



中国交建

CHINA COMMUNICATIONS CONSTRUCTION

边坡稳定极限平衡新理论与应用

报告人：曹永华

黄传志工作室

中交天津港湾工程研究院有限公司

中交第一航务工程局有限公司

港口岩土工程交通行业重点实验室

天津市水下隧道建设与运维技术企业重点实验室

2024年4月 贵阳



交 融 天 下
建 者 无 疆

Contents

一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

二、新条件-对摩尔库伦屈服准则的再认识

三、新途径-极限平衡法的一般推导

四、新方法-复合滑动面法的推导

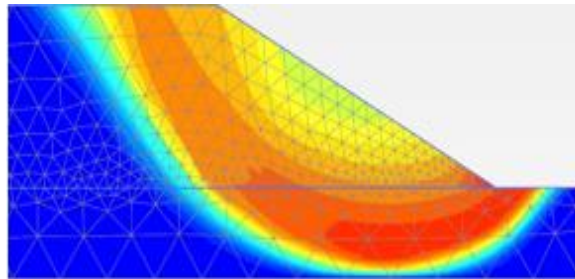
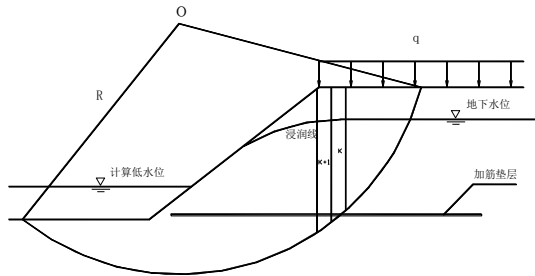
五、新方法-筋材作用按分布力考虑

六、总结与展望

一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

强度折减法（有限元等数值算法）。数值计算方法在考虑地基与结构物的相互作用、考虑水流和温度作用等方面有优势，擅长处理复杂问题，但是建模和计算比较繁琐。

极限分析法（极限平衡法）假设土为刚塑性体，按静力平衡和运动相容法则求解。优势是符合极限状态设计原则、绕开了岩土工程里面复杂的本构关系，计算简便，力学概念明确，计算精度满足大多数工程要求。因此对于边坡稳定、地基承载力、土压力的分析计算，几十年来最主流的方法一直是极限分析法，也是各种**行业标准推荐**的方法。



一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

经典的边坡稳定极限平衡分析方法：

- (1) 瑞典法；
- (2) 简化Bishop法；
- (3) Janbu法；
- (4) Morgenstern-Price法；
- (5) 不平衡推力法

...

一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

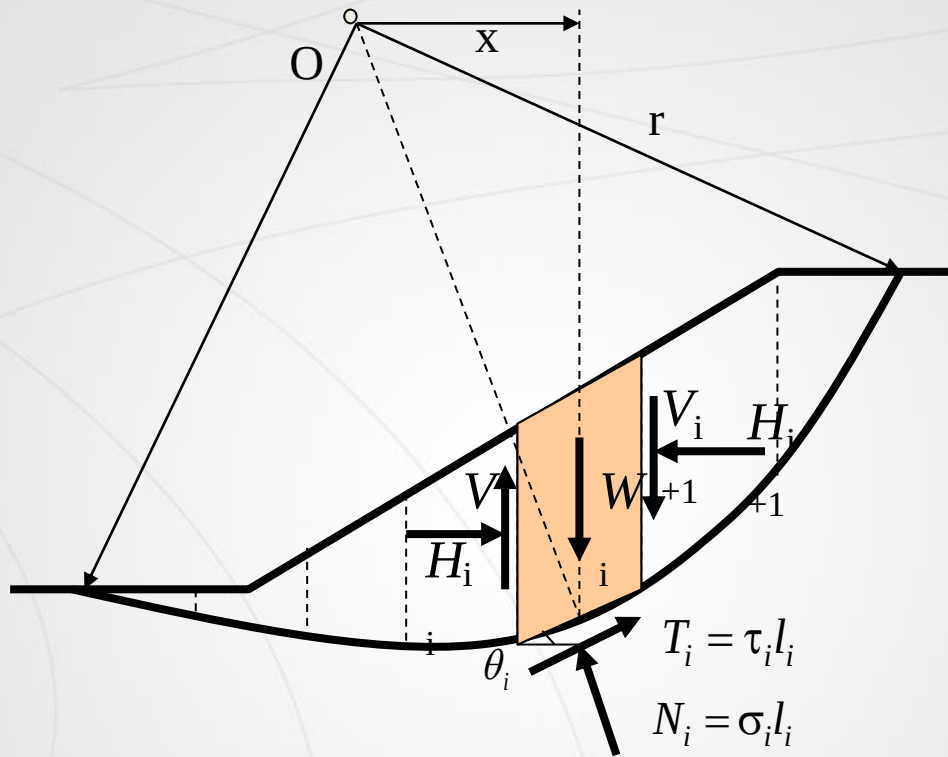
简单条分法（瑞典条分法，Fellenius法）

考虑力矩平衡

对假设圆心O取矩

滑动力矩 = 抗滑力矩

$$F_s = \frac{\sum \{C'_i l_i + (W_i \cos \theta_i - u_i l_i) \tan \varphi'_i\}}{\sum W_i \sin \theta_i}$$



一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

表2-1 满足的静态平衡

方法	力矩平衡	静力平衡
常规或 Fellenius 法	是	否
Bishop 简化法	是	否
Janbu 简化法	否	是
斯宾斯法	是	是
Morgenstern-普赖斯法	是	是
美国陆军工程师团法-1	否	是
美国陆军工程师团法-2	否	是
Lowe-Karafiath法	否	是
Janbu 常规方法	是 (土条)	是
Sarma 法	是	是

2-2 条间力的性质和关系

方法	条间正应力 (E)	条间剪应力 (X)	X/E 的结果或 X-E 的关系
常规或 Fellenius 法	否	否	没有条间力
Bishop 简化法	是	否	水平力
Janbu 简化法	是	否	水平力
斯宾斯法	是	是	常数
Morgenstern-普赖斯法	是	是	变量, 用户函数
美国陆军工程师团法-1	是	是	从坡顶到坡角直线的斜率
美国陆军工程师团法-2	是	是	土条顶部地面的斜率
Lowe-Karafiath法	是	是	地面和土条斜率的平均值
Janbu 常规方法	是	是	应用推力线和力矩平衡

采用的条件：力的平衡方程+力矩平衡方程+屈服条件

主要问题：未知量个数大于方程个数 解决策略：对条间力进行假定

其他问题：不适用的情况，滑动面的适应性，加筋问题，**如何解决？**

Contents

一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

二、新条件-对摩尔库伦屈服准则的再认识

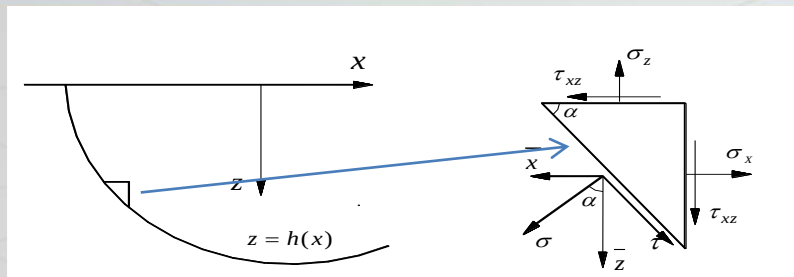
三、新途径-极限平衡法的一般推导

四、新方法-复合滑动面法

五、新方法-筋材作用按分布力考虑

六、总结与展望

二、新条件-对摩尔库伦屈服准则的再认识



库伦形式: $f(\sigma, \tau) = \tau - (\sigma \tan \varphi + c) \iff f(\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}, h')$

$$= \frac{1}{1+h'^2} [(\sigma_z - h' \tau_{xz})(h' - \tan \varphi) - (\sigma_x h' - \tau_{xz})(1 + h' \tan \varphi) - c(1 + h'^2)]$$

摩尔形式: $f = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2c \cos \varphi \iff f = \sqrt{\left(\frac{1}{4}(\sigma_z - \sigma_x)^2 + \tau_{xz}^2\right)} - \left(\frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x) \sin \varphi + c \cos \varphi\right) = 0$

公认的：库伦和摩尔形式是同一力学本质的两种形式

是否还有其他内在的联系？ **摩尔是库伦形式的极值形式！**

二、新条件-对摩尔库伦屈服准则的再认识

$$\text{库伦形式: } f(\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}, h') = \frac{1}{1+h'^2} [(\sigma_z - h'\tau_{xz})(h' - \tan \varphi) - (\sigma_x h' - \tau_{xz})(1 + h' \tan \varphi) - c(1 + h'^2)]$$

上式中，屈服函数为滑动面 h 的斜率的函数，且有 $f \leq 0$ ，极大值为零 ($\tau \leq (\sigma \tan \varphi + c)$)

由极值的必要条件，应有 $\frac{\partial f}{\partial h'} = 0$ ，于是有：

$$\frac{2}{(1+h'^2)^2} \left[\frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x)(1 + 2h' \tan \varphi - h'^2) - \tau_{xz}(2h' - \tan \varphi + h'^2 \tan \varphi) \right] = 0$$

屈服函数的
极值条件

$$\text{解出: } h' = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x) \tan \varphi - \tau_{xz} + \sqrt{\left[\frac{1}{4}(\sigma_z - \sigma_x)^2 + \tau_{xz}^2\right](1 + \tan^2 \varphi)}}{\frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x) + \tau_{xz} \tan \varphi}$$

$$\text{回代得到: } \max\{f\}_{h'} = \sqrt{\left[\frac{1}{4}(\sigma_z - \sigma_x)^2 + \tau_{xz}^2\right](1 + \tan^2 \varphi)} - \left(\frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x) \tan \varphi + c\right) = 0 \quad (1)$$

$$\text{比较 } \max\{f\}_{h'} = 0 \text{ 与摩尔形式 } f = \sqrt{\left(\frac{1}{4}(\sigma_z - \sigma_x)^2 + \tau_{xz}^2\right)} - \left(\frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x) \sin \varphi + c \cos \varphi\right) = 0 \quad (2)$$

(1) 和 (2) 只差一个倍数 $\cos \varphi$ ，完全等价，证明了摩尔形式是库伦形式的极值形式

二、新条件-对摩尔库伦屈服准则的再认识

新的求解条件（屈服函数的极值条件）：

$$\frac{2}{(1+h'^2)^2} \left[\frac{1}{2} (\sigma_z - \sigma_x) (1 + 2h' \tan \varphi - h'^2) - \tau_{xz} (2h' - \tan \varphi + h'^2 \tan \varphi) \right] = 0$$

极限平衡尚存在的问题：1 Bishop等方法某些情况下失真，2 仅适用于圆弧滑动面等。

在简化 Bishop 法中，因为 $m_{\alpha i}$ 中包括安全系数 F ，所以在求 F 时要进行试算。在计算时，一般可以先假定 $F=1$ ，求出 $m_{\alpha i}$ （或者假定 $m_{\alpha i}=1$ ，求出 F ），再反求 F 。如此反复迭代，直至前后两次迭代计算得到的 F 差值在允许的误差范围内为止。根据经验，通常只要迭代 3-4 次即可满足精度要求，而且迭代通常是收敛的。迭代的计算流程见图 4-10。

另外，针对公式 $m_{\alpha i} = \cos \alpha_i + \frac{\sin \alpha_i \tan \varphi_i}{F}$ ，必须指出：对于 α_i 为负值的部分条块，要注意是否会导致 $m_{\alpha i}$ 趋于零，如果趋于零，则简化 Bishop 法不能使用。根据一些学者的建议，当任意条块 $m_{\alpha i} < 0.2$ 时，就会使得求出的 F 出现较大的误差，此时应考虑条间切向力 X_i 的影响，或者采用其他方法进行计算。

应用屈服函数的极值条件于极限平衡的求解，会产生什么样的效果？

《边坡工程》，吴顺川，冶金工业出版社

Contents

一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

二、新条件-对摩尔库伦屈服准则的再认识

三、新途径-极限平衡法的一般推导

四、新方法-复合滑动面法的推导

五、新方法-筋材作用按分布力考虑

六、总结与展望

三、新途径-极限平衡法的一般推导

空间一点的
应力平衡



土条的力矩
和力的平衡

屈服条件

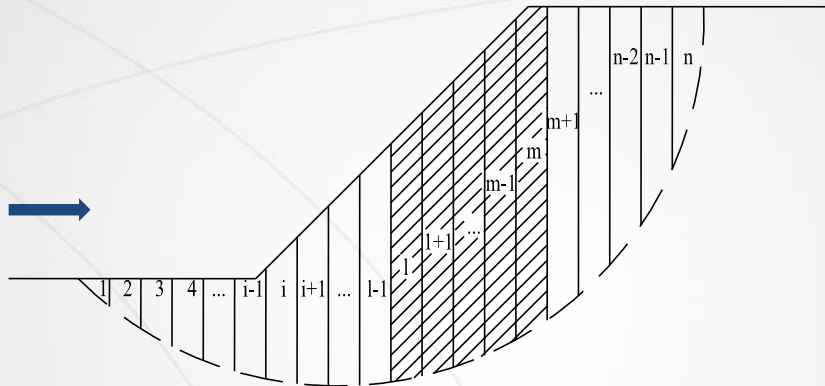
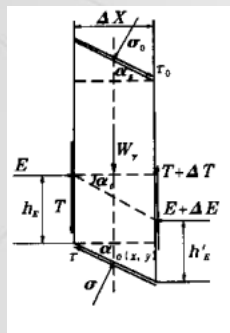
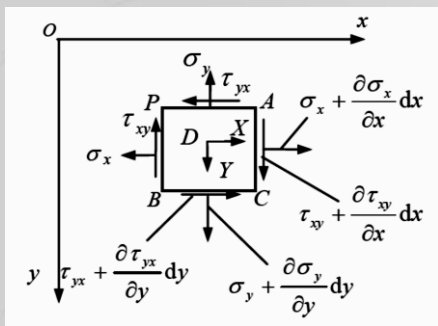


整体力矩平
衡方程

条间力假定



瑞典法等不
同的方法



条分法与微分法殊途同归:

宋飞, 土坡稳定及地基承载力的精确解的工程力学推导方法, 中国港湾建设

三、新途径-极限平衡法的一般推导

空间一点的
应力平衡

土条的力矩
和力的平衡

屈服条件

整体力矩平
衡方程

条间力假定

瑞典法等不
同的方法

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} &= \gamma \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma h' - \tau = \frac{dE}{dx} - p_x$$

土条水平力的微分平衡方程

$$\sigma + \tau h' = w_\gamma + p_z - \frac{dT}{dx}$$

土条竖向力的微分平衡方程

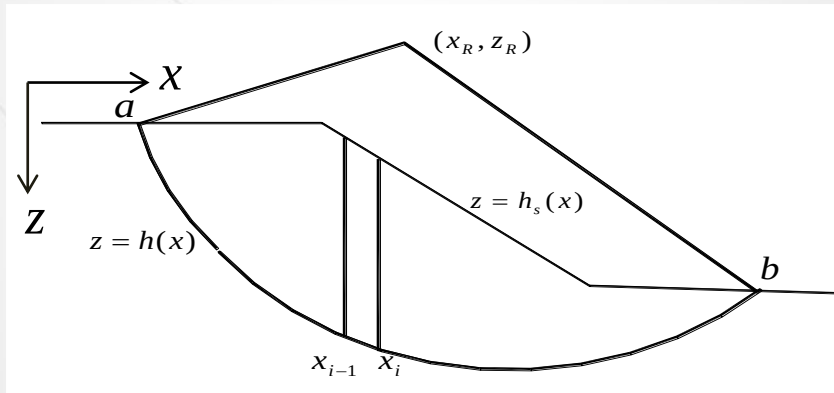
$$h'E - T = \frac{dM}{dx} - (h - h_s)p_x$$

土条力矩的微分平衡方程

$$E = \int_{h_s}^h \sigma_x dz \quad T = \int_{h_s}^h \tau_{xz} dz \quad w_\gamma = \int_{h_s}^h \gamma dz \quad M = \int_{h_s}^h \sigma_x (h - z) dz$$

$$p_z = (\sigma + \tau h')_{\Gamma_s} \quad p_x = (\tau - \sigma h')_{\Gamma_s}$$

h 为滑动面, h_s 为边坡表面, σ 为滑动面上的正应力, τ 为滑动面上的剪应力



三、新途径-极限平衡法的一般推导

空间一点的
应力平衡

土条的力矩
和力的平衡

屈服条件

整体力矩平
衡方程

条间力假定

瑞典法等不
同的方法

$$\sigma h' - \tau = \frac{dE}{dx} - p_x$$

$$\sigma + \tau h' = w_\gamma + p_z - \frac{dT}{dx}$$

$$h' E - T = \frac{dM}{dx} - (h - h_s) p_x$$

$$\tau - \frac{1}{F_s} (\sigma \tan \varphi + c) = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} [(h - z_R)E - (x - x_R)T - M] &= \frac{h - z_R}{1 + \lambda_F h'} [(w_\gamma + p_z)(h' - \lambda_F) - (c_F - u\lambda_F)(1 + h'^2)] \\ &+ (h_s - z_R)p_x - \frac{1}{1 + \lambda_F h'} [(h - z_R)(h' - \lambda_F) + (1 + \lambda_F h')(x - x_R)] \frac{dT}{dx} \end{aligned}$$

整体力矩平衡方程

$$\lambda_F = \tan \varphi / F_s \quad c_F = c / F_s$$

三、新途径-极限平衡法的一般推导

空间一点的
应力平衡

土条的力矩
和力的平衡

屈服条件

整体力矩平
衡方程

条间力假定

瑞典法等不
同的方法

滑动面为圆弧

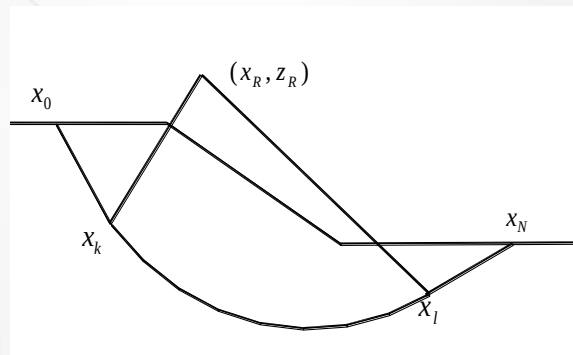
$$\frac{dT}{dx} = h' \frac{dE}{dx} \quad \text{假定} \quad \longrightarrow \quad F_s = \frac{\int_{x_0}^{x_N} (h - z_R) \{ [w_r + p_z] \tan \varphi + c(1 + h'^2) \} dx}{\int_{x_0}^{x_N} [(w_\gamma + p_z) h' (h - z_R) + p_x (h_s - z_R)] dx}$$

瑞典法

滑动面为圆弧

$$\frac{dT}{dx} = 0 \quad \text{假定} \quad \longrightarrow \quad F_s = \frac{\int_{x_0}^{x_N} \frac{h - z_R}{1 + \lambda_F h'} (1 + h'^2) [(w_r + p_z) \tan \varphi + c] dx}{\int_{x_0}^{x_N} [(w_\gamma + p_z) h' (h - z_R) + p_x (h_s - z_R)] dx}$$

Bishop法



Contents

一、边坡稳定极限平衡法与存在的问题

二、新条件-对摩尔库伦屈服准则的再认识

三、新途径-极限平衡法的一般推导

四、新方法-复合滑动面法

五、新方法-筋材作用按分布力考虑

六、总结与展望

四、新方法-复合滑动面法

空间一点的
应力平衡

土条的力矩
和力的平衡

屈服条件

屈服函数
极值条件

整体力矩平
衡方程

条间力假定

复合滑动面
法

土条水平力: $\sigma h' - \tau = \frac{dE}{dx} - p_x$

土条竖向力: $\sigma + \tau h' = w_\gamma + p_z - \frac{dT}{dx}$

土条力矩: $h'E - T = \frac{dM}{dx} - (h - h_s)p_x$

屈服条件: $\tau - \frac{1}{F_s}(\sigma \tan \varphi + c) = 0$

满足屈服条件和屈服函数极值条件应力分量:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \frac{c_F}{\lambda_F} &= \frac{1 + \lambda_F^2 + (h' - \lambda_F)^2}{1 + h'^2} \left(\sigma + \frac{c_F}{\lambda_F} \right) \\ \sigma_z + \frac{c_F}{\lambda_F} &= \frac{(1 + \lambda_F^2)h'^2 + (1 + \lambda_F h')^2}{1 + h'^2} \left(\sigma + \frac{c_F}{\lambda_F} \right) \\ \tau_{xz} &= \lambda_F \frac{1 + \lambda_F^2 - (h' - \lambda_F)^2}{1 + h'^2} \left(\sigma + \frac{c_F}{\lambda_F} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} [(h - z_R)E - (x - x_R)T - M] &= (w_\gamma + p_z)h'(h - z_R) + p_x(h_s - z_R) - \\ &\frac{1}{(1 + \lambda_F^2)(1 + h'^2)} \{ [(w_\gamma + p_z - u)\lambda_F + c_F][(h - z_R - h'(x - x_R))(1 + \lambda_F^2)(1 + h'^2) \\ &+ ((h - z_R)(h' - \lambda_F) + (x - x_R)(1 + h'\lambda_F))(2h' - \lambda_F + h'^2\lambda_F)] \\ &- \eta[(h - z_R)(h' - \lambda_F) + (x - x_R)(1 + h'\lambda_F)](1 + \lambda_F^2 + (h' - \lambda_F)^2) \} \end{aligned}$$

整体力矩平衡方程

四、新方法-复合滑动面法

空间一点的
应力平衡



土条的力矩
和力的平衡

屈服条件



屈服函数
极值条件

整体力矩平
衡方程

条间力假定



复合滑动面
法

$$\frac{dT}{dx} = \frac{1 + \lambda_F^2 - (h' - \lambda_F)^2}{1 + \lambda_F^2 + (h' - \lambda_F)^2} \left[\left(\frac{dE}{dx} - p_x \right) \lambda_F + h' c_F \right]$$

假定

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} [(h - z_R)E - (x - x_R)T - M] &= (w_\gamma + p_z)h'(h - z_R) + p_x(h_s - z_R) - \\ &\frac{1}{(1 + \lambda_F^2)(1 + h'^2)} \{ [(w_\gamma + p_z - u)\lambda_F + c_F][(h - z_R - h'(x - x_R))(1 + \lambda_F^2)(1 + h'^2) \\ &+ ((h - z_R)(h' - \lambda_F) + (x - x_R)(1 + h'\lambda_F))(2h' - \lambda_F + h'^2 \lambda_F)] \\ &- \eta[(h - z_R)(h' - \lambda_F) + (x - x_R)(1 + h'\lambda_F)](1 + \lambda_F^2 + (h' - \lambda_F)^2) \} \end{aligned}$$



$$F_s = M_R / M_0$$

$$\begin{aligned} M_R &= \int_{x_0}^{x_N} [(w_\gamma + p_z) \tan \varphi + c] \{ [h - z_R - h'(x - x_R)] \\ &+ [(h - z_R)(h' - \lambda_F) + (x - x_R)(1 + h'\lambda_F)] \frac{2h' - \lambda_F + h'^2 \lambda_F}{(1 + \lambda_F^2)(1 + h'^2)} \} dx \end{aligned}$$

$$M_0 = \int_{x_0}^{x_N} [(w_\gamma + p_z)h'(h - z_R) + p_x(h_s - z_R)] dx$$

滑动面未进行任何假定，不一定为圆弧

四、新方法-复合滑动面法

与Bishop法相比

项目	Bishop法	复合滑动面法
滑动力矩	$M_0 = \int_{x_0}^{x_N} [(w_\gamma + p_z)h'(h - z_R) + p_x(h_s - z_R)]dx$	$M_0 = \int_{x_0}^{x_N} [(w_\gamma + p_z)h'(h - z_R) + p_x(h_s - z_R)]dx$
抗滑力矩	$M_R = \int_{x_0}^{x_N} \frac{h - z_R}{1 + \lambda_F h'} (1 + h'^2) [(w_r + p_z - u) \tan \varphi + c] dx$	$M_R = \int_{x_0}^{x_N} (h - z_R) [(w_r + p_z) \tan \varphi + c] (1 + \frac{(h' - \lambda_F)^2}{1 + \lambda_F^2}) dx$ 圆弧
滑动面	仅圆弧面	无限制

在简化 Bishop 法中，因为 m_{ai} 中包括安全系数 F ，所以在求 F 时要进行试算。在计算时，一般可以先假设 $F=1$ ，求出 m_{ai} ，再代入 $F = 1/m_{ai}$ ，求出 F ，如此反复迭代，直至前后两次迭代计算得到的 F 差值在允许的误差范围内为止。根据经验，通常只要迭代 3-4 次即可满足精度要求，而且迭代通常是收敛的。迭代的计算流程见图 4-10。

另外，针对公式 $m_{ai} = \cos \alpha_i + \frac{\sin \alpha_i \tan \varphi_i}{F}$ ，必须指出：对于 α_i 为负值的部分条块，要注意是否会导致 m_{ai} 趋于零，如果趋于零，则简化 Bishop 法不能使用。根据一些学者的建议，当任意条块 $m_{ai} < 0.2$ 时，就会使得求出的 F 出现较大的误差，此时应考虑条间切向力 X_i 的影响，或者采用其他方法进行计算。

新方法精度与适用性



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/598112076117006067>