2022年北京市高考数学试卷

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．已知全集$U=\{x\mid -3<x<3\}$，集合$A=\{x\mid -2<x\leqslant 1\}$，则$\complement_U A=($　　$)$

A．$(-2，1]$　　B．$(-3,-2)\cup[1，3)$　　C．$[-2，1)$　　D．$(-3，-2]\cup(1,3)$

2．若复数z满足$i\cdot z=3-4i$，则$|z|=($　　$)$

A．1　　B．5　　C．7　　D．25

3．若直线$2x+y-1=0$是圆$(x-a)^2+y^2=1$的一条对称轴，则$a=($　　$)$

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．-1

4．已知函数$f(x)=\dfrac{1}{1+2^x}$，则对任意实数x，有$($　　$)$

A．$f(-x)+f(x)=0$　　B．$f(-x)-f(x)=0$

C．$f(-x)+f(x)=1$　　D．$f(-x)-f(x)=\dfrac{1}{3}$

5．已知函数$f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x$，则$($　　$)$

A．$f(x)$在$(-\dfrac{\pi}{2}，-\dfrac{\pi}{6})$上单调递减

B．$f(x)$在$(-\dfrac{\pi}{4}，\dfrac{\pi}{12})$上单调递增

C．$f(x)$在$(0,\dfrac{\pi}{3})$上单调递减

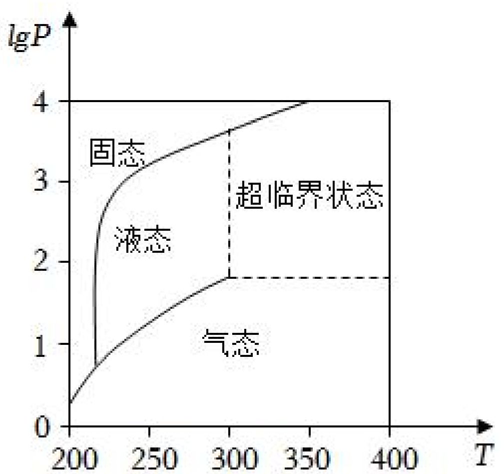
D．$f(x)$在$(\dfrac{\pi}{4}，\dfrac{7\pi}{12})$上单调递增

6．设$\{a_n\}$是公差不为0的无穷等差数列，则“$\{a_n\}$为递增数列”是“存在正整数N_0，当$n>N_0$时，$a_n>0$”的$($　　$)$

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．在北京冬奥会上，国家速滑馆“冰丝带”使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术，为实现绿色冬奥作出了贡献．如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与T和lgP的关系，其中T表示温度，单位是K；P表示压强，单位是bar．下列结论中正确的是$($　　$)$



A．当$T=220$，$P=1026$时，二氧化碳处于液态

B．当$T=270$，$P=128$时，二氧化碳处于气态

C．当$T=300$，$P=9987$时，二氧化碳处于超临界状态

D．当$T=360$，$P=729$时，二氧化碳处于超临界状态

8．若$(2x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则$a_0+a_2+a_4=($　　$)$

A．40　　B．41　　C．-40　　D．-41

9．已知正三棱锥$P-ABC$的六条棱长均为6，S是ΔABC及其内部的点构成的集合．设集合$T=\{Q\in S\mid PQ\leqslant 5\}$，则$T$表示的区域的面积为$($　　$)$

A．$\dfrac{3\pi}{4}$　　B．π　　C．2π　　D．3π

10．在ΔABC中，$AC=3$，$BC=4$，$\angle C=90^{\circ}$．P为ΔABC所在平面内的动点，且$PC=1$，则$PA\cdot PB$的取值范围是$($　　$)$

A．$[-5，3]$　　B．$[-3，5]$　　C．$[-6，4]$　　D．$[-4，6]$

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分。

11．（5分）函数$f(x)=\dfrac{1}{x}+\sqrt{1-x}$的定义域是 ____ ．

12．（5分）已知双曲线$y^2+\dfrac{x^2}{m}=1$的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，则$m=$____．

13．（5分）若函数$f(x)=A\sin x-\sqrt{3}\cos x$的一个零点为$\dfrac{\pi}{3}$，则$A=$____；$f(\dfrac{\pi}{12})=$____．

14．（5分）设函数$f(x)=\begin{cases}-ax+1,x<a,\\(x-2)^2,x\geqslant a.\end{cases}$若$f(x)$存在最小值，则$a$的一个取值为 ____；$a$的最大值为 ____．

15．（5分）已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，其前n项和S_n满足$a_n\cdot S_n=9(n=1，2，\dots)$．给出下列四个结论：

①$\{a_n\}$的第2项小于3；

②$\{a_n\}$为等比数列；

③$\{a_n\}$为递减数列；

④$\{a_n\}$中存在小于$\dfrac{1}{100}$的项．

其中所有正确结论的序号是 ____．

三、解答题共6小题，共85分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16．（13分）在ΔABC中，$\sin 2C=\sqrt{3}\sin C$．

（Ⅰ）求$\angle C$；

（Ⅱ）若$b=6$，且ΔABC的面积为$6\sqrt{3}$，求ΔABC的周长．

17．（14分）如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧面BCC_1B_1为正方形，平面$BCC_1B_1\perp$平面ABB_1A_1，$AB=BC=2$，M，N分别为A_1B_1，AC的中点．

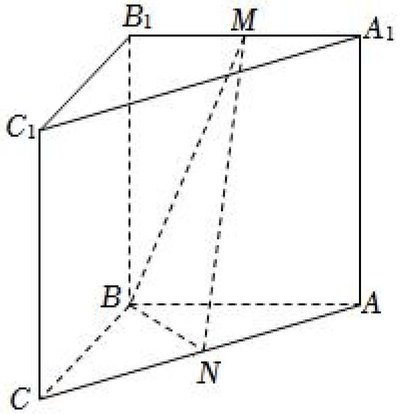
（Ⅰ）求证：$MN//$平面BCC_1B_1；

（Ⅱ）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求直线AB与平面BMN所成角的正弦值．

条件①：$AB \perp MN$ ；

条件②：$BM = MN$ ．

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分．



18．（13 分）在校运动会上，只有甲、乙、丙三名同学参加铅球比赛，比赛成绩达到$9.50m$以上（含$9.50m$)的同学将获得优秀奖．为预测获得优秀奖的人数及冠军得主，收集了甲、乙、丙以往的比赛成绩，并整理得到如下数据（单位：m):

甲：9.80，9.70，9.55，9.54，9.48，9.42，9.40，9.35，9.30，9.25；

乙：9.78，9.56，9.51，9.36，9.32，9.23；

丙：9.85，9.65，9.20，9.16．

假设用频率估计概率，且甲、乙、丙的比赛成绩相互独立．

（Ⅰ）估计甲在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的概率；

（Ⅱ）设X是甲、乙、丙在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的总人数，估计X的数学期望EX；

（Ⅲ）在校运动会铅球比赛中，甲、乙、丙谁获得冠军的概率估计值最大？（结论不要求证明）

19．（15 分）已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为$A(0,1)$，焦距为$2\sqrt{3}$ ．

（Ⅰ）求椭圆E的方程；

（Ⅱ）过点$P(-2,1)$作斜率为k的直线与椭圆E交于不同的两点B，C，直线AB，AC分别与x轴交于点M，N．当$|MN|=2$时，求k的值．

20．（15 分）已知函数$f(x)=e^x ln(1+x)$ ．

（Ⅰ）求曲线$y=f(x)$在点$(0$，$f(0))$处的切线方程；

（Ⅱ）设$g(x)=f'(x)$，讨论函数$g(x)$在$[0$，$+\infty)$上的单调性；

（Ⅲ）证明：对任意的s，$t\in(0,+\infty)$，有$f(s+t)>f(s)+f(t)$ ．

21．（15 分）已知$Q:a_1$，a_2，…，a_k为有穷整数数列．给定正整数m，若对任意的$n\in\{1$，2，…，$m\}$，在Q中存在a_i，a_{i+1}，a_{i+2}，…，$a_{i+j}(j\geqslant 0)$，使得$a_i+a_{i+1}+a_{i+2}+\ldots+a_{i+j}=n$，则称$Q$为$m-$连续可表数列．

（Ⅰ）判断$Q:2$，1，4是否为$5-$连续可表数列？是否为$6-$连续可表数列？说明理由；

（Ⅱ）若$Q:a_1$，a_2，…，a_k为$8-$连续可表数列，求证：k的最小值为4；

（Ⅲ）若$Q:a_1$，a_2，…，a_k为$20-$连续可表数列，且$a_1+a_2+\ldots+a_k<20$，求证：$k\geqslant 7$ ．

2022 年北京市高考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．已知全集 $U=\{x\mid -3<x<3\}$ ，集合 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 1\}$ ，则 $\complement_U A=($　　$)$

A．$(-2，1]$　　B．$(-3,-2)\cup[1，3)$　　C．$[-2，1)$　　D．$(-3，-2]\cup(1,3)$

【思路分析】由补集的定义直接求解即可．

【解析】因为全集 $U=\{x\mid -3<x<3\}$ ，集合 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 1\}$ ，

所以 $\complement_U A=\{x\mid -3<x\leqslant -2$ 或 $1<x<3\}=(-3，-2]\cup(1,3)$ ．

故选：D ．

【试题评价】本题主要考查补集的运算，考查运算求解能力，属于基础题．

2．若复数 z 满足 $i\cdot z=3-4i$ ，则 $|z|=($　　$)$

A．1　　B．5　　C．7　　D．25

【思路分析】把已知等式变形，再由商的模等于模的商求解．

【解析】由 $i\cdot z=3-4i$ ，得 $z=\dfrac{3-4i}{i}$ ，

$\therefore |z|=|\dfrac{3-4i}{i}|=\dfrac{|3-4i|}{|i|}=\dfrac{\sqrt{3^2+(-4)^2}}{1}=5$ ．

故选：B ．

【试题评价】本题考查复数模的求法，考查化归与转化思想，是基础题．

3．若直线 $2x+y-1=0$ 是圆 $(x-a)^2+y^2=1$ 的一条对称轴，则 $a=($　　$)$

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．-1

【思路分析】由圆的方程求得圆心坐标，代入直线方程即可求得 a 值．

【解析】圆 $(x-a)^2+y^2=1$ 的圆心坐标为 $(a,0)$ ，

直线 $2x+y-1=0$ 是圆 $(x-a)^2+y^2=1$ 的一条对称轴，

$\therefore$ 圆心在直线 $2x+y-1=0$ 上，可得 $2a+0-1=0$ ，即 $a=\dfrac{1}{2}$ ．

故选：A ．

【试题评价】本题考查直线与圆位置关系的应用，明确直线过圆心是关键，是基础题．

4．已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+2^x}$ ，则对任意实数 x ，有 $($　　$)$

A．$f(-x)+f(x)=0$　　B．$f(-x)-f(x)=0$

C．$f(-x)+f(x)=1$　　D．$f(-x)-f(x)=\dfrac{1}{3}$

【思路分析】根据题意计算 $f(x)+f(-x)$ 的值即可．

【解析】因为函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+2^x}$ ，所以 $f(-x)=\dfrac{1}{1+2^{-x}}=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ ，

所以 $f(-x)+f(x)=\dfrac{1+2^x}{1+2^x}=1$ ．

故选：C .

【试题评价】本题考查了指数的运算与应用问题，是基础题．

5．已知函数 $f(x)=\cos^{2}x-\sin^{2}x$ ，则(　　)

A． $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}$ ， $-\frac{\pi}{6})$ 上单调递减

B． $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{4}$ ， $\frac{\pi}{12})$ 上单调递增

C． $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{3})$ 上单调递减

D． $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}$ ， $\frac{7\pi}{12})$ 上单调递增

【思路分析】利用二倍角公式化简得 $f(x)=\cos 2x$ ，周期 $T=\pi$ ，根据余弦函数的单调性可得 $f(x)$ 的单调递减区间为 $[k\pi$ ， $\frac{\pi}{2}+k\pi](k\in Z)$ ，单调递增区间为 $[\frac{\pi}{2}+k\pi$ ， $\pi+k\pi](k\in Z)$ ，进而逐个判断各个选项的正误即可．

【解析】 $f(x)=\cos^{2}x-\sin^{2}x=\cos 2x$ ，周期 $T=\pi$ ，

$\therefore f(x)$ 的单调递减区间为 $[k\pi$ ， $\frac{\pi}{2}+k\pi](k\in Z)$ ，单调递增区间为 $[\frac{\pi}{2}+k\pi$ ， $\pi+k\pi](k\in Z)$ ，

对于 A ， $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}$ ， $-\frac{\pi}{6})$ 上单调递增，故 A 错误，

对于 B ， $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{4}$ ， $0)$ 上单调递增，在 $(0,\frac{\pi}{12})$ 上单调递减，故 B 错误，

对于 C ， $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{3})$ 上单调递减，故 C 正确，

对于 D ， $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}$ ， $\frac{\pi}{2})$ 上单调递减，在 $(\frac{\pi}{2}$ ， $\frac{7\pi}{12})$ 上单调递增，故 D 错误，

故选：C .

【试题评价】本题主要考查了二倍角公式，考查了余弦函数的单调性，属于基础题．

6．设 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的无穷等差数列，则“ $\{a_n\}$ 为递增数列”是“存在正整数 N_0 ，当 $n>N_0$ 时， $a_n>0$ ”的(　　)

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【思路分析】根据等差数列的定义与性质，结合充分必要条件的定义，判断即可．

【解析】【解法一】：因为数列 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的无穷等差数列，当 $\{a_n\}$ 为递增数列时，公差 $d>0$ ，

令 $a_n=a_1+(n-1)d>0$ ，解得 $n>1-\frac{a_1}{d}$ ， $[1-\frac{a_1}{d}]$ 表示取整函数，

所以存在正整数 $N_0=1+[1-\frac{a_1}{d}]$ ，当 $n>N_0$ 时， $a_n>0$ ，充分性成立；

当 $n>N_0$ 时， $a_n>0$ ， $a_{n-1}<0$ ，则 $d=a_n-a_{n-1}>0$ ，必要性成立；

是充分必要条件．故选：C .

【解法二】：（田昊补解）设等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的公差为 d ，则 $d\neq 0$ ，记 $\left[x\right]$ 为不超过 x 的最大整数.

若$\{a_n\}$为单调递增数列，则$d>0$，

若$a_1\geq 0$，则当$n\geq 2$时，$a_n>a_1\geq 0$；若$a_1<0$，则$a_n=a_1+(n-1)d$，

由（令或若）$a_n=a_1+(n-1)d>0$可得$n>1-\frac{a_1}{d}$，取$N_0=\left[1-\frac{a_1}{d}\right]+1$，则当$n>N_0$时，$a_n>0$，

所以，"$\{a_n\}$是递增数列"$\Rightarrow$"存在正整数N_0，当$n>N_0$时，$a_n>0$"；

若存在正整数N_0，当$n>N_0$时，$a_n>0$，取$k\in N^*$且$k>N_0$，$a_k>0$，

假设$d<0$，令$a_n=a_k+(n-k)d<0$可得$n>k-\frac{a_k}{d}$，且$k-\frac{a_k}{d}>k$，

当$n>\left[k-\frac{a_k}{d}\right]+1$时，$a_n<0$，与题设矛盾，假设不成立，则$d>0$，即数列$\{a_n\}$是递增数列.

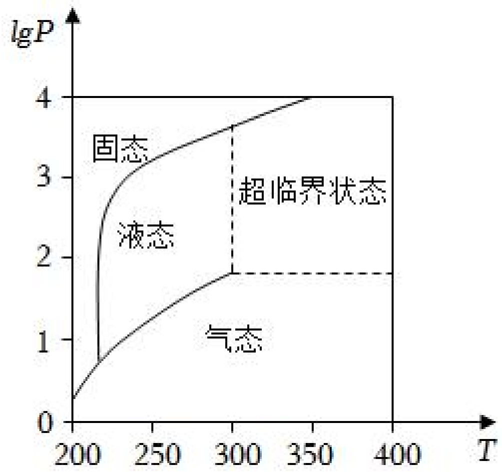
所以，"$\{a_n\}$是递增数列"$\Leftarrow$"存在正整数N_0，当$n>N_0$时，$a_n>0$".

所以，"$\{a_n\}$是递增数列"是"存在正整数N_0，当$n>N_0$时，$a_n>0$"的充分必要条件.

故选：C.

【试题评价】本题考查了等差数列与充分必要条件的应用问题，是基础题．

7．在北京冬奥会上，国家速滑馆"冰丝带"使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术，为实现绿色冬奥作出了贡献．如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与T和lgP的关系，其中T表示温度，单位是K；P表示压强，单位是bar．下列结论中正确的是（　　）



A．当$T=220$，$P=1026$时，二氧化碳处于液态

B．当$T=270$，$P=128$时，二氧化碳处于气态

C．当$T=300$，$P=9987$时，二氧化碳处于超临界状态

D．当$T=360$，$P=729$时，二氧化碳处于超临界状态

【思路分析】计算每个选项的lgP的值，结合T与图可判断结论．

【解析】对于A，当$T=220$，$P=1026$时，$lgP>3$，由图可知二氧化碳处于固态，故A错误；

对于B：当$T=270$，$P=128$时，$2<lgP<3$，由图可知二氧化碳处于液态，故B错误；

对于C：当$T=300$，$P=9987$时，$lgP\approx 4$，由图可知二氧化碳处于固态，故C错误；

对于D：当$T=360$，$P=729$时，$2<lgP<3$，由图可知二氧化碳处于超临界状态，故D正确；

故选：D．

【试题评价】本题考查对数的计算，考查看图的能力，数形结合思想，属基础题．

8．若$(2x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则$a_0+a_2+a_4=($　　$)$

A．40　　　B．41　　　C．-40　　　D．-41

【思路分析】由题意，利用二项式展开式的通项公式，求出a_0和a_2，以及a_4的值，可得结论．

【解析】【解法一】　$(2x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，

$\therefore a_0+a_2+a_4=C_4^4+C_4^2\cdot 2^2+C_4^0\cdot 2^4=1+24+16=41$，故选：$B$．

【解法二】：(田昊补解)赋值法：令 x=1，原式为：$1=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$ ---①，令 x=-1，$81=a_4-a_3+a_2-a_1+a_0$ ---②，①+②得：$a_4+a_2+a_0=41$，故选：B．

【试题评价】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，属于基础题．

9．已知正三棱锥$P-ABC$的六条棱长均为6，S是ΔABC及其内部的点构成的集合．设集合$T=\{Q\in S\,|\,PQ\leqslant 5\}$，则$T$表示的区域的面积为(　　)

A．$\dfrac{3\pi}{4}$　　　B．π　　　C．2π　　　D．3π

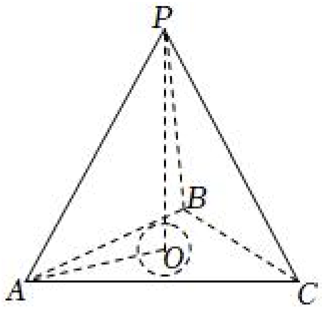
【思路分析】设点P在面ABC内的投影为点O，连接OA，根据正三角形的性质求得OA的长，并由勾股定理求得OP的长，进而知T表示的区域是以O为圆心，1为半径的圆．

【解析】设点P在面ABC内的投影为点O，连接OA，则$OA=\dfrac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$，

所以$OP=\sqrt{PA^2-OA^2}=\sqrt{36-12}=2\sqrt{6}$，

由$\sqrt{PQ^2-OP^2}=\sqrt{25-24}=1$，知$T$表示的区域是以$O$为圆心，1为半径的圆，

所以其面积$S=\pi$．



故选：B．

【试题评价】本题考查棱锥的结构特征，点的轨迹问题，考查空间立体感和运算求解能力，属于基础题．

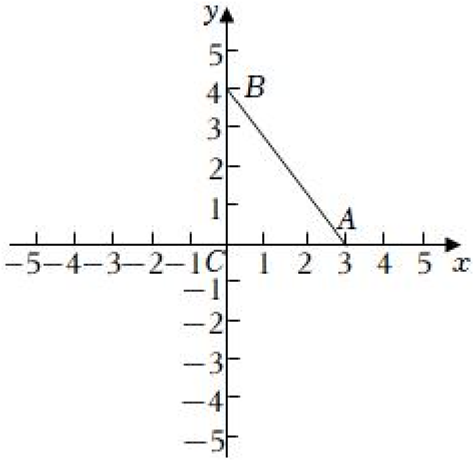
10．在ΔABC中，$AC=3$，$BC=4$，$\angle C=90^\circ$．P为ΔABC所在平面内的动点，且$PC=1$，则$PA\cdot PB$的取值范围是(　　)

A．$[-5，3]$　　　B．$[-3，5]$　　　C．$[-6，4]$　　　D．$[-4，6]$

【思路分析】根据条件，建立平面直角坐标系，设$P(x,y)$，计算可得$PA\cdot PB=-3x-4y+1$，进而可利用参数方程转化为三角函数的最值问题求解．

【解析】【解法一】：在ΔABC中，$AC=3$，$BC=4$，$\angle C=90^\circ$，

以 C 为坐标原点，CA ，CB 所在的直线为 x 轴，y 轴建立平面直角坐标系，如图：



则 $A(3,0)$ ，$B(0,4)$ ，$C(0,0)$ ，

设 $P(x,y)$ ，

因为 $PC=1$ ，

所以 $x^2+y^2=1$ ，

又 $PA=(3-x,-y)$ ，$PB=(-x,4-y)$ ，

所以 $PA\cdot PB=-x(3-x)-y(4-y)=x^2+y^2-3x-4y=-3x-4y+1$ ，

设 $x=\cos\theta$ ，$y=\sin\theta$ ，

所以 $PA\cdot PB=-(3\cos\theta+4\sin\theta)+1=-5\sin(\theta+\varphi)+1$ ，其中 $\tan\varphi=\dfrac{3}{4}$ ，

当 $\sin(\theta+\varphi)=-1$ 时，$PA\cdot PB$ 有最小值为 -4 ，（雷芳校对）$\sin(\theta+\varphi)=1$

当 $\sin(\theta+\varphi)=-1$ 时，$PA\cdot PB$ 有最大值为 6，

所以 $PA\cdot PB\in[-4$ ，$6]$ ，

故选：D .

【解法二】:(田昊补解)在 ΔABC 中，$\angle C=90^\circ$ ，

所以 $CA\ CB=0,\quad <PC,CB>=\left|\dfrac{\pi}{2}-<PC,CA>\right|,$（雷芳校对）$<PC,CB>=\dfrac{3\pi}{2}-<PC,CA>,$

$$\begin{aligned}PA\ PB&=\left(PC+CA\right)\left(PC+CB\right)\\&=PC^2+PC\ CA+PC\ CB+CA\ CB\\&=1+3\cos<PC,CA>+4\cos<PC,CB>+0\\&=1+3\cos<PC,CA>+4\sin<PC,CA>\\&=1+5\sin[<PC,CA>+\varphi]\end{aligned}$$

其中，$\varphi\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right),\tan\varphi=\dfrac{3}{4}$（雷芳校对）其中，$\tan\varphi=\dfrac{3}{4}$

所以，$-4\le PA\ PB\le 6$ 故选：D

【解法三】:(田昊补解)在 ΔABC 中，$\angle C=90^\circ$ 设 M 是 AB 的中点，

因为 $AC=3$ ，$BC=4$ ，

所以 $AB=5$，$MA\cdot MB=-\dfrac{25}{4}$，$MA+MB=0$，$|\mathrm{CM}|=\dfrac{5}{2}$

$PA\ PB=\left(PM+MA\right)\left(PM+MB\right)$

$= PM^2 + PM\ \ MA + PM\ \ MB + MA\ \ MB$

（雷芳校对）$= PM^2 + PM\ \ MA + PM\ \ MB + MA\ \ MB$

$= PM^2 - \dfrac{25}{4}$

因为$|PM|_{\min} = |CM| - 1 = \dfrac{3}{2}$，$|PM|_{\max} = |CM| + 1 = \dfrac{7}{2}$

所以，$-4 \leq PA\ \ PB \leq 6$

故选：D

【试题评价】本题考查了平面向量数量积的最值问题，属于中档题．

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11．(5 分）函数 $f(x) = \dfrac{1}{x} + \sqrt{1-x}$ 的定义域是 __$(-\infty\ ,\ 0) \cup (0\ ,\ 1]$__ ．

【思路分析】由分母不为 0，被开方数非负列不等式组，即可求解函数的定义域．

【解析】要使函数 $f(x) = \dfrac{1}{x} + \sqrt{1-x}$ 有意义，

则$\begin{cases} x \neq 0 \\ 1 - x \geq 0 \end{cases}$，解得$x \leq 1$且$x \neq 0$，

所以函数的定义域为$(-\infty\ ，\ 0) \cup (0\ ，\ 1]$．

故答案为：$(-\infty\ ，\ 0) \cup (0\ ，\ 1]$．

【试题评价】本题主要考查函数定义域的求法，考查运算求解能力，属于基础题．

12．(5 分）已知双曲线$y^2 + \dfrac{x^2}{m} = 1$的渐近线方程为$y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，则$m =$ __-3__ ．

【思路分析】化双曲线方程为标准方程，从而可得$m < 0$，求出渐近线方程，结合已知即可求解m的值．

【解析】双曲线$y^2 + \dfrac{x^2}{m} = 1$化为标准方程可得$y^2 - \dfrac{x^2}{-m} = 1$，

所以$m < 0$，双曲线的渐近线方程$y = \pm\dfrac{1}{\sqrt{-m}}x$，

又双曲线$y^2 + \dfrac{x^2}{m} = 1$的渐近线方程为$y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，

所以$\dfrac{1}{\sqrt{-m}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得$m = -3$．故答案为：$-3$．

【试题评价】本题主要考查双曲线的简单性质，考查运算求解能力，属于基础题．

13．(5 分）若函数$f(x) = A\sin x - \sqrt{3}\cos x$的一个零点为$\dfrac{\pi}{3}$，则$A =$ __1__；$f(\dfrac{\pi}{12}) =$ ____ ．

【思路分析】由题意，利用函数的零点，求得A的值，再利用两角差的正弦公式化简$f(x)$，可得$f(\dfrac{\pi}{12})$的值．

【解析】 函数$f(x) = A\sin x - \sqrt{3}\cos x$的一个零点为$\dfrac{\pi}{3}$，$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{2}A - \sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 0$，

$\therefore A = 1$，函数$f(x) = \sin x - \sqrt{3}\cos x = 2\sin(x - \dfrac{\pi}{3})$，

$\therefore f(\dfrac{\pi}{12}) = 2\sin(\dfrac{\pi}{12} - \dfrac{\pi}{3}) = 2\sin(-\dfrac{\pi}{4}) = -2\sin\dfrac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$，故答案为：1；$-\sqrt{2}$．