_2\right)$，则 $z_1z_2=r_1r_2\left[\cos\left(\theta_1+\theta_2\right)+i\sin\left(\theta_1+\theta_2\right)\right]$，由棣莫弗定理可以导出复数乘方公式：$\left[r\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)\right]^n=r^n\left(\cos n\theta+i\sin n\theta\right)$，已知 $z=\left(\sqrt{3}+i\right)^4$，则 $\left|\overline{z}\right|=$（　　）

A．$2\sqrt{3}$　　B．4　　C．$8\sqrt{3}$　　D．16

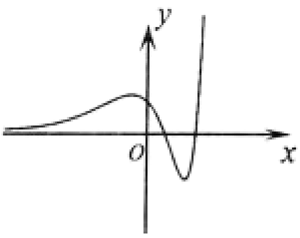
8．从装有除颜色外完全相同的 3 个白球和 $m$ 个黑球的布袋中随机摸取一球，有放回的摸取 5 次，设摸得白球数为 $X$，已知 $E(X)=3$，则 $D(X)=$(　　)

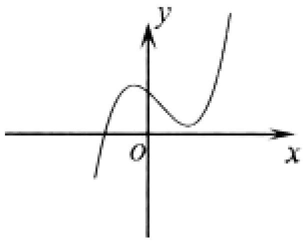
A．$\frac{8}{5}$　　B．$\frac{6}{5}$　　C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

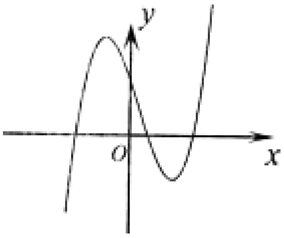
9．若不等式 $2x\ln x\ldots -x^2+ax$ 对 $x\in[1,+\infty)$ 恒成立，则实数 $a$ 的取值范围是（　　）

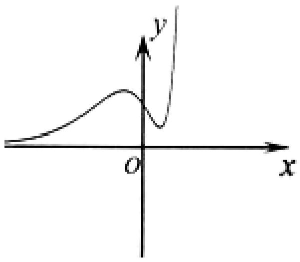
A．$(-\infty,0)$　　B．$(-\infty,1]$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[1,+\infty)$

10．函数 $f\left(x\right)=\left(x^{2}-4x+1\right)\cdot e^{x}$ 的大致图象是（　　）

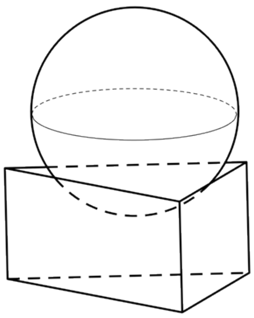
A. 

B. 

C. 

D. 

11．如图所示，直三棱柱的高为 **4**，底面边长分别是 **5**，**12**，**13**，当球与上底面三条棱都相切时球心到下底面距离为 **8**，则球的体积为 **(　)**



**A.** $\frac{160\sqrt{5}□}{3}$　　**B.** $\frac{64\sqrt{2}□}{3}$　　**C.** $\frac{96\sqrt{3}□}{3}$　　**D.** $\frac{256\sqrt{2}□}{3}$

12．若复数 $\dfrac{2a+2i}{1+i}$（$a\in R$）是纯虚数，则复数 $2a+2i$ 在复平面内对应的点位于（　　）

**A**．第一象限　　**B**．第二象限　　**C**．第三象限　　**D**．第四象限

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．正四面体 $A-BCD$ 的各个点在平面 $M$ 同侧，各点到平面 $M$ 的距离分别为 **1**，**2**，**3**，**4**，则正四面体的棱长为__________.

14． $\Delta ABC$ 的角 $A,B,C$ 所对的边分别为 $a,b,c$，且 $c^{2}=a^{2}+b^{2}-ab$， $\sin A+\sin B=2\sqrt{6}\sin A\sin B$，若 $c=3$，则 $\boldsymbol{a+b}$ 的值为_________.

15．已知 $x>0$， $y>0$，且 $\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=1$，若 $x+2y>m^{2}+2m$ 恒成立，则实数 $m$ 的取值范围是____.

16．不等式 $\sqrt{x-1}<1$ 的解集为________

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图 1，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，$E$ 是 $AD$ 的中点，$F$ 是 $CD$ 的中点，现将三角形 $DEF$ 沿 $EF$ 翻折成如图 2 所示的五棱锥 $P-ABCFE$．

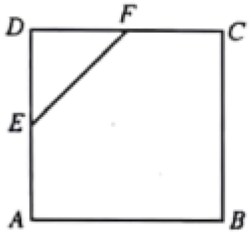


图1

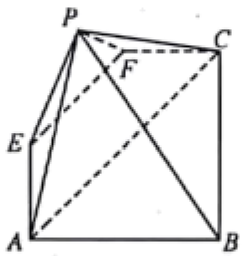


图2

（1）求证：$AC \parallel$ 平面 $PEF$；

（2）若平面 $PEF \perp$ 平面 $ABCFE$，求直线 $PB$ 与平面 $PAE$ 所成角的正弦值.

18．（12 分）在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t\cos\alpha \\ y=2+t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数，$\alpha$ 为实数）．以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho=8\sin\theta$，曲线 $C_1$ 与曲线 $C_2$ 交于 $A,B$，两点，线段 $AB$ 的中点为 $M$．

（1）求线段 $AB$ 长的最小值；

（2）求点 $M$ 的轨迹方程.

19．（12 分）已知函数 $f(x)=(x+a)\ln(x+a)+e^x+x$．

（1）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的图象在 $x=0$ 处的切线方程；

（2）讨论函数 $h(x)=f(x)-e^x-x$ 的单调性；

（3）当 $a=0$ 时，若方程 $h(x)=f\left(x\right)-e^x-x=m$ 有两个不相等的实数根 $x_1,x_2$，求证：$\ln(x_1+x_2)>\ln 2-1$．

20．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足，$a_1=2$，$b_1=1$，$a_{n+1}=2a_n\left(n\in N^*\right)$，

$b_1+\frac{1}{2}b_2+\frac{1}{3}b_3+\cdots+\frac{1}{n}b_n=b_{n+1}-1\left(n\in N^*\right)$．

（Ⅰ）求 $a_n$ 与 $b_n$；

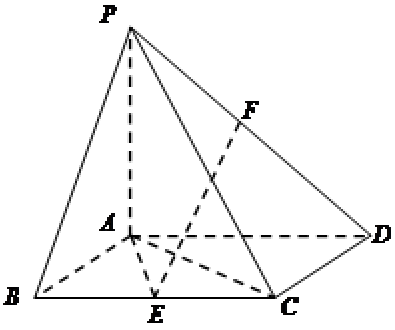
（Ⅱ）记数列 $\{c_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $T_n$，且 $c_n=\begin{cases} \frac{1}{b_nb_{n+2}}, n\text{为奇数}, \\ -\frac{1}{a_n}, n\text{为偶数}, \end{cases}$，若对 $n\in N^*$，$T_{2n}\geq T_{2k}$ 恒成立，求正整数 $k$ 的值.

21．（12 分）数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=$，$a_n+2a_{n+1}=0$，其前 **n** 项和为 $S_n$，数列 $\left\{\frac{b_n}{2n+1}\right\}$ 的前 **n** 项积为 $\frac{1}{2n+1}$.

（1）求 $S_n$ 和数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=\dfrac{1}{\sqrt{b_n}\sqrt{b_{n+1}}\left(\sqrt{b_n}+\sqrt{b_{n+1}}\right)}$，求 $\{c_n\}$ 的前 **n** 项和 $T_n$，并证明：对任意的正整数 ***m***、***k***，均有 $S_m>T_k$．

22．（10 分）如图，已知四棱锥 $P-ABCD$，底面 $ABCD$ 为边长为 **2** 的菱形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$\angle ABC=60^\circ$，$E$ 是 $BC$ 的中点，$PA=AB$．




（Ⅰ） 证明：$AE\perp PD$；

（Ⅱ） 若 $F$ 为 $PD$ 上的动点，求 $EF$ 与平面 $PAD$ 所成最大角的正切值.

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

准确画图，由图形对称性得出 **P** 点坐标，代入圆的方程得到 **c** 与 **a** 关系，可求双曲线的离心率.

【详解】

设 $PQ$ 与 $x$ 轴交于点 $A$，由对称性可知 $PQ\perp x$ 轴，

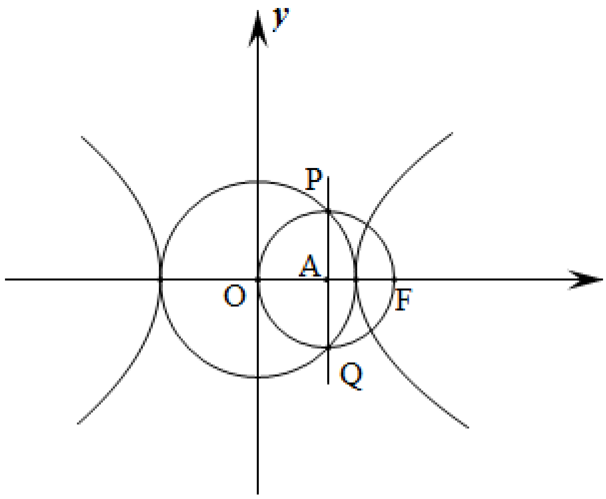
又Q $|PQ|=|OF|=c$，$\therefore |PA|=\dfrac{c}{2}$，$\therefore PA$ 为以 $OF$ 为直径的圆的半径，

$\therefore A$ 为圆心 $|OA|=\dfrac{c}{2}$.

$\therefore P\left(\dfrac{c}{2},\dfrac{c}{2}\right)$，又 $P$ 点在圆 $x^2+y^2=a^2$ 上，

$\therefore \dfrac{c^2}{4}+\dfrac{c^2}{4}=a^2$，即 $\dfrac{c^2}{2}=a^2$， $\therefore$ $e^2=\dfrac{c^2}{a^2}=2$．

$\therefore e=\sqrt{2}$，故选 **A**.




【点睛】

本题为圆锥曲线离心率的求解，难度适中，审题时注意半径还是直径，优先考虑几何法，避免代数法从头至尾，运算繁琐，准确率大大降低，双曲线离心率问题是圆锥曲线中的重点问题，需强化练习，才能在解决此类问题时事半功倍，信手拈来.

2、**C**

【解析】

原式由正弦定理化简得 $\sqrt{3}\sin C\sin A=\cos A\sin C+\sin C$，由于 $\sin C\neq 0$， $0<A<\pi$ 可求 $A$ 的值.

【详解】

解：由 $a\cos C+\sqrt{3}c\sin A=b+c$ 及正弦定理得 $\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin A=\sin B+\sin C$．

因为 $B=\pi-A-C$，所以 $\sin B=\sin A\cos C+\cos A\sin C$ 代入上式化简得 $\sqrt{3}\sin C\sin A=\cos A\sin C+\sin C$．

由于 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$.

又 $0<A<\pi$，故 $A=\dfrac{\pi}{3}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题主要考查正弦定理解三角形，三角函数恒等变换等基础知识；考查运算求解能力，推理论证能力，属于中档题.

3、**B**

【解析】

根据规则，观察黑蚂蚁与白蚂蚁经过几段后又回到起点，得到每爬 1 步回到起点，周期为 1．计算黑蚂蚁爬完 2020 段后实质是到达哪个点以及计算白蚂蚁爬完 2020 段后实质是到达哪个点，即可计算出它们的距离．

【详解】

由题意,白蚂蚁爬行路线为 $AA_1 \to A_1D_1 \to D_1C_1 \to C_1C \to CB \to BA$，

即过 1 段后又回到起点，

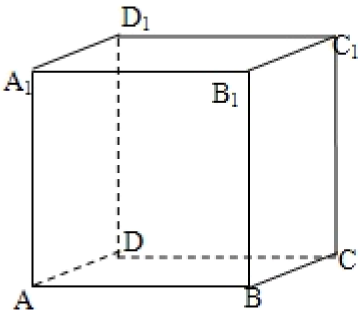
可以看作以 1 为周期，

由 $2020 \div 6 = 336 \text{L}\ \ 4$，

白蚂蚁爬完 2020 段后到回到 $C$ 点；

同理,黑蚂蚁爬行路线为 $AB \to BB_1 \to B_1C_1 \to C_1D_1 \to D_1D \to DA$，

黑蚂蚁爬完 2020 段后回到 $D_1$ 点，




所以它们此时的距离为 $\sqrt{2}$．

故选 $B$.

【点睛】

本题考查多面体和旋转体表面上的最短距离问题，考查空间想象与推理能力，属于中等题.

4、D

【解析】

根据两个图形的数据进行观察比较，即可判断各选项的真假.

【详解】

在 A 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图得到互联网行业从业人员中 90 后占 56%，所以是正确的；

在 B 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图得到：

$56\% \times 39.6\% = 22.176\% > 20\%$，互联网行业从业技术岗位的人数超过总人数的 $20\%$，所以是正确的；

在 C 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分别条形图得到：

$13.7\% \times 39.6\% = 9.52\% > 3\%$，互联网行业从事运营岗位的人数 90 后比 80 后多，所以是正确的；

在 D 中，互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后所占比例为 $56\% \times 39.6\% = 22.176\% < 41\%$，所以不能判断互联网

行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了命题的真假判定，以及统计图表中饼状图和条形图的性质等基础知识的应用，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

5、B

【解析】

首先根据题中所给的三视图，得到点 M 和点 N 在圆柱上所处的位置，将圆柱的侧面展开图平铺，点 M、N 在其四分之一的矩形的对角线的端点处，根据平面上两点间直线段最短，利用勾股定理，求得结果.

【详解】

根据圆柱的三视图以及其本身的特征，

将圆柱的侧面展开图平铺,

可以确定点 M 和点 N 分别在以圆柱的高为长方形的宽，圆柱底面圆周长的四分之一为长的长方形的对角线的端点处，

所以所求的最短路径的长度为$\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，故选 B.

点睛：该题考查的是有关几何体的表面上两点之间的最短距离的求解问题，在解题的过程中，需要明确两个点在几何体上所处的位置，再利用平面上两点间直线段最短，所以处理方法就是将面切开平铺，利用平面图形的相关特征求得结果.

6、D

【解析】

先由函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的周期和图象的平移后的函数的图象性质得出函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的解析式，从而得出$f(x-\frac{\pi}{6})$的解析式，再根据正弦函数$f(x)=\sin x$的单调递增区间得出函数$f(x-\frac{\pi}{6})$的单调递增区间，可得选项.

【详解】

因为函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期是$\pi$，所以$\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，即$\omega=2$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$，

$f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到的函数解析式为

$y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\varphi\right)\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$，

由于其图象关于$y$轴对称，所以$\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

所以$f(x-\frac{\pi}{6})=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

因为 $f(x)=\sin x$ 的递增区间是：$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi, 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$，$k\in Z$，

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，得：$-\frac{\pi}{6}+k\pi\le x\le k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，

所以函数 $f(x-\frac{\pi}{6})$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi, \frac{\pi}{3}+k\pi\right]$（$k\in Z$）.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查正弦型函数的周期性，对称性，单调性，图象的平移，在进行图象的平移时，注意自变量的系数，属于中档题.

7、D

【解析】

根据复数乘方公式：$\left[r\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)\right]^n=r^n\left(\cos n\theta+i\sin n\theta\right)$，直接求解即可.

【详解】

$$z=\left(\sqrt{3}+i\right)^4=\left[2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)\right]^4=16\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)^4$$

$$=16\left[\cos\left(4\times\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(4\times\frac{\pi}{6}\right)\right]=-8+8\sqrt{3}i,$$

$$\left|\bar{z}\right|=\sqrt{\left(-8\right)^2+\left(8\sqrt{3}\right)^2}=16.$$

故选：D

【点睛】

本题考查了复数的新定义题目、同时考查了复数模的求法，解题的关键是理解棣莫弗定理，将复数化为棣莫弗定理形式，属于基础题.

8、B

【解析】

由题意知，$X\sim B(5,\frac{3}{m+3})$，由 $EX=5\times\frac{3}{m+3}=3$，知 $X\sim B(5,\frac{3}{5})$，由此能求出 $D(X)$.

【详解】

由题意知，$X\sim B(5,\frac{3}{m+3})$，

$\therefore EX=5\times\frac{3}{m+3}=3$，解得 $m=2$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/596214140001010235