

A. -10

B. -20

C. 20

D. 10

【答案】D

【解析】

【分析】直接由二项式定理求解即可.

【详解】由二项式定理直接可得 $(1+x)^5$ 展开式中 x^2 的系数为 $C_5^2 \times 1^3 = 10$

故选：D.

3. 在平面直角坐标系 xOy 中，圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$ ，则两圆的位置关系是

()

A. 外离

B. 外切

C. 相交

D. 内切

【答案】B

【解析】

【分析】求出两圆的圆心和半径，通过计算两圆心的距离与半径和或差的大小来判断两圆的位置关系.

【详解】圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ ，圆心 $C_1(0,0)$ ，半径 $r_1 = 1$ ，

圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$ ，

即 $C_2: (x-3)^2 + (y+4)^2 = 16$ ，圆心 $C_2(3,-4)$ ，半径 $r_2 = 4$ ，

所以两圆心距离 $|C_1C_2| = \sqrt{9+16} = 5 = r_1 + r_2$ ，

故两圆的位置关系是外切

故选：B.

4. 为进一步强化学校育人功能，构建“五育并举”的全面培养的教育体系，上饶市某校开设了传统文化、思维拓展、趣味体育、建筑美育、劳动教育五门选修课程，该校某班级有6名同学分别选修其中的一门课程，每门课程至少有一位同学选修，则甲同学选修劳动教育的概率为()

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{4}{15}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据古典概型概率计算公式以及排列数、组合数的计算求得正确答案.

【详解】6名同学分别选修其中的一门课程，每门课程至少有一位同学选修，

基本事件有 $C_6^2 \cdot A_5^5 = 1800$ 种，

由于选修劳动教育的人数可能是1人或2人，

所以甲选修劳动教育包括的基本事件有 $C_5^2 \cdot A_4^4 + C_5^1 \cdot A_4^4 = 360$,

所以甲同学选修劳动教育的概率为 $\frac{360}{1800} = \frac{1}{5}$.

故选: B

5. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 3, 则双曲线 C 的渐近线方程为 ()

A. $\sqrt{2}x \pm y = 0$

B. $x \pm \sqrt{2}y = 0$

C. $2\sqrt{2}x \pm y = 0$

D. $x \pm 2\sqrt{2}y = 0$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据 $\frac{c}{a} = 3$, 求出 $\frac{b}{a}$ 即可得渐近线方程.

【详解】 由已知可得 $\frac{c}{a} = 3$, 则 $\frac{b}{a} = \sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 - 1} = 2\sqrt{2}$,

所以双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm 2\sqrt{2}x$, 即 $2\sqrt{2}x \pm y = 0$.

故选: C.

6. “堑堵”“阳马”和“鳖臑”是我国古代对一些特殊几何体的称谓.《九章算术·商功》:“斜解立方,得两堑堵,斜解堑堵,其一为阳马,其一为鳖臑”,即一个长方体沿对角线斜解(图1).得到一模一样的两个堑堵,再沿一个堑堵的一个顶点和相对的棱斜解(图2),得一个四棱锥称为阳马(图3),一个三棱锥称为鳖臑(图4).若某长方体的长为4,宽为2,高为2,记该长方体的体积为 V , 由该长方体斜解所得到的堑堵、阳马和鳖臑的体积分别为 V_1, V_2, V_3 , 则下列选项不正确的是 ()

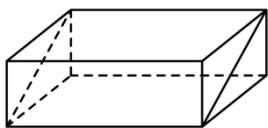


图1

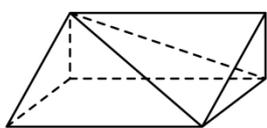


图2

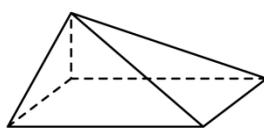


图3

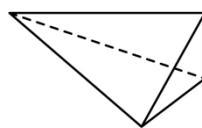


图4

A. $V = 16$

B. $V_1 = 8$

C. $V_2 = \frac{16}{3}$

D. $V_3 = \frac{4}{3}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 结合长方体、锥体体积公式求得正确答案.

【详解】 $V = 4 \times 2 \times 2 = 16$ ，A 选项正确.

$V_1 = \frac{1}{2}V = 8$ ，B 选项正确.

$V_2 = \frac{1}{3} \times 4 \times 2 \times 2 = \frac{16}{3}$ ，C 选项正确.

$V_3 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \right) \times 4 = \frac{8}{3}$ ，D 选项不正确.

故选：D

7. 某一地区的患有癌症的人占 0.004，患者对一种试验反应是阳性的概率为 0.95，正常人对这种试验反应是阳性的概率为 0.02. 现抽查了一个人，试验反应是阳性，则此人是癌症患者的概率约为 ()

- A. 0.16 B. 0.32 C. 0.42 D. 0.84

【答案】A

【解析】

【分析】根据贝叶斯公式求得正确答案.

【详解】此人是癌症患者的概率为 $\frac{0.004 \times 0.95}{0.004 \times 0.95 + 0.996 \times 0.02} \approx 0.16$.

故选：A

8. P 是抛物线 $y^2 = 8x$ 上一点，点 $A(4,1)$ ， B 是圆 $C: (x+2)^2 + (y-4)^2 = 1$ 关于直线 $l: x - y + 2 = 0$ 对

称曲线 C_1 上的一点，则 $|PA| + |PB|$ 的最小值是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】C

【解析】

【分析】根据抛物线的定义、线对称的性质、圆的性质，结合两点间线段最短进行求解即可.

【详解】由题意可知曲线 C_1 是半径为 1 的圆，设圆心 $C_1(x_0, y_0)$ ，圆 $C: (x+2)^2 + (y-4)^2 = 1$ 的圆心坐标为 $(-2, 4)$ ，

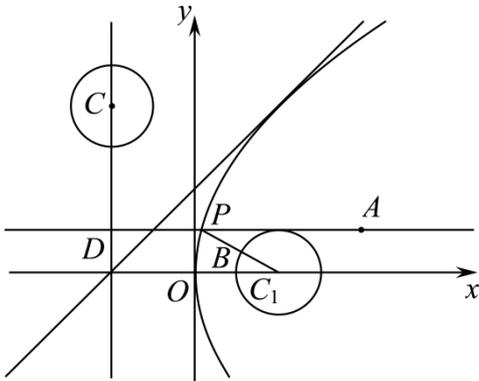
$$\text{则有} \begin{cases} \frac{4-y_0}{-2-x_0} = -1 \\ \frac{-2+x_0}{2} - \frac{4+y_0}{2} + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow C_1(2, 0), \text{ 显然 } C_1(2, 0) \text{ 是抛物线的焦点,}$$

该抛物线的准线方程为 $x = -2$ ，过 $A(4,1)$ 作准线 $x = -2$ 的垂线，垂足为 D ，

当 P 在线段 DA 上时, $|PA|+|PC_1|$ 有最小值, 最小值为 $|DA|=4-(-2)=6$,

所以当 B 在线段 PC_1 上时, 如下图所示: $|PA|+|PB|$ 有最小值, 最小值为 $6-1=5$,

故选: C



【点睛】 关键点睛: 利用抛物线的性质通过转化思想进行求解是解题的关键.

二、选择题 2: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法中正确的是 ()

A. $C_6^2 = C_6^4$

B. 事件 $A \cup B$ 为必然事件, 则事件 A 、 B 是互为对立事件

C. 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, 7)$, 若 $P(\xi < 2) = P(\xi > 4)$, 则 $\mu = 3$

D. 甲、乙两名运动员分别对同一目标各射击一次, 甲射中的概率为 0.6, 乙射中的概率为 0.8, 则恰有 1 人射中的概率为 0.12

【答案】 AC

【解析】

【分析】 根据组合数的性质可判断选项 A; 根据互斥事件与对立事件的定义可判断选项 B; 由正态分布的性质可判断选项 C; 由相互独立事件和对立事件的概率计算可判断选项 D.

【详解】 对于 A, 由组合数的性质可得: $C_6^2 = C_6^4$, 故选项 A 正确;

对于 B, 事件 $A \cup B$ 为必然事件, 若 A, B 互斥, 则事件 A, B 是对立事件; 若 A, B 不互斥, 则事件 A, B 不是互为对立事件, 故选项 B 错误;

对于 C, 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, 7)$, 若 $P(\xi < 2) = P(\xi > 4)$, 则正态分布曲线关于直线 $x = 3$ 对称, 则 $\mu = 3$, 故选项 C 正确;

对于 D，甲、乙两名运动员分别对同一目标各射击一次，甲射中的概率为 0.6，乙射中的概率为 0.8，恰有 1 人射中包括甲中乙不中，乙中甲不中，由相互独立事件和对立事件的概率计算可得：恰有 1 人射中的概率为 $P = 0.6 \times (1 - 0.8) + (1 - 0.6) \times 0.8 = 0.44$ ，故选项 D 错误，

故选：AC.

10. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M ， N 分别是棱 A_1D_1 ， AB 的中点，则下列说法中正确的是（ ）

A. $C_1M \perp D_1N$

B. 该正方体的内切球的表面积为 4π

C. $C_1M \parallel AC$

D. 平面 MNC 截正方体所得的截面是五边形

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据线线垂直（线面垂直）、线线平行、内切球、正方体的截面等知识求得正确答案.

【详解】A 选项，设 N_1 是 A_1B_1 的中点，连接 D_1N_1, DN, NN_1 ，

由于 $\tan \angle MC_1D_1 = \tan \angle N_1D_1A_1 = \frac{1}{2}$ ，所以 $\angle MC_1D_1 = \angle N_1D_1A_1$ ，

所以 $\angle N_1D_1A_1 + \angle D_1MC_1 = \angle MC_1D_1 + \angle D_1MC_1 = \frac{\pi}{2}$ ，即 $C_1M \perp D_1N_1$ ，

根据正方体的性质可知 $C_1M \perp DD_1$ ，

由于 $D_1N_1 \cap DD_1 = D_1, D_1N_1, DD_1 \subset$ 平面 DNN_1D_1 ，所以 $C_1M \perp$ 平面 DNN_1D_1 ，

由于 $D_1N \subset$ 平面 DNN_1D_1 ，所以 $C_1M \perp D_1N$ ，A 选项正确.

B 选项，正方体内切球的半径为 1，表面积为 $4\pi \times 1^2 = 4\pi$ ，B 选项正确.

C 选项，根据正方体的性质可知 $AC \parallel A_1C_1$ ， $C_1M \cap A_1C_1 = C_1$ ，

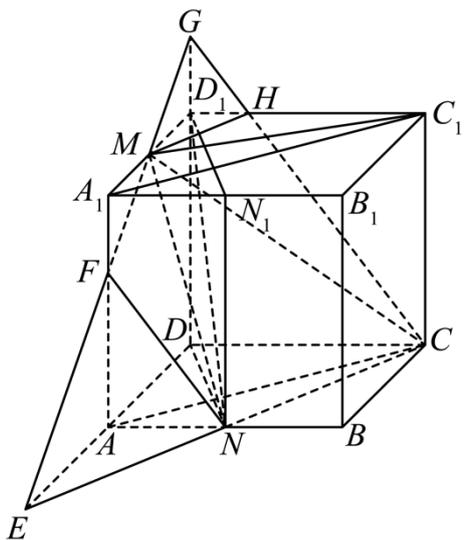
所以 C_1M 与 AC 不平行，C 选项错误.

D 选项，延长 CN ，交 DA 的延长线于 E ，连接 ME ，交 AA_1 于 F ，连接 FN ，

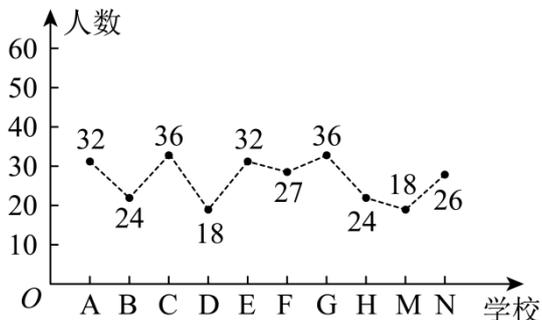
延长 EM ，交 DD_1 的延长线于 G ，连接 CG ，交 C_1D_1 于 H ，连接 MH ，

由此得到的五边形 $NFMHC$ ，即时平面 MNC 截正方体所得图象，所以 D 选项正确.

故选：ABD



11. 2022 年冬奥会在北京举办，为了弘扬奥林匹克精神，上饶市多所中小学开展了冬奥会项目科普活动.为了调查学生对冬奥会项目的了解情况，在本市中小学中随机抽取了 10 所学校中的部分同学，10 所学校中了解冬奥会项目的人数如图所示：



若从这 10 所学校中随机选取 3 所学校进行冬奥会项目的宣讲活动，记 X 为被选中的学校中了解冬奥会项目的人数在 30 以上的学校所数，则下列说法中正确的是（ ）

- A. X 的可能取值为 0, 1, 2, 3
- B. $P(X=0) = \frac{1}{3}$
- C. $EX = 1.2$
- D. $DX = \frac{14}{25}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据题意分析 X 服从参数为 10, 4, 3 的超几何分布，根据超几何分布的性质运算即可对选项一一验证得出答案.

【详解】由题意可得 X 的可能取值为 0, 1, 2, 3，故 A 正确；

分析可得 X 服从参数为 10, 4, 3 的超几何分布，

其分布列为 $P(X=k) = \frac{C_4^k C_6^{3-k}}{C_{10}^3} (k=0,1,2,3)$,

则 $P(X=0) = \frac{C_4^0 C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}$, 故 B 错误;

$EX = \frac{3 \times 4}{10} = 1.2$, 故 C 正确;

$DX = (0-1.2)^2 \times \frac{1}{6} + (1-1.2)^2 \times \frac{C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3} + (2-1.2)^2 \times \frac{C_4^2 C_6^1}{C_{10}^3} + (3-1.2)^2 \times \frac{C_4^3 C_6^0}{C_{10}^3} = \frac{14}{25}$, 故 D 正确;

故选: ACD.

12. 若 $M(1,0)$, $N(4,0)$, 点 Q 满足 $|\overrightarrow{QN}| = 2|\overrightarrow{QM}|$, 记点 Q 的轨迹为曲线 C , 直线 $l: x+y-4=0$, P 为 l 上的动点, 过点 P 作曲线 C 的两条切线 PA , PB , 切点为 A , B , 则下列说法中正确的是 ()

A. $|PQ|$ 的最小值为 $2\sqrt{2}-2$

B. 直线 AB 恒过定点 $(1,1)$

C. $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为 0

D. 当 $|PO| \cdot |AB|$ 最小时, 直线 AB 的方程为 $x+y-1=0$

【答案】ABC

【解析】

【分析】由题知, 点 Q 的轨迹曲线 C 为 $x^2 + y^2 = 4$, 对于 A, $|PQ|_{\min} = d - r$ 即可判断; 对于 B, 设 $P(x_0, y_0)$,

根据条件得到直线 $AB: (x-y)m + 4(y-1) = 0$, 由 $\begin{cases} x-y=0 \\ 4(y-1)=0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, 即可判断; 对于 C, 根据条

件得到 $\triangle APO$, $\triangle BPO$ 为全等的等腰直角三角形, 得 $\angle APB = 2\angle APO \leq 90^\circ$, 即可判断; 对于 D, 求出四边形 $PAOB$ 的面积, 得到 A 和 B 的坐标, 即可判断.

【详解】设 $Q(x, y)$, 因为 $M(1,0)$, $N(4,0)$, 点 Q 满足 $|\overrightarrow{QN}| = 2|\overrightarrow{QM}|$,

所以 $\sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$,

即 $(x-4)^2 + y^2 = 4[(x-1)^2 + y^2]$, 化简得 $x^2 + y^2 = 4$,

所以点 Q 的轨迹曲线 C 为 $x^2 + y^2 = 4$, 圆心为 $C(0,0)$, 半径 $r=2$.

对于 A, 因为直线 $l: x+y-4=0$, P 为 l 上的动点,

过点 P 作曲线 C 的两条切线 PA , PB , 切点为 A , B ,

设圆心 $(0,0)$ 到直线 l 的距离为 d ,

所以 $|PQ|_{\min} = d - r = \frac{4}{\sqrt{2}} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$, 故 A 正确;

对于 B, 设 $P(m, 4-m)$, 则 $|PO| = \sqrt{m^2 + (4-m)^2}$, $|AO| = r = 2$, $|PA| = |PB|$,

所以 $|PA| = \sqrt{|PO|^2 - |AO|^2} = \sqrt{m^2 + (4-m)^2 - 4} = \sqrt{2m^2 - 8m + 12}$,

以 P 为圆心, $|PA|$ 为半径的圆的方程为

$$(x-m)^2 + (y-4+m)^2 = PA^2 = 2m^2 - 8m + 12, \quad \textcircled{1}$$

因为 C 为 $x^2 + y^2 = 4$, $\textcircled{2}$

由 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 相减, 得直线 $AB: mx + (4-m)y - 4 = 0$, 即 $(x-y)m + 4(y-1) = 0$,

由 $\begin{cases} x-y=0 \\ 4(y-1)=0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, 所以直线 AB 恒过定点 $(1,1)$, 故 B 正确;

对于 C, 因为 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = |\overrightarrow{PA}| \cdot |\overrightarrow{PB}| \cdot \cos \angle APB$, $|\overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PB}|$,

根据几何性质可知, $\angle APB = 2\angle APO$,

在 $\text{Rt}\triangle OAP$ 中, $\tan \angle APO = \frac{|OA|}{|PA|} = \frac{2}{|PA|}$,

因为 $d = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$, 所以 $|PA|_{\min} = |PB|_{\min} = \sqrt{d^2 - r^2} = 2 = r$,

所以此时 $\triangle APO$, $\triangle BPO$ 为全等的等腰直角三角形,

所以, $\tan \angle APO = \frac{2}{|PA|} \leq 1$, 即有 $\angle APB = 2\angle APO \leq 90^\circ$,

所以 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = |\overrightarrow{PA}| \cdot |\overrightarrow{PB}| \cdot \cos \angle APB \geq 0$, 所以 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为 0, 故 C 正确;

对于 D, 因为四边形 $PAOB$ 的面积为

$$S = \frac{1}{2} |PO| \cdot |AB| = 2S_{\triangle APO} = 2 \cdot \frac{1}{2} |AO| \cdot |PA| = 2\sqrt{|PO|^2 - 4} \geq 2\sqrt{|PO|_{\min}^2 - 4} = 4,$$

此时四边形 $PAOB$ 为正方形, $A(0,2), B(2,0)$,

所以直线 AB 的方程为 $x + y - 2 = 0$, 故 D 错误.

故选: ABC.

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2, x)$ ，向量 $\vec{b} = (2, -3, 4)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则实数 x 为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】直接由数量积为零列方程求解.

【详解】 $\because \vec{a} \perp \vec{b}$,

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 - 6 + 4x = 0, \text{ 解得 } x = 1.$$

故答案为： 1.

14. A, B, C, D, E, F 共 6 人站成一排，如果 A, B 必须相邻且 B 在 A 的右边，那么 6 人的排列方法种数共有_____种（请用数字作答）.

【答案】 120

【解析】

【分析】利用捆绑法并且内部不排序，直接全排列解答即可.

【详解】 A, B 必须相邻且 B 在 A 右边，可将 A, B 捆绑在一起并且不用排序，

则 6 人的排列方法种数共有 $A_5^5 = 120$ 种.

故答案为： 120.

15. 已知正四棱锥的侧棱长为 $2\sqrt{2}$ ，其各顶点都在同一个球面上，若该球的表面积为 16π ，则该正四棱锥的侧棱与底面所成的角的正弦值为_____.

【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ## $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据已知条件求得正四棱锥的底面边长和高，结合线面角的知识求得正确答案.

【详解】 如图所示正四棱锥 $E-ABCD$ ， $AC \cap BD = O$ ，则 $EO \perp$ 平面 $ABCD$.

设正四棱锥外接球的半径为 R ，则 $4\pi R^2 = 16\pi, R = 2$,

设正四棱锥底面边长 a ，高为 $h = OE$ ，则 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2 + h^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8, \frac{1}{2}a^2 + h^2 = 8$ ①，

由 $(h-2)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2 = 2^2$ 整理得 $\frac{1}{2}a^2 + h^2 - 4h = 0$ ②，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/59706000050006025>