南康中学2024年1月“七省联考”考前数学

猜题卷四数学（新课标新高考卷）全解全析

（考试时间：120分钟　试卷满分：150分）

注意事项：

1．本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．写在本试卷上无效．

3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

4．测试范围：高考全部内容

5．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1．（本题5分）已知集合 $A=\left\{-2,\mathrm{e}^{-\ln 3}\right\}$，$B=\left\{x\left|\left|x-1\right|<2\right.\right\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$\{-2,3\}$　　B．$\left\{-2,\frac{1}{3}\right\}$　　C．$\left\{\frac{1}{3}\right\}$　　D．$\{3\}$

【答案】C

【分析】根据集合交集的运算法则和对数运算法则计算即可.

【详解】由题意得，$A=\left\{-2,\mathrm{e}^{-\ln 3}\right\}=\left\{-2,\mathrm{e}^{\ln\frac{1}{3}}\right\}=\left\{-2,\frac{1}{3}\right\}$，

$B=\left\{x\left|\left|x-1\right|<2\right.\right\}=\left\{x\left|-2<x-1<2\right.\right\}=\left\{x\left|-1<x<3\right.\right\}$，

所以 $A\cap B=\left\{\frac{1}{3}\right\}$.

故选：C

2．（本题5分）设复数 z 满足 $\frac{1+z}{1-z}=-\mathrm{i}$，则 $|z|=$（　）

A．i　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

【答案】C

【分析】利用复数的除法解出 z，由模长公式计算 $|z|$.

【详解】由 $\frac{1+z}{1-z}=-\mathrm{i}$ 解得 $z=\frac{1+\mathrm{i}}{-1+\mathrm{i}}=\frac{(1+\mathrm{i})(-1-\mathrm{i})}{(-1+\mathrm{i})(-1-\mathrm{i})}=-\mathrm{i}$，所以 $|z|=1$.

故选：C.

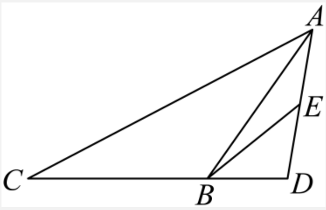
3.（本题 5 分）在$\triangle ABC$中，D是CB延长线上一点，E是AD的中点.若$\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{BD}$，$\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{BE}$，则（　）

A．$\lambda=2\mu$　　B．$\lambda=-2\mu$　　C．$\mu=2\lambda$　　D．$\mu=-2\lambda$

【答案】A

【分析】结合图形，利用平面向量的线性运算即可得解.

【详解】因为$\triangle ABC$中，E是AD的中点，$\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{BD}$，



所以$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$，

则$6\overrightarrow{BE}=-2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$，又$\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{BE}$，

所以$\lambda=-2,\mu=-1$，所以$\lambda=2\mu$.

故选：A.

4.（本题 5 分）已知$\frac{\sin\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}=4$，则$\tan\alpha=$（　）

A．$-2\sqrt{3}$　　B．$-\sqrt{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【答案】D

【分析】由正弦展开式和三角函数化简求值得出.

【详解】$\frac{\sin\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}=\frac{\sin\alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos a-\frac{1}{2}\sin\alpha}=4$，

所以$\frac{\tan\alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\tan\alpha}=4$，

所以$\tan\alpha=2\sqrt{3}-2\tan\alpha$，

解得$\tan\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：D

5.（本题 5 分）在有声世界里，声强级是表示声强度相对大小的指标，其值y[单位: dB（分贝）]定义为$y=10\lg\frac{I}{I_0}$，其中I为声场中某点的声强度，其单位为W/m^2（瓦/平方米），$I_0=10^{-12}W/\mathrm{m}^2$为基准值．则声强级为 60dB 时的声强度$I_{60}$是声强级为 50dB 时的

声强度I_{50}的（　）倍.

A．10　　B．100　　C．1.2　　D．12

【答案】A

【分析】根据题意，得到可得$60=10\lg\frac{I_{60}}{I_0},50=10\lg\frac{I_{50}}{I_0}$，两式相减得$\lg\frac{I_{60}}{I_{50}}=1$，即可求解.

【详解】由题意知，声强级是表示声强度相对大小的指标值y的定义为$y=10\lg\frac{I}{I_0}$，

可得$60=10\lg\frac{I_{60}}{I_0},50=10\lg\frac{I_{50}}{I_0}$，

两式相减得$10=10\lg\frac{I_{60}}{I_0}-10\lg\frac{I_{50}}{I_0}=10(\lg\frac{I_{60}}{I_0}-\lg\frac{I_{50}}{I_0})=10\lg\frac{I_{60}}{I_{50}}$，

即$\lg\frac{I_{60}}{I_{50}}=1$，解得$\frac{I_{60}}{I_{50}}=10$，

所以声强级为$60\,\mathrm{dB}$时的声强度I_{60}是声强级为$50\,\mathrm{dB}$时的声强度I_{50}的10倍.

故选：A.

6．（本题 5 分）在数列$\{a_n\}$及$\{b_n\}$中，$a_{n+1}=a_n+b_n+\sqrt{a_n^2+b_n^2},b_{n+1}=a_n+b_n-\sqrt{a_n^2+b_n^2}$，$a_1=1,b_1=1,n\in\mathbf{N}^*$设$c_n=2^n\left(\frac{1}{a_n}+\frac{1}{b_n}\right)$，则$c_{2020}=$（　）

A．2^{2020}　　B．2^{2021}　　C．2^{2022}　　D．2^{2023}

【答案】B

【分析】根据数列特征得到$\{a_n+b_n\}$和$\{a_nb_n\}$为公比为 2 的等比数列，从而求出$a_n+b_n=2^n$，$a_nb_n=2^{n-1}$，故求出$c_n=2^{n+1}$，得到答案.

【详解】$\because a_{n+1}=a_n+b_n+\sqrt{a_n^2+b_n^2},b_{n+1}=a_n+b_n-\sqrt{a_n^2+b_n^2}$，$a_1=1,b_1=1$，

$\therefore a_{n+1}+b_{n+1}=2(a_n+b_n),a_1+b_1=2$，

故$\{a_n+b_n\}$为公比为 2 的等比数列，

$\therefore a_n+b_n=2^n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，

另一方面：$a_{n+1}b_{n+1}=(a_n+b_n)^2-(a_n^2+b_n^2)=2a_nb_n,a_1b_1=1$，

故$\{a_nb_n\}$也是公比为 2 的等比数列，

$\therefore a_nb_n=2^{n-1}$.

$\therefore c_n=2^n\left(\frac{1}{a_n}+\frac{1}{b_n}\right)=2^n\cdot\frac{a_n+b_n}{a_nb_n}=2^n\cdot\frac{2^n}{2^{n-1}}=2^{n+1}$，

$\therefore c_{2020}=2^{2021}$.

故选：B

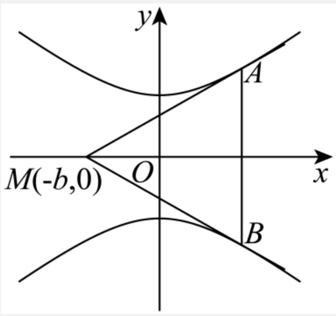
7.（本题 5 分）已知双曲线 $E:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，过点 $M\left(-b,0\right)$ 的两条直线 l_1,l_2 分别与双曲线 E 的上支、下支相切于点 A,B .若 $\triangle MAB$ 为锐角三角形，则双曲线 E 的离心率的取值范围为（　）

A. $\left(1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$　　B. $\left(1,\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(\frac{\sqrt{6}}{2},+\infty\right)$

【答案】D

【分析】联立直线方程与双曲线方程，利用判别式法，结合双曲线的对称性可得离心率的取值范围.

【详解】如图，



设过点 $M\left(-b,0\right)$ 的直线 $l_1:y=k\left(x+b\right)(k>0)$，联立 $\begin{cases}y=k\left(x+b\right)\\ \frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1\end{cases}$，

整理，得 $\left(b^2k^2-a^2\right)x^2+2b^3k^2x+b^2\left(b^2k^2-a^2\right)=0$，

依题意，得 $\Delta=4b^6k^4-4b^2\left(b^2k^2-a^2\right)^2=0$，所以 $k^2=\frac{a^2}{2b^2}$.

由双曲线的对称性，得 $0<k^2=\frac{a^2}{2b^2}<1$，所以 $a^2<2\left(c^2-a^2\right)$，

整理，得双曲线 E 的离心率 $e=\frac{c}{a}>\frac{\sqrt{6}}{2}$.

故选：D.

8.（本题 5 分）已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x}-2t\mathrm{e}^{x+1}+\left(\mathrm{e}^2+1\right)t^2-2t\ln x+\left(\ln x\right)^2$，$t\in\mathbf{R}$，则函数 $f\left(x\right)$ 的最小值为（　）

A. $\frac{1}{\mathrm{e}}$　　B. $\frac{1}{\mathrm{e}^2+1}$　　C. $\frac{\mathrm{e}^2}{\mathrm{e}^2+1}$　　D. $\frac{2\mathrm{e}^2}{\mathrm{e}^2+1}$

【答案】C

【分析】$P\left(\mathrm{e}^x,\ln x\right)$，$Q\left(\mathrm{e}t,t\right)$，利用两点间的距离公式进行转化，利用构造函数法，结

合导数、切线、点到直线的距离公式来求得正确答案.

【详解】$f(x)=\left(e^{x}-et\right)^{2}+(\ln x-t)^{2}$，令$P\left(e^{x},\ln x\right)$，$Q(et,t)$，则$f(x)=|PQ|^{2}$，

点P在函数$g(x)=\ln(\ln x)$的图象上运动，点Q在直线$y=\frac{1}{e}x$上运动，

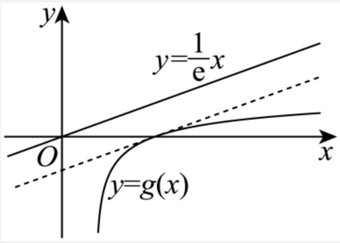
由$g'(x)=\frac{1}{x\ln x}=\frac{1}{e}$，得$x=e$，

所以函数$g(x)$图象上平行于直线$y=\frac{1}{e}x$的切线的切点坐标为$(e,0)$，

切点$(e,0)$到直线$y=\frac{1}{e}x$的距离$d=\frac{e}{\sqrt{e^{2}+1}}$，

所以$|PQ|^{2}$即$f(x)$的最小值为$\frac{e^{2}}{e^{2}+1}$.

故选：C



【点睛】求解本题的关键：(1) 化简$f(x)$，巧设$P\left(e^{x},\ln x\right)$，$Q(et,t)$，得到$f(x)=|PQ|^{2}$；(2) 观察$P$，$Q$坐标的形式，得到$P$，$Q$的轨迹，从而利用导数的几何意义进行求解.

二、多选题（共20分）

9．（本题5分）已知一组样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$为不全相等的n个正数，其中$n\geq 4$，若由$y_k=3x_k-2(k=1,2,\cdots,n)$生成一组新的数据$y_1,y_2,\cdots,y_n$，则这组新数据与原数据中可能相等的量有（　）

A．极差　　B．平均数　　C．中位数　　D．标准差

【答案】BC

【分析】利用极差的定义可判断A；利用特殊值可判断BC；利用标准差的定义可判断D.

【详解】对于A，因为样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$为不全相等的n个正数，所以极差大于0，

所以由$y_k=3x_k-2(k=1,2,\cdots,n)$生成一组新的$y_i$的极差是$x_i$极差的3倍，故A错误；

对于B，设$\overline{x}$为$x_1,x_2,\cdots,x_n$的平均数，$\overline{y}$为$y_1,y_2,\cdots,y_n$的平均数，可得$\overline{y}=3\overline{x}-2$，

当$\overline{x}=1$时，可得$\overline{y}=1$，故B正确；

对于C，当n为正奇数时，设样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$的中位数为x_k，

则数据$y_1,y_2,\cdots,y_n$的中位数$y_k=3x_k-2$，当$x_k=1$时，$y_k=3x_k-2=1$，故C正确；

对于D，s_1为$x_1,x_2,\cdots,x_n$的标准差，因为样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$为不全相等的n个正数，

所以$s_1\neq 0$，设s_2为$y_1,y_2,\cdots,y_n$的标准差，可得$\overline{y}=3\overline{x}-2$，

则$s_1=\sqrt{\dfrac{\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\overline{x}\right)^2}{n}}$，

$s_2=\sqrt{\dfrac{\left(y_1-\overline{y}\right)^2+\left(y_2-\overline{y}\right)^2+\cdots+\left(y_n-\overline{y}\right)^2}{n}}=\sqrt{\dfrac{9\left(x_1-\overline{x}\right)^2+9\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+9\left(x_n-\overline{x}\right)^2}{n}}=3s_1$，

故D错误.

故选：BC.

10．（本题5分）设函数$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\varphi\right)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$），$f\left(\dfrac{5}{12}\pi\right)=0$，

$f\left(\dfrac{2}{3}\pi\right)=-1$，且$f\left(x\right)$在$\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{12}\right)$上单调，则下列结论正确的是（　）

A．$\left(-\dfrac{7\pi}{12},0\right)$是$f\left(x\right)$的一个对称中心

B．函数$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称

C．函数$f\left(x\right)$在区间$\left[\dfrac{\pi}{24},\dfrac{\pi}{4}\right]$上的值域为$\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$

D．先将$y=\sin x$的图象的横坐标缩短为原来的$\dfrac{1}{2}$，然后向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位得到$f\left(x\right)$的图象

【答案】ABD

【解析】先由$f\left(x\right)$在$\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{12}\right)$上单调，判断$\dfrac{T}{2}>\dfrac{5\pi}{12}$，再由$f\left(\dfrac{5}{12}\pi\right)=0$，$f\left(\dfrac{2}{3}\pi\right)=-1$，可计算得$\omega,\varphi$，得到$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，再根据正弦函数的图象和性质逐项判断.

【详解】因为$f\left(x\right)$在$\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{12}\right)$上单调，所以$\dfrac{T}{2}>\dfrac{\pi}{12}-\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{5\pi}{12}$，因为$f\left(\dfrac{5}{12}\pi\right)=0$，

$f\left(\dfrac{2}{3}\pi\right)=-1$，所以$\dfrac{T}{4}=\dfrac{2}{3}\pi-\dfrac{5}{12}\pi=\dfrac{\pi}{4}$，所以$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$，得$\omega=2$，由$f\left(\dfrac{2}{3}\pi\right)=-1$，

得$\dfrac{4}{3}\pi+\varphi=-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathrm{Z}$，令$k=1$，得$\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，所以$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，

令$x=-\dfrac{7\pi}{12}$，得$2x+\dfrac{\pi}{6}=-\pi$，故A项正确；

令 $x=\frac{\pi}{6}$，得 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，故 B 项正确；

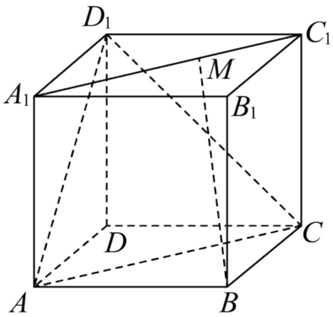
当 $x\in\left[\frac{\pi}{24},\frac{\pi}{4}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}\right]$，$\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，故 C 项错误；

先将 $y=\sin x$ 的图象的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$，然后向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象，故 D 项正确.

故选：ABD

【点睛】方法点睛：对于函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的对称轴与对称中心的求解，可将 $\omega x+\varphi$ 看成一个整体，利用正弦函数的对称轴和对称中心计算求得.

11.（本题 5 分）如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 在线段 A_1C_1（不包含端点）上，则下列结论正确的有（　　）



A．点 B_1 在平面 ACD_1 的射影为$\triangle ACD_1$ 的中心；

B．直线 $BM \parallel$ 平面 ACD_1；

C．异面直线 B_1D 与 BM 所成角不可能为 $\frac{\pi}{3}$；

D．三棱锥 $A-CMD_1$ 的外接球表面积的取值范围为 $\left[\frac{31\pi}{3},12\pi\right]$.

【答案】ABC

【分析】利用线面垂直的判定定理可判断①；利用面面平行的性质可判断②；由线面垂直的性质可判断③；求出三棱锥 $A-CMD_1$ 的外接球表面积的取值范围，可判断④.

【详解】对于 A，连接 B_1D、BD，

因为四边形 $ABCD$ 为正方形，则 $BD\perp AC$，

$\because BB_1\perp$ 平面 $ABCD$，$AC\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore AC\perp BB_1$，

$\because BB_1\cap BD=B$，$\therefore AC\perp$ 平面 BB_1D，$\because B_1D\subset$ 平面 BB_1D，$\therefore AC\perp B_1D$，

同理可证 $AD_1\perp B_1D$，因为 $AC\cap AD_1=A$，$\therefore B_1D\perp$ 平面 ACD_1，

因为$DA=DC=DD_1$，$AC=AD_1=CD_1$，故三棱锥$D-ACD_1$为正三棱锥，

因此，点B_1在平面ACD_1的射影为$\triangle ACD_1$的中心，A 对；

对于 B，连接A_1B、BC_1，

$\because AA_1//CC_1$且$AA_1=CC_1$，故四边形AA_1C_1C为平行四边形，所以，$AC//A_1C_1$，

$\because A_1C_1\not\subset$平面$ACD_1$，$AC\subset$平面$ACD_1$，$\therefore A_1C_1//$平面$ACD_1$，

同理可证$A_1B//$平面ACD_1，$\because A_1C_1\cap A_1B=A_1$，所以，平面$A_1BC_1//$平面$ACD_1$，

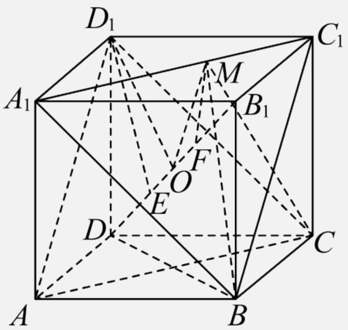
$\because BM\subset$平面A_1BC_1，因此，$BM//$平面ACD_1，B 对；

对于 C，因为$B_1D\perp$平面ACD_1，平面$A_1BC_1//$平面ACD_1，$\therefore B_1D\perp$平面A_1BC_1，

$\because BM\subset$平面A_1BC_1，$\therefore B_1D\perp BM$，C 对；

对于 D，设B_1D分别交平面ACD_1、平面A_1BC_1于点E、F，

则$DE\perp$平面ACD_1，$B_1F\perp$平面A_1BC_1，



$V_{D_1-ACD}=\frac{1}{3}DD_1\cdot S_{\triangle ACD}=\frac{1}{3}\times2\times\frac{1}{2}\times2^2=\frac{4}{3}$，$S_{\triangle ACD_1}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(2\sqrt{2}\right)^2=2\sqrt{3}$，

$V_{D-ACD_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD_1}\cdot DE=\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot DE=\frac{4}{3}$，可得$DE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，同理可得$B_1F=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\because B_1D=2\sqrt{3}$，则$EF=B_1D-DE-B_1F=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

$\triangle A_1BC_1$、$\triangle ACD_1$的外接圆半径均为$r=\frac{2\sqrt{2}}{2\sin60^\circ}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

易知E、F分别为$\triangle ACD_1$、$\triangle A_1BC_1$的中心，

当点M与点A_1或点C_1重合时，FM取最大值$\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

当点M为线段A_1C_1的中点时，FM取最小值$\frac{\sqrt{6}}{3}$，即$\frac{\sqrt{6}}{3}\le FM\le\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

因为$\triangle ACD_1$为等边三角形，且$B_1D\perp$平面ACD_1，垂足为$\triangle ACD_1$的中心，

所以，三棱锥$M-ACD_1$的外接球球心在线段B_1D上，设$OE=d$，球O的半径为R，

则 $R^2=d^2+r^2=d^2+\frac{8}{3}$，

（i）当球心 O 在线段 DE 上时，$0\le d\le\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

因为 $R^2=OF^2+FM^2=\left(d+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+FM^2$，

所以，$d^2+\frac{8}{3}=\left(d+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+FM^2$，可得 $FM^2=\frac{4}{3}-\frac{4\sqrt{3}}{3}d\in\left[\frac{2}{3},\frac{8}{3}\right]$，可得 $0\le d\le\frac{\sqrt{3}}{6}$，

此时，$R^2=d^2+\frac{8}{3}\in\left[\frac{8}{3},\frac{11}{4}\right]$；

（ii）当球心 O 在线段 EF 上时，$0\le d\le\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

因为 $R^2=OF^2+FM^2=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-d\right)^2+FM^2$，

所以，$d^2+\frac{8}{3}=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-d\right)^2+FM^2$，可得 $FM^2=\frac{4}{3}+\frac{4\sqrt{3}}{3}d\in\left[\frac{2}{3},\frac{8}{3}\right]$，可得 $0\le d\le\frac{\sqrt{3}}{3}$，

此时，$R^2=d^2+\frac{8}{3}\in\left[\frac{8}{3},3\right]$；

（iii）若球心 O 在线段 B_1F 上时，$\frac{2\sqrt{3}}{3}\le d\le\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

因为 $R^2=OF^2+FM^2=\left(d-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+FM^2$，

所以，$d^2+\frac{8}{3}=\left(d-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+FM^2$，可得 $FM^2=\frac{4}{3}+\frac{4\sqrt{3}}{3}d\in\left[4,\frac{20}{3}\right]$，不合乎题意.

所以，$\frac{8}{3}\le R^2\le 3$，故三棱锥 $M-ACD_1$ 的外接球的表面积 $S=4\pi R^2\in\left[\frac{32\pi}{3},12\pi\right]$，D 错.

故选：ABC.

【点睛】方法点睛：求空间多面体的外接球半径的常用方法：

①补形法：侧面为直角三角形，或正四面体，或对棱二面角均相等的模型，可以还原到正方体或长方体中去求解；

②利用球的性质：几何体中在不同面均对直角的棱必然是球大圆直径，也即球的直径；

③定义法：到各个顶点距离均相等的点为外接球的球心，借助有特殊性底面的外接圆圆心，找其垂线，则球心一定在垂线上，再根据带其他顶点距离也是半径，列关系求解即可；

④坐标法：建立空间直角坐标系，设出外接球球心的坐标，根据球心到各顶点的距离相等建立方程组，求出球心坐标，利用空间中两点间的距离公式可求得球的半径.

12．（本题5分）已知双曲线$C:\frac{x^2}{3}-y^2=1$的右焦点为F，动点M,N在直线$l:x=\frac{3}{2}$上，且$FM\perp FN$，线段FM,FN分别交C于P,Q两点，过P作l的垂线，垂足为R．设VFMN的面积为S_1,VFPQ的面积为S_2，则（　　）

A．$S_1\geq\frac{1}{2}$

B．$\frac{|PR|}{|PF|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

C．$\frac{|MP|\cdot|NF|}{|MN|\cdot|PF|}$恒为定值

D．$\frac{S_1}{S_2}$的最小值为$2\sqrt{6}$

【答案】BC

【分析】对A，取MN的中点E，则$|MN|=2|FE|$，以MN为底，高为$\frac{1}{2}$，当$|FE|$最小时S_1最小，对B，设$P(x_0,y_0)$求出$|PR|$，$|PF|$代入运算可得；对C，由相似三角形结合B的结论可得；对D，设$\angle FMN=\alpha$，结合B选项的结论分别将$|FM|$，$|FN|$，$|FP|$，$|FQ|$用α表示代入运算可得.

【详解】如图，取MN的中点E，过点Q作直线l的垂线，垂足为D，

对于A，易得点F到l的距离为$\frac{1}{2}$，$\therefore S_1=\frac{1}{2}|MN|\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}|MN|$，

因为$FM\perp FN$，E是MN的中点，所以$|MN|=2|FE|$，

即$S_1=\frac{1}{2}|FE|$，又$|FE|\geq\frac{1}{2}$，$\therefore S_1\geq\frac{1}{4}$.故A错误；

对于B，设$P(x_0,y_0)$，则$|PR|=x_0-\frac{3}{2}$，$|PF|=\sqrt{(x_0-2)^2+y_0^2}$，

又$\frac{x_0^2}{3}-y_0^2=1$，$\therefore|PF|=\sqrt{(x_0-2)^2+\frac{x_0^2}{3}-1}=\sqrt{\frac{4}{3}\left(x_0-\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\left(x_0-\frac{3}{2}\right)$，

$\therefore\frac{|PR|}{|PF|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.故B正确；

对于C，由题易得VMPR:VMNF，则$\frac{|MP|}{|MN|}=\frac{|PR|}{|NF|}$，

$\therefore\frac{|MP|\cdot|NF|}{|MN|\cdot|PF|}=\frac{|PR|\cdot|NF|}{|NF|\cdot|PF|}=\frac{|PR|}{|PF|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.故C正确；

对于D，设$\angle FMN=\alpha$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则$\angle NQD=\alpha$，

由选项B，同理可得$\frac{|QD|}{|QF|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/605111010113011132