

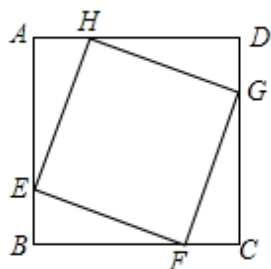
2022-2023 学年湘教版八年级数学下册精选压轴题培优卷

专题 15 正方形的判定与性质

阅卷人	
得分	

一、选择题(共 10 题; 每题 2 分, 共 20 分)

1. (2 分) (2023 九上·汉台期末) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, 在各边上顺次截取 $AE = BF = CG = DH = 6$, 则四边形 $EFGH$ 的面积是 ()



- A. 34 B. 36 C. 40 D. 100

【答案】C

【规范解答】解: \because 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, 在各边上顺次截取 $AE = BF = CG = DH = 6$,

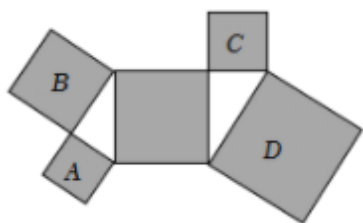
$\therefore BE = AH = DG = CF = 8 - 6 = 2$,

\therefore 四边形 $EFGH$ 的面积为: $8^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times 4 = 64 - 24 = 40$;

故答案为: C.

【思路点拨】根据正方形的性质结合题意可得 $BE = AH = DG = CF = 2$, 然后根据 $S_{\text{四边形} EFGH} = S_{\text{正方形} ABCD} - 4S_{\triangle AEH}$ 进行计算.

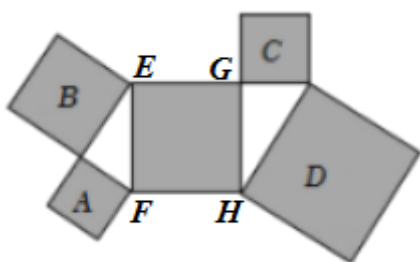
2. (2 分) (2022 八上·兴平期中) 如图, 所有阴影部分的四边形都是正方形, 所有三角形都是直角三角形, 若正方形 A, B, C 的面积依次为 4, 8, 6, 则正方形 D 的面积为 ()



- A. 10 B. 12 C. 16 D. 18

【答案】D

【规范解答】解：如图，



∵所有阴影部分的四边形都是正方形，所有三角形都是直角三角形，正方形 A，B，C 的面积依次为 4，8，6，

∴ $EF^2=4+8=12$ ， $GH^2=\text{正方形 D 的面积}-6$ ， $EF^2=GH^2$ ，

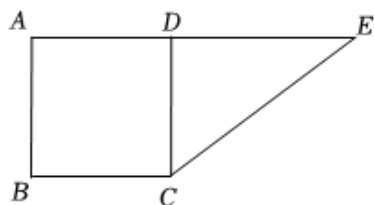
∴ $GH^2=\text{正方形 D 的面积}-6=12$

解之：正方形 D 的面积=18.

故答案为：D

【思路点拨】利用正方形的性质及勾股定理可证得 $EF^2=4+8=12$ ， $GH^2=\text{正方形 D 的面积}-6$ ， $EF^2=GH^2$ ，由此可求出正方形 D 的面积.

3. (2分) (2022 八上·沈阳期中) 如图，已知正方形 ABCD 的面积为 64 平方厘米， $DE=10$ 厘米，则 CE 的长为 ()



A. 6

B. 12

C. $2\sqrt{31}$

D. $2\sqrt{41}$

【答案】D

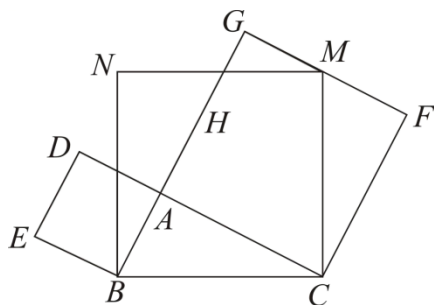
【规范解答】解：∵正方形 ABCD 的面积为 64 平方厘米，∴ $\angle ADC=90^\circ$ ， $DC=8$ 厘米，∵ $DE=10$ 厘米，∴ $CE=\sqrt{DE^2+DC^2}=\sqrt{8^2+10^2}=2\sqrt{41}$ (厘米)，

故答案为：D.

【思路点拨】先求出正方形的边长，再利用勾股定理求出 CE 的长即可。

4. (2分) (2022 八上·镇海区期中)

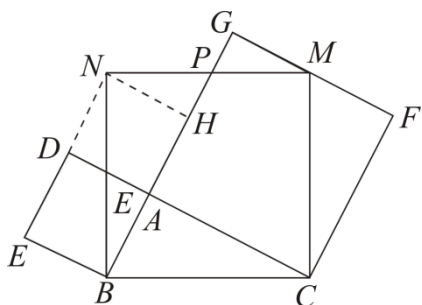
勾股定理是人类最伟大的科学发现之一，在我国古算书《周髀算经》中早有记载，如图以直角三角形的各边为边分别向同侧作正方形，若知道图中阴影部分的面积之和，则一定能求出（ ）



- A. 正方形 $ABED$ 的面积
 B. 正方形 $ACFG$ 的面积
 C. 正方形 $BCMN$ 的面积
 D. $\triangle ABC$ 的面积

【答案】D

【规范解答】解：如图，过点 N 作 $NH \perp BG$ 于点 H ，则 $ADNH$ 是矩形，则 $NH = AD$



$$\because \angle PNH + \angle NPA = \angle NPA + \angle EBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PNH = \angle EBA,$$

$$\text{又 } \angle EAB = \angle PHN = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PNH \cong \triangle EBA,$$

$$\therefore S_{\triangle PNH} = S_{\triangle EBA},$$

$$\text{同理可得 } S_{\triangle PGM} = S_{\triangle EDN},$$

$$\text{依题意 } BC = BN, \angle BNP = \angle NBC = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NBP + \angle ABC = 90^\circ = \angle ABC + \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle NBP,$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle NPB,$$

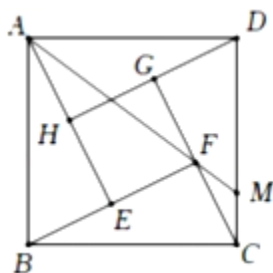
$$\therefore S_{\triangle ACB} = S_{\triangle NPB},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{矩形EBHN}} = 2S_{\triangle ABC},$$

故答案为：D.

【思路点拨】过点 N 作 $NH \perp BG$ 于点 H ，则 $ADNH$ 是矩形，则 $NH = AD$ ，证明 $\triangle VPNH \cong \triangle VEBA$ ，可得 $S_{\triangle VPNH} = S_{\triangle VEBA}$ ，同理可得 $S_{\triangle VPGM} = S_{\triangle VEDN}$ ，再证 $\triangle VACB \cong \triangle VNPB$ ，可得 $S_{\triangle VACB} = S_{\triangle VNPB}$ ，从而得出 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{矩形EBHN}} = 2S_{\triangle ABC}$ 。

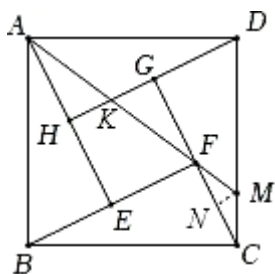
5. (2分) (2022 八上·苍南期中) 如图，边长为 5 的大正方形 $ABCD$ 是由四个全等的直角三角形和一个小正方形 $EFGH$ 组成，连结 AF 并延长交 CD 于点 M 。若 $AH = GH$ ，则 CM 的长为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{5}{4}$

【答案】 D

【规范解答】解：过点 M 作 $MN \perp FC$ 于点 N ，设 FA 与 GH 交与点 K ，如图，



- ∵ 四边形 $EFGH$ 是正方形，
- ∴ $HE = HG = GF = EF$ ， $AH \parallel GF$ ，
- ∵ $AH = GH$ ，
- ∴ $AH = HE = GF = EF$ 。

由题意得： $\text{Rt} \triangle ABE \cong \text{Rt} \triangle BCF \cong \text{Rt} \triangle ADH \cong \text{Rt} \triangle CDG$ ，

- ∴ $BE = CF = AH = DG$ ， $\angle BAE = \angle DCG$ 。
- ∴ $BE = EF = GF = FC$ 。
- ∵ $AE \perp BF$ ，
- ∴ $AB = AF$ ，
- ∴ $\angle BAE = \angle FAE$ ，

$$\therefore \angle DCG = \angle FAE,$$

$$\because AH \parallel GF,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle GFK.$$

$$\because \angle GFK = \angle CFM,$$

$$\therefore \angle CFM = \angle DCG,$$

$$\therefore MF = MC,$$

$$\because MN \perp FC,$$

$$\therefore CN = NF = \frac{1}{2} CF,$$

$$\therefore CN = \frac{1}{4} CG.$$

$$\because MN \perp CG, DG \perp CG,$$

$$\therefore MN \parallel DG,$$

$$\therefore \frac{CM}{CD} = \frac{CN}{CG} = \frac{1}{4},$$

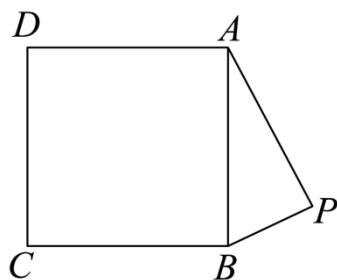
$$\because CD = 5,$$

$$\therefore CM = \frac{5}{4}.$$

故答案为：D.

【思路点拨】由正方形的性质可证 $Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle BCF \cong Rt\triangle ADH \cong Rt\triangle CDG$ ，可推出 $BE = EF = GF = FC$ ，由 $AE \perp BF$ 可得 $AB = AF$ ，根据等腰三角形的性质可得 $\angle BAE = \angle FAE = \angle DCG$ ，结合平行线的性质可推出 $\angle CFM = \angle DCG$ ，利用等角对等边可得 $MF = MC$ ，根据等腰三角形三线合一可得 $CN = NF = \frac{1}{2} CF$ ，即得 $CN = \frac{1}{4} CG$ ，根据平行线分线段成比例可得 $\frac{CM}{CD} = \frac{CN}{CG} = \frac{1}{4}$ ，继而得解.

6. (2分) (2022 八上·钦州月考) 如图，正方形 $ABCD$ 的面积为 100cm^2 ， $\triangle ABP$ 为直角三角形， $\angle P = 90^\circ$ ，且 $PB = 6\text{cm}$ ，则 AP 的长为 ()



A. 10cm

B. 6cm

C. 8cm

D. 无法确定

【答案】C

【规范解答】解：∵正方形 ABCD 的面积为 100cm^2 ，

∴ $AB=10\text{cm}$ ，

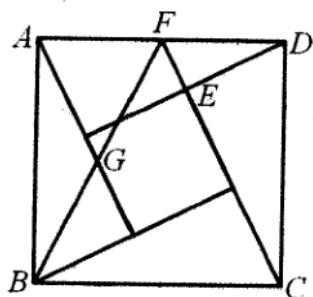
∵ $\triangle ABP$ 为直角三角形， $\angle P=90^\circ$ ，且 $PB=6\text{cm}$ ，

∴ $AP=\sqrt{AB^2 - BP^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$ 。

故答案为：C。

【思路点拨】根据正方形的面积 $S=\text{边长}^2$ 可得边长 AB 的值，在直角三角形 ABP 中，用勾股定理可求解。

7. (2分) (2023 八上·温州期末) 如图，大正方形 ABCD 由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼接而成。点 E 为小正方形的顶点，延长 CE 交 AD 于点 F，连结 BF 交小正方形的一边于点 G。若 $\triangle BCF$ 为等腰三角形， $AG=5$ ，则小正方形的面积为()



A. 15

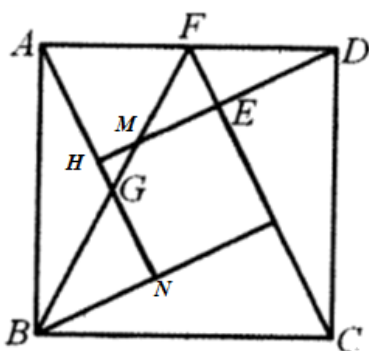
B. 16

C. 20

D. 25

【答案】B

【规范解答】解：如图：添加字母标注，



∵四边形 ABCD 是正方形，

∴ $AB=CD$ ， $\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=\angle BAD=90^\circ$ ，

∵ $\triangle BCF$ 为等腰三角形，

$$\therefore BF=CF,$$

$$\therefore \angle FCB=\angle FBC,$$

$$\therefore \angle ABC-\angle FBC=\angle BCD-\angle FCB, \text{ 即 } \angle ABF=\angle FCD,$$

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DCF$ 中,

$$\therefore \angle CDA=\angle BAD, AB=CD, \angle ABF=\angle FCD,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AF=DF,$$

又 $\because CF \parallel AN$,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ADH$ 的中位线,

$$\therefore AH=2EF, DE=HE,$$

$$\therefore DE=HE=HN,$$

设 $EF=x$, 则 $AH=2x$, $HG=AG-AH=5-2x$,

$$\therefore DE=BN=AH=2x, GN=HN-HG=2x-(5-2x)=4x-5,$$

$$\therefore FC \parallel AN,$$

$$\therefore \triangle EFM \sim \triangle HGM,$$

$$\therefore \frac{HM}{ME} = \frac{HG}{EF}, \text{ 即 } \frac{HM}{2x-HM} = \frac{5-2x}{x} \text{ ①},$$

$$\therefore HD \parallel BN,$$

$$\therefore \triangle HMG \sim \triangle NBG,$$

$$\therefore \frac{HG}{GN} = \frac{HM}{BN}, \text{ 即 } \frac{5-2x}{4x-5} = \frac{HM}{2x} \text{ ②},$$

联立①与②得 $x=2$,

\therefore 小正方形的面积为:

$$(2x)^2=16.$$

故答案为: B.

【思路点拨】易得 $AB=CD$, $\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=\angle BAD=90^\circ$, 由等腰三角形的性质得 $\angle FCB=\angle FBC$, 根据等角的余角相等得 $\angle ABF=\angle FCD$, 从而利用ASA判断出 $\triangle ABF \cong \triangle DCF$, 得 $AF=DF$, 结合 $CF \parallel AN$, 得 EF 是 $\triangle ADH$ 的中位线, 推出 $AH=2EF$, $DE=HE$, 设 $EF=x$, 则 $AH=2x$, $HG=AG-AH=5-2x$, $DE=BN=AH=2x$, $GN=HN-HG=4x-$

5, 判断出 $\triangle EFM \sim \triangle HGM$, $\triangle HMG \sim \triangle NBG$, 根据相似三角形对应边成比例得 $\frac{HM}{ME} = \frac{HG}{EF}$, 即

$$\frac{HM}{2x-HM} = \frac{5-2x}{x} \text{ ①}, \frac{HG}{GN} = \frac{HM}{BN}, \text{ 即 } \frac{5-2x}{4x-5} = \frac{HM}{2x}$$

②，联立①与②可得 x 的值，进而根据正方形的面积计算方法即可求出答案.

8. (2分) (2022 八上·龙港期中) 三国时期的赵爽利用图 1 证明了勾股定理，后来日本的数学家关孝和在“赵爽弦图”的启发下利用图 2 也证明了勾股定理. 在图 2 中，E, B, F 在同一条直线上，四边形 ABCD, EFGA, HGDJ 都是正方形，若正方形 ABCD 的面积等于 100， $\triangle IJD$ 面积等于 $\frac{27}{2}$ ，且已知 $AH=2$ ，则 $\triangle KCD$ 的面积等于 ()

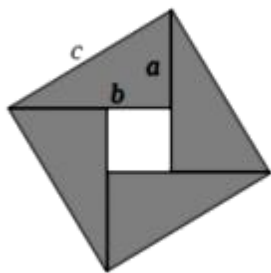


图1

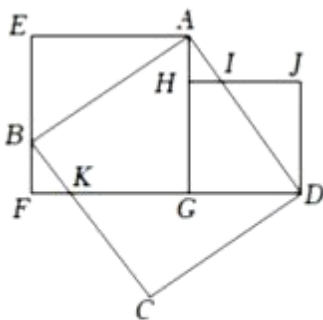


图2

A. $\frac{75}{2}$

B. 39

C. $\frac{77}{2}$

D. 52

【答案】A

【规范解答】解：∵ 四边形 ABCD 和四边形 GDJH 是正方形，正方形 ABCD 的面积等于 100，

∴ $AB=BC=AD=CD=10$ ， $GH=GD$ ，

设 $GH=GD=x$ ，则 $AG=x+2$ ，

∴ $AG^2+DG^2=AD^2$ ，

∴ $(2+x)^2+x^2=10^2$ ，

解得 $x=6$ ， $x=-8$ 舍去，

∴ $DJ=6$ ，

∴ $\triangle IJD$ 面积等于 $\frac{27}{2}$ ，

∴ $\frac{1}{2}DJ \cdot IJ = \frac{1}{2} \times 6 \times IJ = \frac{27}{2}$ ，

∴ $IJ = \frac{9}{2}$ ，

∴ $IH = HJ - IJ = 6 - \frac{9}{2} = \frac{3}{2}$ ，

∴ $AI = \sqrt{AH^2 + HI^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$ ，

$$\because AB=10, AE=AG=8,$$

$$\therefore BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore BF=2,$$

$$\therefore AH=BF,$$

$$\because \angle EAG = \angle BAD = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAD = \angle BAE, \angle BAE = \angle FBK,$$

$$\therefore \angle GAD = \angle FBK,$$

$$\because \angle BFK = \angle AHI = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AHI \cong \triangle BFK \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AI = BK = \frac{5}{2},$$

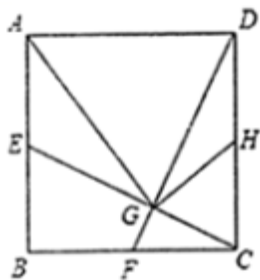
$$\therefore CK = BC - BK = 10 - \frac{5}{2} = \frac{15}{2},$$

$$\therefore \triangle KCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} CD \cdot CK = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{15}{2} = \frac{75}{2}.$$

故答案为：A.

【思路点拨】根据正方形的性质得 $AB=BC=AD=CD=10$, $GH=GD$, 设 $GH=GD=x$, 则 $AG=x+2$, 根据勾股定理建立方程, 求出 x 的值, 即可得出 DJ 的值, 结合 $\triangle IJD$ 面积, 根据三角形的面积公式算出 IJ 的长, 再由 $IH=HJ - IJ$ 算出 IH 的长, 接着利用勾股定理算出 AI 、 BE 的长, 根据同角的余角相等可得 $\angle GAD = \angle FBK$, 从而利用 ASA 判断出 $\triangle AHI \cong \triangle BFK$, 根据全等三角形的性质得 $BK=AI$, 由 $CK=BC - BK$ 算出 CK , 最后根据三角形的面积公式即可算出答案.

9. (2分) (2022 八下·官渡期末) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 的中点, CE 、 DF 交于 G , 连接 AG 、 HG . 下列结论: ① $CE \perp DF$; ② $AG = DG$; ③ $\angle CHG = \angle DAG$; ④ $2HG = AD$. 正确的有 ()



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】C

【规范解答】∵ 四边形 ABCD 是正方形，

∴ $AB=BC=CD=AD$ ， $\angle B=\angle C=90^\circ$ ，

∵ 点 E、F、H 分别是 AB、BC、CD 的中点，

∴ $BE=CF$ ，

在 $\triangle BCE$ 与 $\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases} BE=CF \\ \angle B=\angle C, \\ BC=CD \end{cases}$$

∴ $\triangle BCE \cong \triangle CDF$ ，(SAS)，

∴ $\angle ECB=\angle CDF$ ，

∵ $\angle BCE+\angle ECD=90^\circ$ ，

∴ $\angle ECD+\angle CDF=90^\circ$ ，

∴ $\angle CGD=90^\circ$ ，

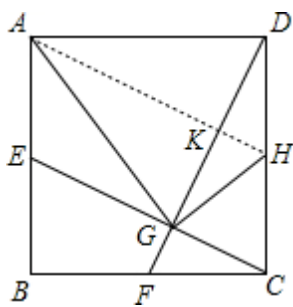
∴ $CE \perp DF$ ；故①符合题意；

在 $Rt\triangle CGD$ 中，H 是 CD 边的中点，

$$\therefore HG = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} AD,$$

即 $2HG=AD$ ；故④符合题意；

连接 AH，如图所示：



同理可得： $AH \perp DF$ ，

$$\therefore HG=HD = \frac{1}{2} CD,$$

∴ $DK=GK$ ，

∴ AH 垂直平分 DG，

∴ $AG=AD$ ；

若 $AG=DG$ ，则 $\triangle ADG$ 是等边三角形，

则 $\angle ADG=60^\circ$, $\angle CDF=30^\circ$,

而 $CF=\frac{1}{2}CD \neq \frac{1}{2}DF$,

$\therefore \angle CDF \neq 30^\circ$,

$\therefore \angle ADG \neq 60^\circ$,

$\therefore AG \neq DG$, 故②不符合题意;

$\therefore \angle DAG=2\angle DAH$,

同理: $\triangle ADH \cong \triangle DCF$,

$\therefore \angle DAH=\angle CDF$,

$\because GH=DH$,

$\therefore \angle HDG=\angle HGD$,

$\therefore \angle GHC=\angle HDG+\angle HGD=2\angle CDF$,

$\therefore \angle CHG=\angle DAG$; 故③符合题意;

正确的结论有 3 个,

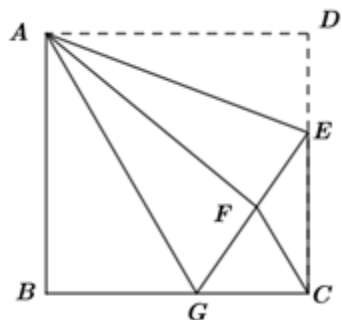
故答案为: C.

【思路点拨】 利用正方形的性质、全等三角形的判定和性质及含 30° 角的直角三角形的性质逐项判断即可。

10. (2分) (2022 八下·泰安期末) 如图, 正方形 ABCD 中, $AB=6$, 点 E 在边 CD 上, 且 $CD=3DE$. 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$, 延长 EF 交边 BC 于点 G, 连结 AG、CF. 下列结论:

- ① $\triangle ABG \cong \triangle AFG$; ② $BG=GC$; ③ $AG \parallel CF$; ④ $S_{\triangle VGC E} = 6$.

其中正确结论的个数是 ()



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】 A

【规范解答】解：∵四边形 ABCD 是正方形，

∴AB=AD=DC=6，∠B=∠D=90° .

∵CD=3DE，

∴DE=2.

∵△ADE 沿 AE 折叠得到△AFE，

∴DE=EF=2，AD=AF，∠D=∠AFE=∠AFG=90°，

∴AF=AB.

∵在 Rt△ABG 和 Rt△AFG 中 $\begin{cases} AG = AG \\ AB = AF \end{cases}$ ，

∴Rt△ABG≌Rt△AFG (HL)，∴①符合题意；

∵Rt△ABG≌Rt△AFG，∴BG=FG，∠AGB=∠AGF，

设 BG=x，则 CG=BC - BG=6 - x，GE=GF+EF=BG+DE=x+2.

在 Rt△ECG 中，由勾股定理得：CG²+CE²=EG².

∵CG=6 - x，CE=4，EG=x+2，

∴(6 - x)²+4²=(x+2)²，

解得：x=3，∴BG=GF=CG=3，∴②符合题意；

∵CG=GF，∴∠CFG=∠FCG.

∵∠BGF=∠CFG+∠FCG.

又∵∠BGF=∠AGB+∠AGF，∴∠CFG+∠FCG=∠AGB+∠AGF.

∵∠AGB=∠AGF，∠CFG=∠FCG，∴∠AGB=∠FCG，∴AG∥CF，∴③符合题意；

∵BG=GF=CG=3，CE=4，∴S_{VGCE} = 6，∴④符合题意.

故答案为：A.

【思路点拨】根据翻折变化的性质和正方形的性质证出 Rt△ABG≌Rt△AFG (HL)，根据勾股定理得出

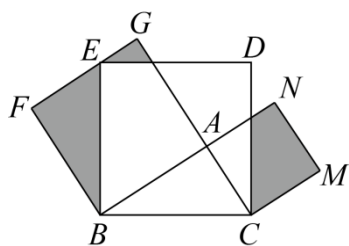
CG²+CE²=EG²，由平行线的判定得出 AG∥CF，求出 S_{VGCE} = 6 的面积即可。

阅卷人	
得分	

二、填空题(共 10 题；每题 2 分，共 20 分)

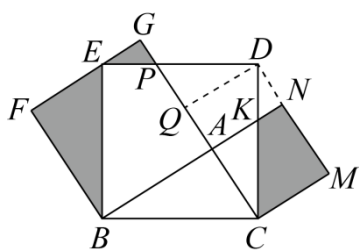
11. (2 分) (2022 八上·龙岗期末) 如图，在 Rt△ABC 中，∠BAC = 90°，分别以 AB、BC、AC

为边向上作正方形 $AGFB$ 、正方形 $BCDE$ 、正方形 $ACMN$ ，点 E 在 FG 上，若 $AC = 2$ ， $BC = \sqrt{13}$ ，
 则图中阴影的面积为_____.



【答案】6

【规范解答】如图，连接 DM ，过点 D 作 $DQ \perp CG$ ，



$$\therefore \angle DQC = 90^\circ,$$

\because 四边形 $BCDE$ 是正方形，

$$\therefore BC = CD, \angle ACB + \angle QCD = 90^\circ,$$

又 $\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACB + \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle QCD$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 与 } \triangle QCD \text{ 中: } \begin{cases} \angle BAC = \angle DQC \\ \angle ABC = \angle QCD \\ BC = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle QCD \text{ (AAS)}$$

$$\therefore DQ = AC$$

又 $\because ACMN$ 是正方形，

$$\therefore CM = AC, \angle QCM = 90^\circ, \triangle DQC \cong \triangle PCM$$

$$\therefore \triangle DQC \cong \triangle PCM, DQ = CM$$

$\therefore CMDQ$ 是平行四边形,

$\therefore MD \parallel AC$

$\therefore D、N、M$ 在一条直线上,

故: $\triangle VDCM$ 也是直角三角形且 $\triangle VABC \cong \triangle VDCM$, 由四边形 $BCDE$ 是正方形, $AGFB$ 是正方形,

$ACMN$ 是正方形, $\triangle VDCM、\triangle VABC$ 是全等的三角形, 类比赵爽弦图已知 $\triangle VABC \cong \triangle VDCM \cong \triangle VFBE$, 即可证明 $\triangle VDNK \cong \triangle VEGP$ (此处证明略)

则: $S_{\text{阴}} = S_{\triangle VFBE} + S_{\triangle VEGP} + S_{\triangle CMNK} = S_{\triangle VFBE} + S_{\triangle VDNK} + S_{\triangle CMNK} = S_{\triangle VFBE} + S_{\triangle VDCM} = 2S_{\triangle VABC}$

$\because AC = 2, BC = \sqrt{13}$

$\therefore AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = 3$

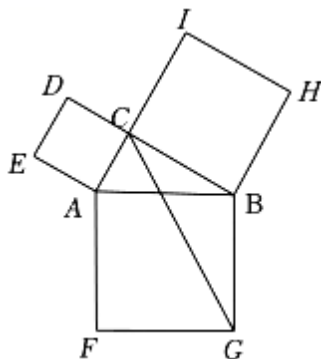
$\therefore S_{\text{阴}} = 2S_{\triangle VABC} = 2 \times \frac{1}{2} AB \cdot AC = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 6.$

故答案为: 6.

【思路点拨】 连接 DM , 过点 D 作 $DQ \perp CG$, 先利用“**AAS**”证明 $\triangle VABC \cong \triangle VQCD$, 可得 $DQ = AC$, 再利用割补法和等量代换可得

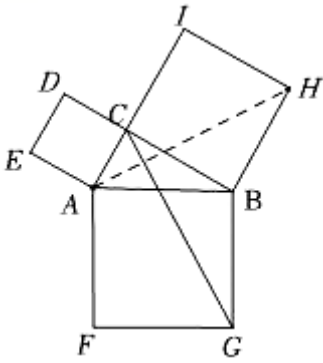
$S_{\text{阴}} = S_{\triangle VFBE} + S_{\triangle VEGP} + S_{\triangle CMNK} = S_{\triangle VFBE} + S_{\triangle VDNK} + S_{\triangle CMNK} = S_{\triangle VFBE} + S_{\triangle VDCM} = 2S_{\triangle VABC}$, 最后求出阴影部分的面积即可。

12. (2分) (2022 八上·苍南期中) 如图, 以直角三角形 ABC 的三条边为边长, 向形外分别作正方形, 连结 CG , 其中正方形 $ACDE$ 和正方形 $ABGF$ 的面积分别为 1 和 5, 则 CG 长为_____.



【答案】 $\sqrt{13}$

【规范解答】 解: 连结 AH ,



∵ 正方形 ACDE 和正方形 ABGF 的面积分别为 1 和 5,

$$\therefore AC^2=1, AB^2=5, GB=AB,$$

$$\therefore AC=1,$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore BC^2=AB^2-AC^2=5-1=4,$$

$$\therefore BC=2,$$

∵ 四边形 BDIH 是正方形,

$$\therefore CI=HI=BC=2, \angle ICB=90^\circ, CB=HB,$$

$$\therefore \angle ACB+\angle ICB=180^\circ,$$

∴ A、C、I 三点在同一条直线上,

$$\therefore AI=AC+CI=1+2=3,$$

$$\therefore HA = \sqrt{HI^2 + AI^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

$$\therefore \angle ABG = \angle CBH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GBC = \angle ABH = 90^\circ + \angle ABC,$$

在 $\triangle GBC$ 和 $\triangle ABH$ 中,

$$\begin{cases} GB = AB \\ \angle GBC = \angle ABH \\ CB = HB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle GBC \cong \triangle ABH \text{ (SAS)},$$

$$\therefore CG = HA = \sqrt{13},$$

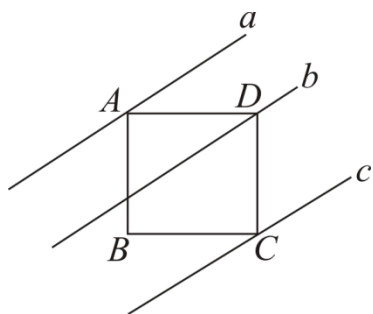
$$\therefore CG \text{ 的长为 } \sqrt{13},$$

故答案为: $\sqrt{13}$.

【思路点拨】 连结 AH, 由正方形的性质可得 $AC^2=1$, AB^2

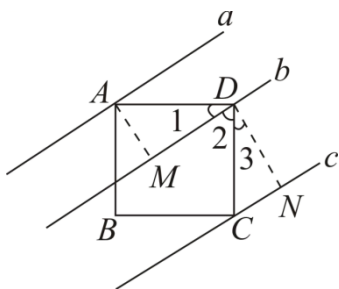
$=5$, $GB=AB$, A 、 C 、 I 三点在同一条直线上, 利用勾股定理求出 $BC=2$, $AI=3$, $AH=\sqrt{13}$, 根据 SAS 证明 $\triangle GBC \cong \triangle ABH$, 可得 $CG=HA=\sqrt{13}$.

13. (2分) (2022 八上·平阳期中) 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 直线 a , b , c 分别通过 A 、 D 、 C 三点, 且 $a \parallel b \parallel c$. 若 a 与 b 之间的距离是 2, b 与 c 之间的距离是 7, 则正方形 $ABCD$ 的面积是_____.



【答案】53

【规范解答】解: 如图: 过 A 作 $AM \perp$ 直线 b 于 M , 过 D 作 $DN \perp$ 直线 c 于 N ,



则 $\angle AMD = \angle DNC = 90^\circ$,

$\because b \parallel c$, $DN \perp$ 直线 c ,

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$,

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD = DC$, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

在 $\triangle AMD$ 和 $\triangle CND$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 3 \\ \angle AMD = \angle CND, \\ AD = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMD \cong \triangle CND$ (AAS),

$$\therefore AM = CN ,$$

$\therefore a$ 与 b 之间的距离是 2, b 与 c 之间的距离是 7,

$\therefore AM = CN = 2, DN = 7,$

在 $Rt\triangle DNC$ 中, 由勾股定理得: $DC^2 = DN^2 + CN^2 = 7^2 + 2^2 = 53,$

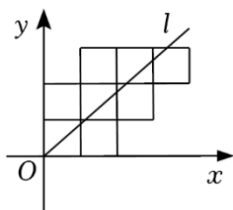
即正方形 $ABCD$ 的面积为 53.

故答案为: 53.

【思路点拨】 过 A 作 $AM \perp$ 直线 b 于 M , 过 D 作 $DN \perp$ 直线 c 于 N , 由平行线的性质可得 $\angle AMD = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 根据正方形的性质可得 $AD = DC$, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 则 $\angle 1 = \angle 3$, 利用 AAS 证明 $\triangle AMD \cong \triangle CND$, 得到 $AM = CN$, 由题意可得 $AM = CN = 2, DN = 7$, 利用勾股定理可得 DC^2 , 进而可得正方形 $ABCD$ 的面积.

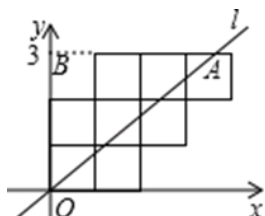
14. (2分) (2022 八下·任丘期末) 把 8 个边长为 1 的正方形按如图所示摆放在直角坐标系中, 经过原点 O 的直线 l 将这 8 个正方形分成面积相等的两部分, 则该直线的函数表达式

是 _____.



【答案】 $y = \frac{9}{10}x$ 或 $y = 0.9x$

【规范解答】 解: 如图, 过 A 作 $AB \perp y$ 轴, 垂足为点 B , 则 $OB = 3$,



\therefore 经过原点的一条直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分,

$\therefore S_{\triangle AOB} = 4 + 1 = 5,$

$\therefore OB = 3,$

$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot 3 = 5,$

解得: $AB = \frac{10}{3},$

$\therefore A$ 点坐标为 $(\frac{10}{3}, 3),$

设直线方程为 $y = kx,$

$$\text{则 } 3 = \frac{10}{3}k,$$

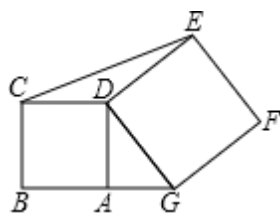
$$\therefore k = \frac{9}{10},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 解析式为 } y = \frac{9}{10}x.$$

$$\text{故答案为: } y = \frac{9}{10}x.$$

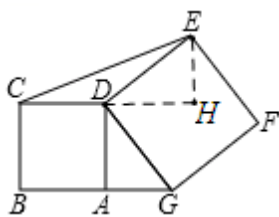
【思路点拨】过 A 作 $AB \perp y$ 轴，垂足为点 B，则 $OB=3$ ，由于经过原点的一条直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分，可得 $S_{\triangle AOB} = 5 = \frac{1}{2} \times AB \cdot OB$ ，据此求出 $AB = \frac{10}{3}$ ，即得 $A(\frac{10}{3}, 3)$ ，利用待定系数法求出直线 l 解析式即可。

15. (2分) (2022 八下·潮安期末) 如图，点 A 在线段 BG 上，四边形 ABCD 和四边形 DEFG 都是正方形，面积分别是 10 和 19，则 $\triangle CDE$ 的面积为_____.



【答案】 $\frac{3}{2}\sqrt{10}$

【规范解答】解：解：过 E 作 $EH \perp CD$ 于点 H.



$$\because \angle ADG + \angle GDH = \angle EDH + \angle GDH,$$

$$\therefore \angle ADG = \angle EDH.$$

$$\text{又} \because DG = DE, \angle DAG = \angle DHE.$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle HDE.$$

$$\therefore HE = AG.$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 和四边形 } DEFG \text{ 都是正方形，面积分别是 } 5 \text{ 和 } 9. \text{ 即 } AD^2 = 5, DG^2 = 9.$$

\therefore 在直角 $\triangle ADG$ 中，

$$AG = \sqrt{DG^2 - AD^2} = \sqrt{19 - 10} = 3,$$

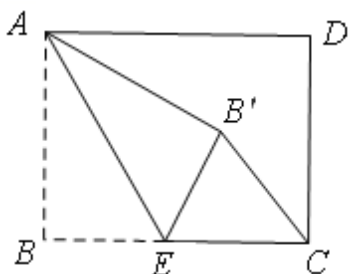
$$\therefore EH = AG = 3.$$

$$\therefore \triangle CDE \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} CD \cdot EH = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times 3 = \frac{3}{2} \sqrt{10}.$$

故答案为 $\frac{3}{2} \sqrt{10}$.

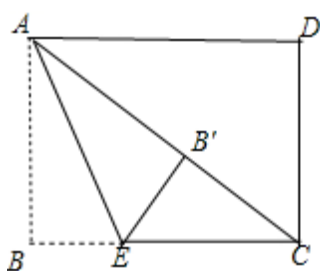
【思路点拨】 过 E 作 $EH \perp CD$ 于点 H, 先证明 $\triangle ADG \cong \triangle HDE$, 可得 $HE = AG$, 再利用勾股定理求出 AG 的长, 最后利用三角形的面积公式计算即可。

16. (2分) (2022 八上·西安月考) 如图, 矩形 ABCD 中, $AB=3$, $BC=4$, 点 E 是 BC 边上一点, 连接 AE, 把 $\angle B$ 沿 AE 折叠, 使点 B 落在点 B' 处, 当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时, BE 的长为_____

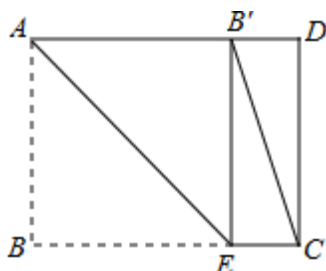


【答案】 3 或 $\frac{3}{2}$

【规范解答】 解: 当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时, 有两种情况:



答图1



答图2

①当点 B' 落在矩形内部时, 如答图 1 所示.

连结 AC,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $BC=4$,

$$\therefore AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$\therefore \angle B$ 沿 AE 折叠, 使点 B 落在点 B' 处,

$$\therefore \angle AB'E = \angle B = 90^\circ,$$

当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时，只能得到 $\angle EB'C=90^\circ$ ，

\therefore 点A、 B' 、C共线，即 $\angle B$ 沿AE折叠，使点B落在对角线AC上的点 B' 处，

$\therefore EB=EB'$ ， $AB=AB'=3$ ，

$\therefore CB'=5-3=2$ ，

设 $BE=x$ ，则 $EB'=x$ ， $CE=4-x$ ，

在 $Rt\triangle CEB'$ 中，

$\therefore EB'^2+CB'^2=CE^2$ ，

$\therefore x^2+2^2=(4-x)^2$ ，解得 $x=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore BE=\frac{3}{2}$ ；

②当点 B' 落在AD边上时，如答图2所示。此时 $ABEB'$ 为正方形，

$\therefore BE=AB=3$ 。

综上所述，BE的长为 $\frac{3}{2}$ 或3。

故答案为： $\frac{3}{2}$ 或3。

【思路点拨】当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时，有两种情况：①当点 B' 落在矩形内部时，连结AC，根据勾股定理可得 $AC=5$ ，由折叠的性质可得 $\angle AB'E=\angle B=90^\circ$ ， $EB=EB'$ ， $AB=AB'=3$ ，则 $CB'=2$ ，设 $BE=x$ ，则 $EB'=x$ ， $CE=4-x$ ，在 $Rt\triangle CEB'$ 中，利用勾股定理可得 x ；②当点 B' 落在AD边上时，此时 $ABEB'$ 为正方形，则 $BE=AB$ ，据此解答。

17. (2分) (2022八下·越秀期末) 如图，正方形ABCD的边长为4，点E为对角线BD上任意一点(不与B、D重合)，连接AE，过点E作 $EF \perp AE$ ，交线段BC于点F，以AE、EF为邻边作矩形AEFG，连接BG。给出下列四个结论：

① $AE = EF$ ； ② $CD - BF = \frac{\sqrt{2}}{2} BE$ ；

③ 设四边形AGBE的周长为 m ，则 $8\sqrt{2} < m < 8 + 4\sqrt{2}$ ；

④ 当 $BF = 1$ 时， $S_{\triangle AGB}$ 的面积为3。

其中正确的结论有_____。(填写所有正确结论的序号)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/597124156166006200>