2023-2024学年福建省莆田市第六中学高三下学期第三次诊断考试数学试题试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知双曲线C：$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，F_1，F_2为其左、右焦点，直线l过右焦点F_2，与双曲线C的右支交于A，B两点，且点A在x轴上方，若$\left|AF_2\right|=3\left|BF_2\right|$，则直线$l$的斜率为(　)

A．1　　B．-2　　C．-1　　D．2

2．在等差数列$\{a_n\}$中，若S_n为前n项和，$2a_9=a_{11}+12$，则S_{13}的值是（　　）

A．156　　B．124　　C．136　　D．180

3．已知复数$z_1=1+ai\left(a\in R\right)$，$z_2=1+2i$（i为虚数单位），若$\frac{z_1}{z_2}$为纯虚数，则$a=$（　　）

A．-2　　B．2　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

4．已知α为锐角，且$\sqrt{3}\sin 2\alpha=2\sin\alpha$，则$\cos 2\alpha$等于（　　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{2}{9}$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{4}{9}$

5．已知$\cos(2019\pi+\alpha)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$，则$\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=$（　　）

A．$\frac{7}{9}$　　B．$\frac{5}{9}$　　C．$-\frac{5}{9}$　　D．$-\frac{7}{9}$

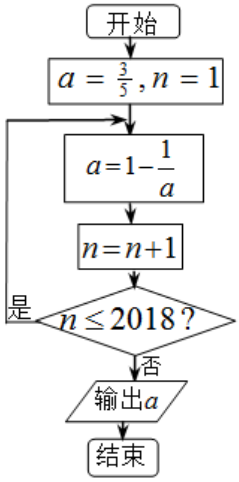
6．设$a=\log_8 0.2, b=\log_{0.3}4, c=4^{0.3}$，则（　　）

A．$c<b<a$　　B．$a<b<c$　　C．$a<c<b$　　D．$b<a<c$

7．已知$\triangle ABC$的面积是$\frac{1}{2}, AB=1, BC=\sqrt{2}$，则$AC=$（　）

A．5　　B．$\sqrt{5}$或1　　C．5或1　　D．$\sqrt{5}$

8．阅读如图的程序框图，运行相应的程序，则输出的a的值为（　　）



A．$-\frac{2}{3}$　　B．$-\frac{3}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{2}{5}$

9．地球上的风能取之不尽，用之不竭.风能是清洁能源，也是可再生能源.世界各国致力于发展风力发电，近 10 年来，全球风力发电累计装机容量连年攀升，中国更是发展迅猛，2014 年累计装机容量就突破了100GW，达到114.6GW，中国的风力发电技术也日臻成熟，在全球范围的能源升级换代行动中体现出大国的担当与决心.以下是近 10 年全球风力发电累计装机容量与中国新增装机容量图. 根据所给信息，正确的统计结论是（　　）





A．截止到 2015 年中国累计装机容量达到峰值

B．10 年来全球新增装机容量连年攀升

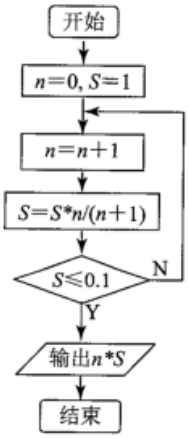
C．10 年来中国新增装机容量平均超过20GW

D．截止到 2015 年中国累计装机容量在全球累计装机容量中占比超过$\frac{1}{3}$

10．已知正三棱锥$A-BCD$的所有顶点都在球O的球面上，其底面边长为 4，E、F、G分别为侧棱AB，AC，AD的中点.若O在三棱锥$A-BCD$内，且三棱锥$A-BCD$的体积是三棱锥$O-BCD$体积的 4 倍，则此外接球的体积与三棱锥$O-EFG$体积的比值为（　　）

A．$6\sqrt{3}\pi$　　B．$8\sqrt{3}\pi$　　C．$12\sqrt{3}\pi$　　D．$24\sqrt{3}\pi$

11．阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是（　　）



A．1．1　　B．1　　C．2．9　　D．2．8

12．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$，**F** 为抛物线的焦点且 **MN** 为过焦点的弦，若 $|OF|=1$，$|MN|=8$，则 $\triangle OMN$ 的面积为（　　）

A． $2\sqrt{2}$　　**B．** $3\sqrt{2}$　　**C．** $4\sqrt{2}$　　**D．** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线与准线的一个交点坐标为 $(1,\sqrt{3})$，则双曲线的焦距为_____.

14．设命题 p：$\exists x_0\in R$，$2^{x_0}+2^{1-x_0}<2$，则 $\neg p$：_____.

15．数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1=2, S_n=\left(1-\frac{1}{2^n}\right)a_{n+1}, b_n=\log_2 a_n$，则数列 $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n=$_____.

16．我国著名的数学家秦九韶在《数书九章》提出了“三斜求积术”．他把三角形的三条边分别称为小斜、中斜和大斜．三斜求积术就是用小斜平方加上大斜平方，送到中斜平方，取相减后余数的一半，自乘而得一个数，小斜平方乘以大斜平方，送到上面得到的那个数，相减后余数被 4 除，所得的数作为“实”，1 作为“隅”，开平方后即得面积．所谓“实”、“隅”指的是在方程 $px^2=q$ 中，**p** 为“隅”，**q** 为“实”．即若 $\triangle ABC$ 的大斜、中斜、小斜分别为 **a**，**b**，**c**，则 $S^2=\frac{1}{4}\left[a^2c^2-\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2}\right)^2\right]$.已知点 **D** 是 $\triangle ABC$ 边 **AB** 上一点，$AC=3$，$BC=2$，$\angle ACD=45^\circ$，$\tan\angle BCD=\frac{8+\sqrt{15}}{7}$，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2a_n-2$.数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\log_2 a_n$，其前 n 项和为 T_n.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）设$c_n=a_n+\dfrac{1}{T_n}$，求数列$\{c_n\}$的前n项和C_n.

18.（12分）已知函数$f(x)=|2x-a|+a$.

（1）当a=2时，求不等式$f(x)\le 6$的解集；

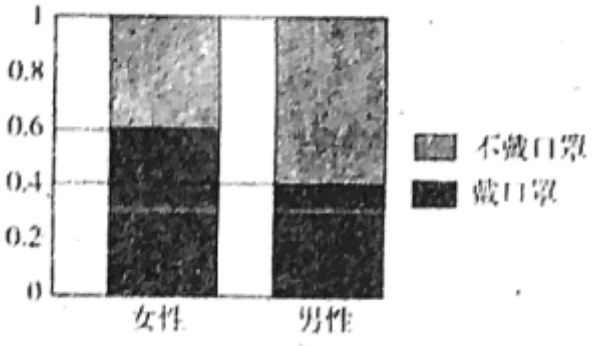
（2）设函数$g(x)=|2x-1|$.当$x\in\mathbf{R}$时，$f(x)+g(x)\ge 3$，求a的取值范围.

19.（12分）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为$A_1$、$A_2$，上、下顶点分别为$B_1$，$B_2$，$F$为其右焦点，$\overrightarrow{B_1A_1}\cdot\overrightarrow{B_1F}=1$，且该椭圆的离心率为$\dfrac{1}{2}$；

（Ⅰ）求椭圆C的标准方程；

（Ⅱ）过点A_1作斜率为k的直线l交椭圆C于x轴上方的点P，交直线$x=4$于点D，直线A_2D与椭圆C的另一个交点为G，直线OG与直线A_1D交于点H．若$\overrightarrow{A_1P}=\lambda\overrightarrow{A_1H}$，求$\lambda$取值范围.

20.（12分）近年来，随着“雾霾”天出现的越来越频繁，很多人为了自己的健康，外出时选择戴口罩，在一项对人们雾霾天外出时是否戴口罩的调查中，共调查了120人，其中女性70人，男性50人，并根据统计数据画出等高条形图如图所示：



（1）利用图形判断性别与雾霾天外出戴口罩是否有关系并说明理由；

（2）根据统计数据建立一个2×2列联表；

（3）能否在犯错误的概率不超过0.05的前提下认为性别与雾霾天外出戴口罩的关系.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2)\ge k_0$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

21.（12 分）在ΔABC中，a、b、c分别是角A、B、C的对边，且$(a+b+c)(a+b-c)=3ab$.

（1）求角C的值；

（2）若$c=2$，且ΔABC为锐角三角形，求$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$的取值范围.

22.（10 分）在平面直角坐标系中，以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，两种坐标系中取相同的长度单位.已知直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}-t\\ y=1+\sqrt{3}t\end{cases}$（t 为参数），曲线 C 的极坐标方程为 ρ＝4sin（θ+$\frac{\pi}{3}$）.

（1）求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 M，N 两点，求△MON 的面积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由$|AF_2|=3|BF_2|$，可得$\overrightarrow{AF_2}=3\overrightarrow{F_2B}$.设直线 l 的方程 x＝my+$\sqrt{5}$，m＞0，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，即 $y_1=-3y_2$①，

联立直线 l 与曲线 C,得 $y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{5}m}{m^2-4}$②，$y_1y_2=\frac{1}{m^2-4}$③，求出 m 的值即可求出直线的斜率.

【详解】

双曲线 C：$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，F_1，F_2为左、右焦点，则 F_2（$\sqrt{5}$，0），设直线 l 的方程 x＝my+$\sqrt{5}$，m＞0，∵双曲线的渐近线方程为 x＝±2y，∴m≠±2，

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），且 $y_1>0$，由$|AF_2|=3|BF_2|$，∴$\overrightarrow{AF_2}=3\overrightarrow{F_2B}$，∴$y_1=-3y_2$①

由$\begin{cases}x=my+\sqrt{5}\\ x^2-4y^2-4=0\end{cases}$，得$(m^2-4)y^2+2\sqrt{5}my+1=0$

∴Δ＝（$2\sqrt{5}$m）$^2-4(m^2-4)>0$，即 $m^2+4>0$ 恒成立，

∴$y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{5}m}{m^2-4}$②，$y_1y_2=\frac{1}{m^2-4}$③，

联立①②得$-2y_2=-\frac{2\sqrt{5}m}{m^2-4}>0$，联立①③得$-3y_2^2=\frac{1}{m^2-4}<0$，

$\therefore y_2=\frac{\sqrt{5}m}{m^2-4}$，$y_2^2=\frac{1}{12-3m^2}$即：$\frac{1}{12-3m^2}=\left(\frac{\sqrt{5}m}{m^2-4}\right)^2$，$m>0$，解得：$m=\frac{1}{2}$，直线$l$的斜率为$2$，

故选 D.

【点睛】

本题考查直线与双曲线的位置关系，考查韦达定理的运用，考查向量知识，属于中档题.

2、A

【解析】

因为$a_7+a_{11}=2a_9=a_{11}+12$，可得$a_7=12$，根据等差数列前$n$项和，即可求得答案.

【详解】

Q $a_7+a_{11}=2a_9=a_{11}+12$，

$\therefore a_7=12$，

$\therefore S_{13}=\frac{13(a_1+a_{13})}{2}=13a_7=13\times12=156$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了求等差数列前n项和，解题关键是掌握等差中项定义和等差数列前n项和公式，考查了分析能力和计算能力，属于基础题.

3、C

【解析】

把$z_1=1+ai(a\in R)$，$z_2=1+2i$代入$\frac{z_1}{z_2}$，利用复数代数形式的除法运算化简，由实部为 0 且虚部不为 0 求解即可.

【详解】

$\because z_1=1+ai(a\in R)$，$z_2=1+2i$，

$\therefore \frac{z_1}{z_2}=\frac{1+ai}{1+2i}=\frac{(1+ai)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{1+2a}{5}+\frac{a-2}{5}i$，

$\because \frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数，

$\therefore \begin{cases} 1+2a=0 \\ a-2\neq 0 \end{cases}$，解得 $a=-\frac{1}{2}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的除法运算，考查复数的基本概念，是基础题.

4、C

【解析】

由 $\sqrt{3}\sin 2\alpha = 2\sin\alpha$ 可得 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$，再利用 $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ 计算即可.

【详解】

因为 $2\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha = 2\sin\alpha$，$\sin\alpha \neq 0$，所以 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$，

所以 $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查二倍角公式的应用，考查学生对三角函数式化简求值公式的灵活运用的能力，属于基础题.

5、C

【解析】

利用诱导公式得 $\cos(2019\pi+\alpha) = -\cos\alpha$，$\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha) = \cos 2\alpha$，再利用倍角公式，即可得答案.

【详解】

由 $\cos(2019\pi+\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ 可得 $\cos(\pi+\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{3}$，$\therefore \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$，

$\therefore \sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha) = \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\times\frac{2}{9} - 1 = -\frac{5}{9}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查诱导公式、倍角公式，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意三角函数的符号.

6、D

【解析】

结合指数函数及对数函数的单调性,可判断出$-1<a<0$,$b<-1$,$c>1$,即可选出答案.

【详解】

由$\log_{0.3}4<\log_{0.3}\frac{10}{3}=-1$,即$b<-1$,

又$-1=\log_8 0.125<\log_8 0.2<\log_8 1=0$,即$-1<a<0$,

$4^{0.3}>1$,即$c>1$,

所以$b<a<c$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了几个数的大小比较,考查了指数函数与对数函数的单调性的应用,属于基础题.

7、B

【解析】

$\because S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot\sin B=\frac{1}{2}$，$AB=1,BC=\sqrt{2}$

$\therefore\sin B=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

①若B为钝角，则$\cos B=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，由余弦定理得$AC^2=AB^2+BC^2-2\cos B\cdot AB\cdot BC$，

解得$AC=\sqrt{5}$；

②若B为锐角，则$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，同理得$AC=1$.

故选 B.

8、C

【解析】

根据给定的程序框图，计算前几次的运算规律，得出运算的周期性，确定跳出循环时的 *n* 的值，进而求解a的值，得到答案.

【详解】

由题意，$a=\frac{3}{5},n=1$，

第 1 次循环，$a=-\frac{2}{3},n=2$，满足判断条件；

第 2 次循环，$a=\frac{5}{2},n=3$，满足判断条件；

第 3 次循环，$a=\frac{3}{5},n=4$，满足判断条件；

L L

可得a的值满足以 3 项为周期的计算规律，

所以当$n=2019$时，跳出循环，此时n和$n=3$时的值对应的a相同，即$a=\frac{5}{2}$.

故选：*C*.

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的计算与输出问题，其中解答中认真审题，得出程序运行时的计算规律是解答的关键，着重考查了推理与计算能力.

9、D

【解析】

先列表分析近 10 年全球风力发电新增装机容量，再结合数据研究单调性、平均值以及占比，即可作出选择.

【详解】

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
累计装机容量	158.1	197.2	237.8	282.9	318.7	370.5	434.3	489.2	542.7	594.1
新增装机容量		39.1	40.6	45.1	35.8	51.8	63.8	54.9	53.5	51.4

中国累计装机装机容量逐年递增，*A* 错误；全球新增装机容量在 2015 年之后呈现下降趋势，*B* 错误；经计算，10 年来中国新增装机容量平均每年为19.77GW，选项 *C* 错误；截止到 2015 年中国累计装机容量197.7GW，全球累计装机容量$594.1-158.1=436\text{GW}$，占比为45.34%，选项 *D* 正确.

故选：D

【点睛】

本题考查条形图，考查基本分析求解能力，属基础题.

10、D

【解析】

如图，平面EFG截球O所得截面的图形为圆面，计算$AH=4OH$，由勾股定理解得$R=\sqrt{6}$，此外接球的体积为

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/598032025131006116