

圆中的重要模型——圆中的内切圆和外接圆模型

模型 1、内切圆模型

【模型解读】

内切圆：平面上的多边形的每条边都能与其内部的一个圆形相切，该圆就是该多边形的内切圆，这时称这个多边形为圆外切多边形。它亦是该多边形内部最大的圆形。内切圆的圆心被称为该多边形的内心。

三角形内切圆圆心：在三角形中，三个角的角平分线的交点是内切圆的圆心，圆心到三角形各个边的垂线段相等。正多边形必然有内切圆，而且其内切圆的圆心和外接圆的圆心重合，都在正多边形的中心。

【常见模型及结论】

1) 三角形的内切圆模型

条件：如图 1， $\odot O$ 为三角形 ABC 的内切圆（即 O 为三角形 ABC 的内心）， $\odot O$ 的半径为 r 。

结论：①点 O 到三角形 ABC 的三边距离相等；② $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC$ ；③ $r = \frac{2S_{\triangle ABC}}{C_{\triangle ABC}}$ 。

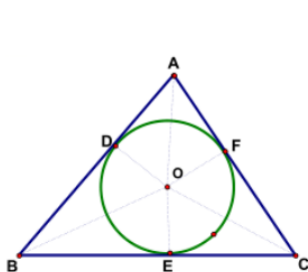


图 1

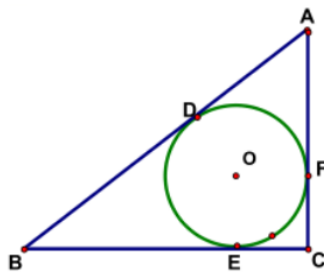


图 2

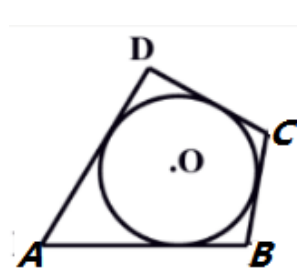


图 3

2) 直角三角形的内切圆模型

条件：如图 2， $\odot O$ 为 $Rt\triangle ABC$ 的内切圆（即 O 为三角形 ABC 的内心）， $\odot O$ 的半径为 r 。

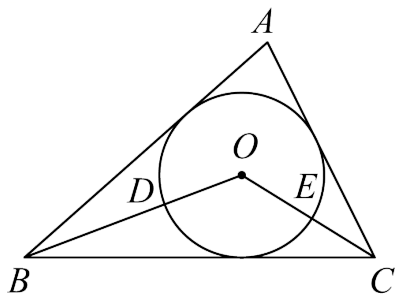
结论：①点 O 到三角形 ABC 的三边距离相等；② $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC$ ；③ $r = \frac{AC + BC - AB}{2}$ ；

3) 四边形的内切圆模型

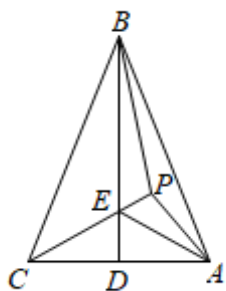
条件：如图 3， $\odot O$ 是四边形 $ABCD$ 的内切圆。

结论： $AB + CD = AD + BC$ 。

例 1 (2023·黑龙江鸡西·校考三模) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ，半径为 3cm 的 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，连接 OB, OC ，分别交 $\odot O$ 于 D, E 两点，则 \widehat{DE} 的长为 _____。（结果用含 π 的式子表示）



例 2 (2022 秋·安徽·九年级统考期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ，过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D ， P 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $\angle BPC = 108^\circ$ ，连接 CP 交 BD 于点 E ，若点 P 恰好为 $\triangle ABE$ 内心，则 $\angle PEB$ 的度数为 ()



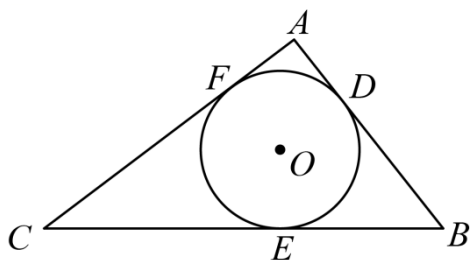
A. 36°

B. 48°

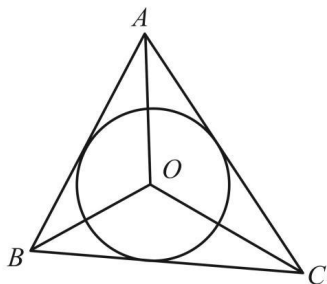
C. 60°

D. 72°

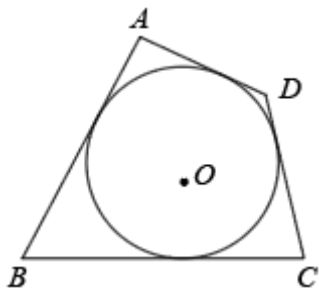
例 3 (2023 秋·河南漯河·九年级统考期末) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 切点分别为 D, E, F , 且 $\angle A = 90^\circ$, $BC = 5$, $CA = 4$, 则 $\odot O$ 的半径是 _____.



例 4 (2023 秋·辽宁葫芦岛·九年级统考期末) 如图, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, $\angle A = 60^\circ$, $OB = 3$, $OC = 6$, $BC = 3\sqrt{7}$, 则 $\odot O$ 的半径为 _____.



例 5 (2023·江苏南京·九年级校联考阶段练习) 如图, AB, BC, CD, DA 都是 $\odot O$ 的切线. 若 $AD = 3$, $BC = 6$, 则 $AB + CD$ 的值是 _____.



例 6 (2023·成都市九年级期中) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, D, E, F 为切点, $AB = 18\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, MN 切 $\odot O$ 交 AB 于 M , 交 BC 于 N , 则 $\triangle BMN$ 的周长为 ()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/606220215205010101>