

09 高等数学 A (上) 习题册

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学号: 1

第一章 函数与极限

第一节 映射与函数

1、下列各题中, 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

(1) $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2 \lg x$;

$f(x) = x, g(x) = x^2$.

2、求函数 $y = 3 + x \arctan x$ 的自然定义域。

3、已知 $f(x) = 1 + x$, 求 $f[f(x)]$ 的定义域。

4、设 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$, 求 $f[g(x)]$ 。

$1, x > 0$

5、已知 $f(x) = 3x + 5$, 且 $f[g(x)] = 2x$, 求 $g(x)$ 。

第二节 数列的极限

1、观察一般项 x_n 如下的数列 $\{x_n\}$ 的变化趋势, 判断它们是否存

在极限。如果存在极限, 写出它们的极限, 如果不存在极限,

请写出原因:

$x_n = \ln n, (-1)^n, x_n = 2^n, n^2$

$$x_n = (-1)^{n+1} \quad x_n = \sin 2$$

$$(5) \quad x_n = \frac{1}{n} \quad x_n = \frac{1}{n^2}$$

$$x_n = \frac{2}{13n}$$

$$x_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$$

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学
号: 2

2、证明数列 $3 + \frac{4}{n^2}$,

$\frac{2}{3}$,

$\frac{4}{5}$,

的极限是 1

n

3. 根据数列极限的定义证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{9} = \frac{2}{9}$.

$n \rightarrow \infty$

第三节 函数的极限

1、根据函数极限的定义证明: $\lim_{x \rightarrow 3} (3x-1) = 8$.

$x \rightarrow 3$

2、根据函数极限的定义证明: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{2x^3-1} = 2$.

x

3、求 $f(x) = \frac{x}{x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x}$ 当 $x \rightarrow 0$ 时的左、右极限, 并说明它们在

$x \rightarrow 0$ 时的极限是否存在。

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学号: 3

4、证明: 若 $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = A$, 则 $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = A$, 但反之不真。

第五节 极限运算法则

$x \rightarrow x_0$

第四节 无穷小与无穷大

1、两个无穷小的商是否一定是无穷小? 举例说明之。

2、求下列极限并说明理由: $\lim_{x \rightarrow 10} 5x$
 $\lim_{x \rightarrow 2} 4x^2 - 2x$

3、函数 $y = x \cos x$ 在内是否有界? 这个函数是否为 x 时的无穷大? 为什么?

1、计算下列极限:

(1) $\lim_{h \rightarrow 0} (x+h)^2 - x^2$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^{2n}$

$2n$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+(n-1)}{n^2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} x^x$

x^x

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学号: 4

$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^x}{(2)^{n+1} 3^{n+1}}$$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ 8)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{3^n n^n}$$

第六节 极限存在准则 两个重要极限

1、计算下列极限： $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x$
 $\lim_{x \rightarrow 0} 4x$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cot x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^k = e^k$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

1、利用极限存在准则证明：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$$

$\lim_{x \rightarrow b} (a + b)^x = b$ ，确定 a 和 b。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

第七节 无穷小的比较

1、当 $x \rightarrow 1$ 时，无穷小 $1 - x$ 和 $1 - x^2$ 是否同阶？是否等价？

2、利用等价无穷小的性质，求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - x^2)^3 - 1}{(1 - \sin x)^3 - 1}$$

3、证明：当 $x \neq 0$ 时，有 $\arctan x \sim x$.

《高等数学 A》习题册 姓名： 班级： 学号： 6

第八节 函数的连续性与间断点

1、研究函数 $f(x) = \begin{cases} x, & 1 \leq x \leq 1; \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$ 或 $x \leq 1$ 的连续性，并画出函数的图形。

2、函数 $y = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 2 \\ 3x - 2, & x > 2 \end{cases}$ 在点 $x = 1$ 及点 $x = 2$ 处是否间断？如果间断，这些点分别属于哪类间断点？若是可去间断点，请补充或改变函数的定义使它连续。

第九节 连续函数的运算与初等函数的连续性 1、求函数 $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + x + 3, & x \leq 2 \\ 2x^2 - 6, & x > 2 \end{cases}$ 的连续区间，并求极限

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 及 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. 并指出函数的间断点及其类型。

$$x \rightarrow 0 \lim_{x \rightarrow 0} (3x^2)$$

2、判断下列函数的间断点及其类型。 $y = \begin{cases} 1 - x, & x \leq 3 \\ x \sin x, & x > 3 \end{cases}$

《高等数学 A》习题册 姓名： 班级： 学号： 7

3、求下列极限：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4 - 4x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{y - x}{y^2 - \sin x^2}$$

第三节 高阶导数

1、求函数 $y = x e^{x^2}$ 的二阶导数

2、设 $f(x) = (x+10)^6$ ，求 $f'(x)$

3、求函数 $f(x) = 1 - x^{1-x}$ 的 n 阶导数的一般表达式

4、已知： $y = x^2 \sin 2x$ ，求 $y'(10)$ 。

《高等数学 A》习题册 姓名： 班级： 学号： 10

第四节 隐函数及参数方程所确定的函数的导数、相关

变化率 1、求方程 $x^2 + y^2 = 1$ 所确定的隐函数 y 的导数 $\frac{dy}{dx}$ 以及 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 以及

.

$\frac{dx^2}{dx^2}$

2、求方程 $xy = e^{x+y}$ 所确定的隐函数的导数

$\frac{dy}{dx}$ 。

3、已知 $y = 1 - x e^y$ ，求 $\frac{dy^2}{dx}$ 以及

$\frac{d^2x}{dx^2}$ 。

4、用对数求导法求下列函数的导数。 $y = (x+1)^x$
 $y = x^{x^2}$

5、求参数方程： $\begin{cases} x = 1 - \sin t \\ y = \cos t \end{cases}$ 所确定的函数的导数 $\frac{dy}{dx}$.

26、求参数方程： $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 1 - t \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

《高等数学 A》习题册 姓名： 班级： 学号： 11

第五节 函数的微分

1、将适当的函数填入下列括号内，使等式成立：

$$d(\quad) = 3x dx$$

$$d(\quad) = 11^{-x} dx$$

$$d(\quad) = 1 dx$$

$x \cdot d(\quad) = \sec^2 3x dx$ 、求下列函数的微分：

$$y = 4x^5$$

$$y = x^2 e^{2x}$$

$$y = \arcsin \frac{1}{x^2}$$

$$y = x^2 \ln(x^2) + \cos x$$

3、计算根式： $\sqrt[6]{65}$ 的近似值。

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学

号: 12

第三章中值定理与导数的应用

第一节 微分中值定理与洛必达法则

一、填空题 1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$.

2. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} [1 - \frac{1}{x^2} \tan x] = \frac{1}{2}$.

3. 设函数 $f(x) = \ln(1+bx)$, $x > 0$, 且 $1+bx > 0$, 则当 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导时, $f'(0) = b$.

4. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} x \arctan x = 0$.

二、选择题

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 曲线 $y = x \sin \frac{1}{x}$ 有

有且仅有水平渐近线 有且公有铅直渐近线

既有水平又有铅直渐近线 既无水平又无铅直渐近

线 2. 在区间 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的函数为

$f(x) = 1-x^2$ $f(x) = x$

$f(x) = 1-x^2$ $f(x) = x^2 - 2x + 1$

3. 在以下各式中, 极限存在, 但不能用罗必塔法则计算的是 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^x$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n}$

三. 利用洛必塔法则计算下列极限: $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$$

$$x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cot x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = ?$$

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学
号: 13

四、证明题

1. 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内具有二阶导数, 且 $f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$, 其中

$a < x_1 < x_2 < x_3 < b$, 试证明: 在 (x_1, x_3) 内至少有一点 ξ , 使得

$$f''(\xi) < 0.$$

2. 设 $a > b > 0$, $n > 1$, 证明不等式:

$$n b^{n-1} (a-b) < a^n - b^n < n a^{n-1} (a-b).$$

3. 证明方程 $x^5 - x - 1 = 0$ 只有一个正根。

4. 证明: 若函数在 $(0, +\infty)$ 内满足关系式 $f(x) = f'(x)$, 且 $f(0) = 1$ 则 $f(x) = e^x$ 。

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学
号: 14

第二节 导数的应用

一、填空题

1. 函数 $y=x^2x$ 取极小值的点是 $x=$ _____.
2. 若 $f(x)$ 的二阶导数存在, 且 $f''(x) > 0, f(0) > 0$, 则 $F(x)=\int_0^x f(x) dx$ 在 $0 < x$ 上是单调_____.
53. 曲线 $y=x-x^3$ 的凹区间是_____.
4. 设曲线 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ 经过, $x=2$ 为驻点, 为拐点, 则 a, b, c, d 分别为_____.

二、选择题

1. 函数 $y=xx$ 在区间 $[1e, e)$ 上
1 不存在最大值和最小值 最大值是 e
最大值是 $(1/e)$ 最小值是 (e)
2. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 1/x}{x^2}$ 1 ? 不存在, 但不是?
3. 设 $f(x)$ 在 R 上可导, 且对任何 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则
对任意 $x, f'(x) > 0$ 对任意 $x, f'(x) < 0$ 函数 $f(x)$ 单调增加 函数 $f(x)$ 单调增加
4. 若 $f(x) < f'(x)$, 且在 $0 < x$ 内 $f'(x) > 0, f''(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在 $(0, \infty)$ 内必有
 $f'(x) > 0, f''(x) > 0$ $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
 $f'(x) > 0, f''(x) > 0$ $f'(x) > 0, f''(x) > 0$

三、计算题

求函数 $y = x \ln(1-x)$ 的极值；

已知 $y = 2x^3 - 3x^2$ ，求此函数在 $-1 \leq x \leq 4$ 区间上的最大值和最小值。

《高等数学 A》习题册 姓名： 班级： 学号： 15

四. 试问 a 为何值时，函数 $f(x) = a \sin x - \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值？它是极大值还是极小值？并求此极值。

五. 要造一圆柱形油罐，体积为 V ，问底半径 r 和高 h 各等于多少时，才能使表面积最小？这时底直径与高的比是多少？

六. 设有质量为 5 Kg 的物体，置于水平面上，受力 F 的作用而开始移动。设摩擦系数 μ ，问力 F 与水平线的交角 θ 为多少时，才能使力 F 的大小为最小。

《高等数学 A》习题册 姓名： 班级： 学号： 16

第四章不定积分

第一节 不定积分的概念与性质与基本积分法

一、填空题

1. $\int x x dx = \underline{\hspace{2cm}}$. 2. $\int (x^2 - 1)^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

3.

$$\int (2x^2 - 1) dx$$

4. $\int \frac{1}{x^3} dx$ _____ . 5. $\int \frac{2x^3 - 3}{x^3} dx$ _____ .

6.

$$\int \cos x dx$$
 _____ .

7. $\int x^2 dx$ _____ .

8.

$$\int dx$$
 _____ .

$\int \arcsin x dx$ _____ . $\int e^{5t} dt$ _____ .

10. $\int \frac{1}{3x^2} dx$ _____ .

11. $\int x e^{-x^2} dx$ _____ .

12.

$$\int \sin t dt$$
 _____ .

二、分析计算题 1. 已知

$\sin x$ 是 $f(x)$ 的原函数, 计算 $\int x f'(x) dx$ 。

2. 设 $f'(e^x) = \frac{1}{x}$, 计算 $f(x)$ 。

3. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $(1 - \sin x) \ln x$, 求 $\int x f'(x) dx$

《高等数学 A》习题册 姓名: _____ 班级: _____ 学

号: _____ 17

三、计算题

1. 求 $\int \sin x (\cos x)^3 dx$.

2. $\int \frac{1}{x} dx$.

3. $\int \cos^3 x dx$

4. $\int \frac{dx}{x^2+1}$.

5. $\int e^{2x} \sin x dx$.

6.

$\int \sin 2x \ln \sin 2x dx$.

《高等数学 A》习题册 姓名: 班级: 学号: 18

8. $\int x \ln(x+1) dx$.

9. $\int \cos(\ln x) dx$.

10. $\int e^x dx$

$\int e^x dx$.

第二节 有理函数及可化为有理函数的积分

一、选择题 1. 将 $\frac{x^2+1}{x^2(x^2+1)(x^2+1)}$ 分解为下列部分分式, 正确的是 $\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x^2+1}$

$\frac{ax^2+b}{x^2+1} + \frac{c}{x-1}$

$\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x^2+1} + \frac{d}{x^2+1}$

2. 积分 $\int \frac{dx}{x^2+1}$

$\frac{1}{3} \ln|x+3| + C$

$\frac{1}{3} \ln|3x+1| + C$

$\frac{1}{6} \ln|3x+1| + C$

$\frac{1}{2} \ln|3x+6| + \frac{1}{6} \ln|6x+1| + C$ $\frac{1}{36} \arctan 6x + C$

3. 积分 $\int \frac{1}{x^3+1} dx$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/598040143065006135>