第一部分　中考考点梳理

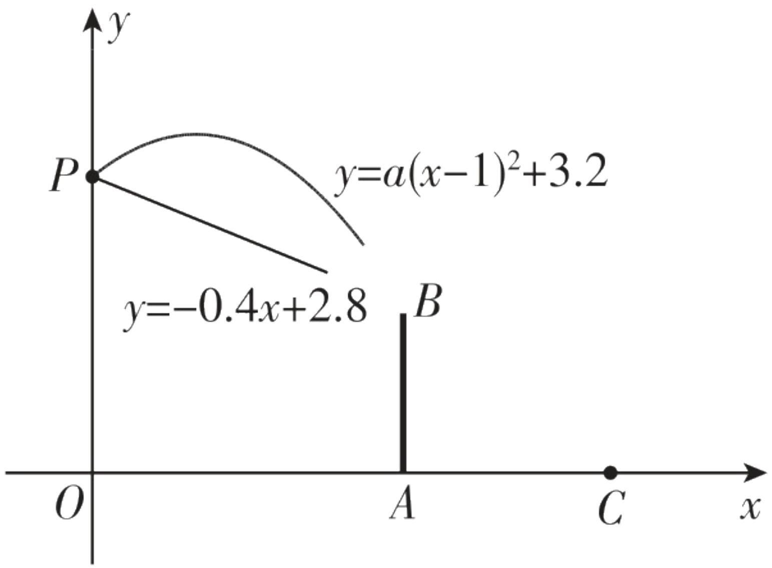
第三章 函数

第六节 二次函数的应用

考法1　抛物线形问题

例1　小林同学不仅是一名羽毛球运动爱好者，还喜欢运用数学知识对羽毛球比赛进行技术分析，下面是他对击球线路的分析．

如图，在平面直角坐标系中，点A，C在x轴上，球网AB与y轴的水平距离$OA=3$ m，$CA=2$ m，击球点P在y轴上．若选择扣球，羽毛球的飞行高度y(m)与水平距离x(m)近似满足一次函数关系$y=-0.4x+2.8$；若选择吊球，羽毛球的飞行高度y(m)与水平距离x(m)近似满足二次函数关系$y=a(x-1)^2+3.2$．



(1) 求点P的坐标和a的值.

[答案] 依题意知,点P为直线$y=-0.4x+2.8$与y轴的交点.

当$x=0$时,$y=-0.4\times 0+2.8=2.8$,

$\therefore$ 点P的坐标为$(0,2.8)$.

$\because$ 抛物线$y=a(x-1)^2+3.2$经过点P,

$\therefore 2.8=a(0-1)^2+3.2$,

解得$a=-0.4$.

（2）小林分析发现，上面两种击球方式均能使球过网．要使球的落地点到C点的距离更近，请通过计算判断应选择哪种击球方式．

[答案] $\because OA = 3, CA = 2,$

$\therefore OC = 5.$

若选择扣球,当$y = 0$时,得$-0.4x + 2.8 = 0$,

解得$x = 7$,

此时,球的落地点到C点的距离为$7 - 5 = 2$.

若选择吊球,由（1）知,$y=-0.4(x-1)^2+3.2$.

当$y=0$时,得$-0.4(x-1)^2+3.2=0$,

解得$x_1=2\sqrt{2}+1$,$x_2=-2\sqrt{2}+1$（舍）,

此时球的落地点到C点的距离为$5-(2\sqrt{2}+1)=4-2\sqrt{2}$.

$\because 4-2\sqrt{2}<2$,

$\therefore$ 应选择吊球.

考法2 最值问题

例2 [2024广东中考] 广东省全力实施“百县千镇万村高质量发展工程”,2023年农产品进出口总额居全国首位,其中荔枝鲜果远销欧美.某果商以每吨2万元的价格收购早熟荔枝,销往国外.若按每吨5万元出售,平均每天可售出100吨.市场调查反映:如果每吨降价1万元,每天销售量相应增加50吨.该果商如何定价才能使每天的“利润”或“销售收入”最大?并求出其最大值.(题中“元”为人民币)

[答案] 答案一：设售价为x万元/吨，每天的销售收入为y万元，

则$y = x[100 + 50(5 - x)] =- 50x^2 + 350x =- 50(x - 3.5)^2 + 612.5$，

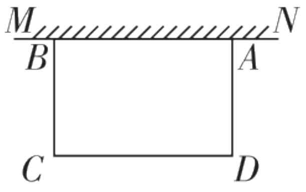
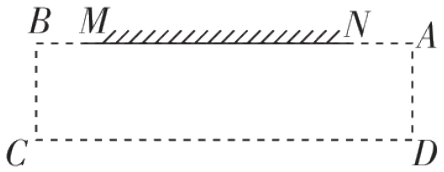
$\therefore$ 当售价为3.5万元/吨时，每天的销售收入最大，最大为612.5万元.

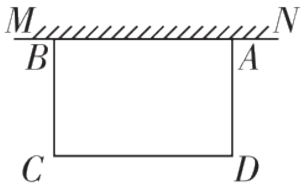
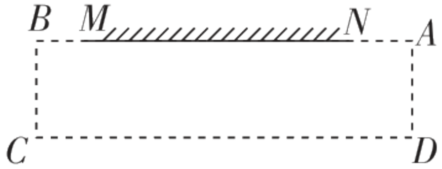
答案二：设售价为x万元/吨，每天的利润为w万元，

则$w = (x - 2)[100 + 50(5 - x)] =- 50x^2 + 450x - 700 =- 50(x - 4.5)^2 + 312.5$，

$\therefore$ 当售价为4.5万元/吨时，每天的利润最大，最大为312.5万元.

例3 综合与实践

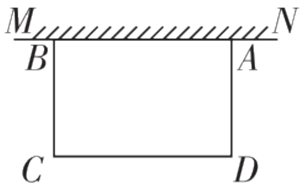
矩形种植园最大面积探究		
情境	实践基地有一长为12 m的墙MN 用墙MN和长为40 m 矩形种植园．假设矩形一边$CD = x$ m 植园的面积为S m^2	 图(1)  图(2)
分析	要探究面积S的最大值，首先应将另一边BC x的代数式表示，从而得到S关于x 式，同时求出自变量的取值范围，再结合函数的 性质求出最值．	

<table>
<tr><th colspan="3">矩形种植园最大面积探究</th></tr>
<tr><td rowspan="2">探究</td><td>方案一：将墙MN
按图（1）的方案围成矩形种植园（边AB
MN</td><td rowspan="2">
图(1)

图(2)</td></tr>
<tr><td>方案二：将墙MN
按图（2）的方案围成矩形种植园（墙MN
AB</td></tr>
</table>

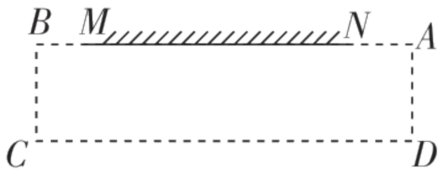
解决问题

(1) 根据分析，分别求出两种方案中的S的最大值；比较并判断矩形种植园面积的最大值为多少.

[答案] 方案一：$\because CD = x$ m，篱笆总长为40 m，墙MN长为12 m,四边形$ABCD$为矩形，



图(1)



图(2)

$\therefore AD = BC = \frac{40-x}{2}$ m，

$\therefore S = x \cdot \frac{40-x}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 20x = -\frac{1}{2}(x-20)^2 + 200$，

$\therefore$ 当$x \leq 20$时，S随x的增大而增大.

$\because 0 < x \leq 12$，

$\therefore$ 当$x = 12$时，S有最大值，最大值为$-\frac{1}{2} \times (12-20)^2 + 200 = 168$.

方案二：$\because CD = x$ m，篱笆总长为40 m，墙MN长为12 m,四边形$ABCD$为矩形，

$\therefore AD = BC = \frac{40+12-2x}{2} = (26 - x)(\mathrm{m})$，

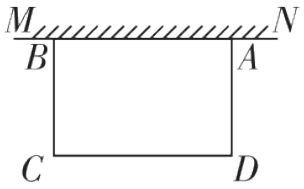
$\therefore S = x \cdot (26 - x) =- x^2 + 26x =- (x - 13)^2 + 169$.

易知$12 \le x < 26$，

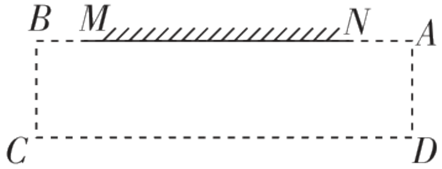
$\therefore$ 当$x = 13$时，S有最大值，最大值为169.

$\because 169 > 168$，

$\therefore$ 矩形种植园的最大面积为169 m^2.



图(1)



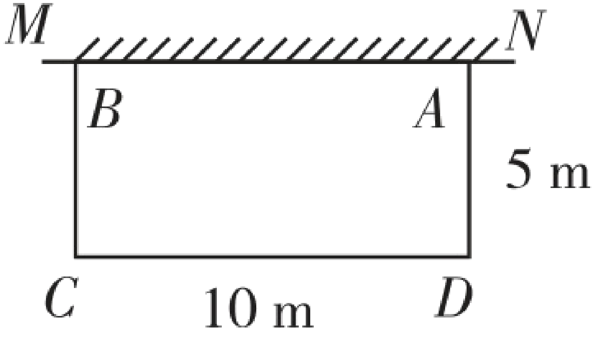
图(2)

类比应用

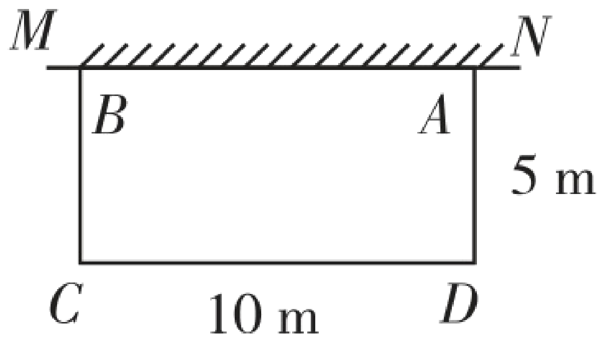
（2）若“情境”中篱笆长为20 m，其余条件不变，请在图（3）中画出矩形种植园面积最大的方案示意图（标注边长）．

图（3）

[答案] **示意图如下.**



[解析] 解法提示：



方案一：由$CD = x$ m，可得$AD = BC = \frac{20-x}{2}$ m，

$\therefore S = x \cdot \frac{20-x}{2} = -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50(0 < x \leq 12)$，

$\therefore$ 当$x = 10$时，S有最大值，最大值为50.

方案二：由$CD = x$ m，可得$AD = BC = \frac{20+12-2x}{2} = (16-x)$m，

$\therefore S = x \cdot (16-x) = -x^2 + 16x = -(x-8)^2 + 64$.

易知$12 \leq x < 16$，当$x \geq 8$时，S随x的增大而减小，

$\therefore$ 当$x = 12$时，S有最大值，最大值为48.

综上所述，方案一能使矩形种植园面积最大，此时$CD = 10$ m，

$AD = BC = 5$ m.

命题点 二次函数的实际应用［8年1考］

1.［2024厦门质检］某盆景园艺租赁公司有某种盆栽供顾客租用．该种盆栽每盆租金现为15元，每天可租出95盆．市场调查反映：该种盆栽每盆租金每上涨1元，每天会少租出5盆．

（1）设该种盆栽每盆租金上涨x元，请用含x的式子表示该种盆栽每天租出的数量；

[答案] 由题意得，该种盆栽每天租出的数量为$(95-5x)$盆.

答：该种盆栽每天租出的数量为$(95-5x)$盆.

（2）判断随着该种盆栽每盆租金的上涨，该公司每天租出该种盆栽的总收益的增减情况，并说明理由．

[答案] 设该公司每天租出该种盆栽的总收益为w元，

由题意得$w=(95-5x)(x+15)=-5x^2+20x+1\,425=-5(x-2)^2+1\,445$．

由题可知$0\leq 95-5x\leq 95$，$\therefore 0\leq x\leq 19$．