专题 3.4 重难点突破之指对幂比较大小

最新模拟精练

一、选择题（每小题 5 分，在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1.（2025·全国·模拟预测）已知 $a=3^{\pi}$，$b=\mathrm{e}^{\pi}$，$c=\pi^{\mathrm{e}}$，则它们的大小关系是（　）

A．$a>b>c$　　B．$b>c>a$　　C．$c>a>b$　　D．$a>c>b$

【答案】A

【分析】由 $f(x)=x^{\pi}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上为单调递增函数，可得到 $a>b$，设 $g(x)=x-\mathrm{e}\ln x$，利用导数求得函数在 $(\mathrm{e},+\infty)$ 单调递增，可得 $b>c$，进而得到 $a>b>c$，即可求解.

【详解】由幂函数的性质可知 $f(x)=x^{\pi}$ 在区间上 $(0,+\infty)$ 单调递增，

由于 $0<\mathrm{e}<3$，故 $3^{\pi}>\mathrm{e}^{\pi}$，即 $a>b$，

设 $g(x)=x-\mathrm{e}\ln x$，可得 $g'(x)=1-\dfrac{\mathrm{e}}{x}$，

令 $g'(x)>0$，解得 $x>\mathrm{e}$，

当 $x>\mathrm{e}$ 时，$g(x)=x-\mathrm{e}\ln x$ 单调递增，可得 $g(\pi)>g(3)$，

即 $\pi-\mathrm{e}\ln\pi>\mathrm{e}-\mathrm{e}\ln\mathrm{e}=0$，即 $\pi>\mathrm{e}\ln\pi$，

两边取 e 为底的指数，可 $\mathrm{e}^{\pi}>\pi^{\mathrm{e}}$ 得，即 $b>c$，所以 $a>b>c$.

故选：A.

2.（2024·青海西宁·二模）早在西元前 6 世纪，毕达哥拉斯学派已经知道算术中项，几何中项以及调和中项，毕达哥拉斯学派哲学家阿契塔在《论音乐》中定义了上述三类中项，其中算术中项，几何中项的定义与今天大致相同.若 $2^a+2^b=1$，则 $\left(2^a+1\right)\left(2^b+1\right)$ 的最大值为（　）

A．$\dfrac{9}{16}$　　B．$\dfrac{25}{16}$　　C．$\dfrac{9}{4}$　　D．$\dfrac{25}{4}$

【答案】C

【分析】根据条件，利用基本不等式，即可求解.

【详解】因为 $\left(2^a+1\right)\left(2^b+1\right)=2^a\cdot2^b+2^a+2^b+1$，又 $2^a+2^b=1$，

所以 $\left(2^a+1\right)\left(2^b+1\right)=2^a\cdot2^b+2\le(\dfrac{2^a+2^b}{2})^2+2=\dfrac{9}{4}$，当且仅当 $2^a=2^b$，即 $a=b=-1$ 时取等号，

故选：C

3.（2025·广东深圳·模拟预测）已知 $a=0.9^{1.2}$，$b=\log_3 4$，$c=\ln 0.1$，则 a,b,c 的大小关系为（　）

A．$a>b>c$　　B．$b>a>c$　　C．$c>b>a$　　D．$b>c>a$

【答案】B

【分析】根据指数以及对数的单调性即可求解.

【详解】由于$a=0.9^{1.2}<0.9^{0}=1$，$b=\log_3 4>\log_3 3=1$，$c=\ln 0.1<\ln 1=0$，

所以$b>a>c$，

故选：B

4．（2024·四川资阳·二模）已知$a=4^{0.3}$，$b=3^{0.4}$，$c=\ln 2$，则（　）

A．$c<a<b$　　B．$c<b<a$

C．$a<c<b$　　D．$a<b<c$

【答案】A

【分析】由对数函数、指数函数以及幂函数的单调性即可比较大小.

【详解】因为$a^{10}=4^3=64$，$b^{10}=3^4=81$，所以$b>a>1$.

又$c=\ln 2<1$，所以$c<a<b$.

故选：A.

5．（2024·四川乐山·三模）若$a=\log_3 2,b=\log_4 3,c=\mathrm{e}^{-2}$，则$a,b,c$的大小关系是（　）

A．$b<c<a$　　B．$a<c<b$

C．$c<b<a$　　D．$c<a<b$

【答案】D

【分析】利用放缩法可得$a>\frac{1}{2},b>\frac{1}{2},c<\frac{1}{2}$，利用作商比较法可得$\frac{a}{b}=\frac{\lg 2 g \lg 4}{\lg^2 3}\le\frac{[\frac{1}{2}(\lg 2+\lg 4)]^2}{\lg^2 3}$，进而可得$a<b$，可得结论.

【详解】$a=\log_3 2>\log_3\sqrt{3}=\frac{1}{2},b=\log_4 3>\log_4\sqrt{4}=\frac{1}{2},c=\mathrm{e}^{-2}<\frac{1}{2}$，

所以则$a>c,b>c$，

又$\frac{a}{b}=\frac{\log_3 2}{\log_4 3}=\frac{\lg 2 g \lg 4}{\lg^2 3}\le\frac{[\frac{1}{2}(\lg 2+\lg 4)]^2}{\lg^2 3}=\frac{\lg^2 8}{4\lg^2 3}<\frac{\lg^2 9}{4\lg^2 3}=\frac{4\lg^2 3}{4\lg^2 3}=1$，

所以$a<b$，所以$c<a<b$.

故选：D.

6.（2024·湖北·模拟预测）已知$a=\log_{\frac{9}{7}}\frac{10}{7},b=\frac{3}{10\ln\frac{9}{7}},c=\log_{\frac{8}{7}}\frac{9}{7}$，则$a,b,c$的大小关系为（　）

A．$b<c<a$　　B．$a<c<b$　　C．$b<a<c$　　D．$a<b<c$

【答案】C

【分析】转化a和b，设$f\left(x\right)=\ln x-\left(1-\frac{1}{x}\right)$，根据导数求出$f(x)$的单调性，比较$a$和$b$的大小，转化$a$和$c$，设$g\left(x\right)=\frac{\ln\left(x+1\right)-\ln7}{\ln x-\ln7}(x>7)$，求出$g'\left(x\right)$，令$h\left(x\right)=x\ln x-\left(x+1\right)\ln\left(x+1\right)+\ln7$，利用导数求出$h(x)$的单调性，利用导数求出$g(x)$的单调性，比较$a$和$c$的大小.

【详解】$a=\log_{\frac{9}{7}}\frac{10}{7}=\frac{\ln\frac{10}{7}}{\ln\frac{9}{7}},b=\frac{1-\frac{7}{10}}{\ln\frac{9}{7}}$，

设$f\left(x\right)=\ln x-\left(1-\frac{1}{x}\right)$，则$f'\left(x\right)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}$，

当$x>1$时，$f'\left(x\right)>0,\therefore f\left(x\right)$在$(1,+\infty)$上单调递增，

$\therefore f\left(\frac{10}{7}\right)>f\left(1\right)=0$，即$\ln\frac{10}{7}>1-\frac{7}{10},\therefore\frac{\ln\frac{10}{7}}{\ln\frac{9}{7}}>\frac{1-\frac{7}{10}}{\ln\frac{9}{7}}$，

$\therefore b<a$，又$a=\frac{\ln10-\ln7}{\ln9-\ln7},c=\frac{\ln9-\ln7}{\ln8-\ln7}$，

设$g\left(x\right)=\frac{\ln\left(x+1\right)-\ln7}{\ln x-\ln7}(x>7)$，

则$g'\left(x\right)=\frac{\frac{\ln x-\ln7}{x+1}-\frac{\ln\left(x+1\right)-\ln7}{x}}{(\ln x-\ln7)^2}=\frac{x\ln x-\left(x+1\right)\ln\left(x+1\right)+\ln7}{x\left(x+1\right)(\ln x-\ln7)^2}$，

令$h\left(x\right)=x\ln x-\left(x+1\right)\ln\left(x+1\right)+\ln7$，

则$h'\left(x\right)=\ln x+1-\ln\left(x+1\right)-1=\ln x-\ln\left(x+1\right)<0$，

$\therefore h\left(x\right)$在$(1,+\infty)$上单调递减，

$\therefore$当$x>7$时，$h\left(x\right)<h\left(7\right)=8\ln7-8\ln8<0$，

$\therefore g'\left(x\right)<0,\therefore g\left(x\right)$在$\left(7,+\infty\right)$上单调递减，

$\therefore g\left(9\right)<g\left(8\right)$，$\therefore a<c$，

故选：C.

【点睛】关键点点睛：本题关键在于通过所比较值的变形，构造函数 $f\left(x\right)=\ln x-\left(1-\frac{1}{x}\right)$ 和 $g\left(x\right)=\frac{\ln\left(x+1\right)-\ln 7}{\ln x-\ln 7}(x>7)$ 进行大小比较.

7.（2024·浙江·模拟预测）若正实数 a，b，c 满足 $a^b=bc$，$a^b\ln a=c$，则（　）

A. $a\geq b$　　B. $a\geq c$　　C. $b\geq c$　　D. $c\geq b$

【答案】B

【分析】借助导数研究函数单调性，进而得到函数值大小即可.

【详解】$a^b=bc$，$a^b\ln a=c$，则 $bc\ln a=c$，则 $b\ln a=1$，则 $a=\mathrm{e}^{\frac{1}{b}}$.

则 $a^b=(\mathrm{e}^{\frac{1}{b}})^b=\mathrm{e}$，则 $a^b=(\mathrm{e}^{\frac{1}{b}})^b=\mathrm{e}=bc$，则 $c=\frac{\mathrm{e}}{b}$

先比较 a，b：作差 $a-b=\mathrm{e}^{\frac{1}{b}}-b$，设 $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-x(x>0)$，

求导 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-1<0,(x>0)$，则 $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-x(x>0)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减.

$f(1)=\mathrm{e}-1>0$，$f(2)=\sqrt{\mathrm{e}}-2=\sqrt{\mathrm{e}}-\sqrt{4}<0$，故 $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-x(x>0)$ 有正负还有零.

即 $a-b$ 值有正负还有零，故不能比较 a,b 大小.故 A 错误.

再比较 a，c：作差 $a-c=\mathrm{e}^{\frac{1}{b}}-\frac{\mathrm{e}}{b}$，设 $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-\frac{\mathrm{e}}{x}(x>0)$，求导 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}+\frac{\mathrm{e}}{x^2}=\frac{1}{x^2}(\mathrm{e}-\mathrm{e}^{\frac{1}{x}})=0$，则 $x=1$

由于 $0<x<1\Rightarrow\frac{1}{x}>1\Rightarrow\mathrm{e}-\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}<0\Rightarrow f'(x)<0$，则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递减.

$x>1\Rightarrow\frac{1}{x}<1\Rightarrow\mathrm{e}-\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}>0\Rightarrow f'(x)>0$，则 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递增.

且 $f(1)=0$，则 $f(x)\geq 0$，即 $a-c=\mathrm{e}^{\frac{1}{b}}-\frac{\mathrm{e}}{b}\geq 0$，即 $a\geq c$.故 B 正确.

最后比较 b，c，由于 $c=\frac{\mathrm{e}}{b}$，假设 $b=c=\sqrt{\mathrm{e}}$ 满足题意，

假设 $b>c$，即 $b>\frac{\mathrm{e}}{b}$，即 $b^2>\mathrm{e}$，即 $b>\sqrt{\mathrm{e}}$ 也满足题意，

假设 $b<c$，即 $b<\frac{\mathrm{e}}{b}$，即 $b^2<\mathrm{e}$，即 $0<b<\sqrt{\mathrm{e}}$ 也满足题意.

则 b,c 无法比较大小，故 CD 错误.

故选：B.

8.（2024·江苏南京·三模）已知 $\mathrm{e}^a=\lg 3$，$b=\lg(\ln 3)$，$c=\ln\frac{1}{3}$，则 a，b，c 的大小关系是（　）

A. $c<b<a$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

【答案】C

【分析】根据题意结合对数函数单调性分析判断即可.

【详解】因为$e^a=\lg 3$，可得$a=\ln(\lg 3)$，

且$3\lg 3=\lg 27>1$，则$\lg 3>\frac{1}{3}$，可得$\ln(\lg 3)>\ln\frac{1}{3}$，所以$a>c$；

又因为$\ln 3>1>\lg 3>0$，则$\lg(\ln 3)>0>\ln(\lg 3)$，所以$b>a$；

综上所述：$c<a<b$.

故选：C

9.（2024·天津河西·二模）若$a=(\sin 1)^{\tan 1}$，$b=(\tan 1)^{\cos 1}$，$c=\log_{\cos 1}\tan 1$，则a，b，c的大小关系是（　）

A．$c<a<b$　　B．$a<c<b$　　C．$c<b<a$　　D．$a<b<c$

【答案】A

【分析】根据三角函数单调性可得$0<\cos 1<\sin 1<1<\tan 1$，结合指数函数、对数函数单调性分析判断.

【详解】因为$1\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right)$，则$\sin 1\in\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\cos 1\in\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$\tan 1\in(1,\sqrt{3})$，

即$0<\cos 1<\sin 1<1<\tan 1$，

则$0<(\sin 1)^{\tan 1}<1$，$(\tan 1)^{\cos 1}>1$，$\log_{\cos 1}\tan 1<0$，

即$\log_{\cos 1}\tan 1<0<(\sin 1)^{\tan 1}<1<(\tan 1)^{\cos 1}$，所以$c<a<b$.

故选：A.

10.（2024·青海西宁·一模）已知实数$a=5^{\frac{1}{2}}$，$b=\sin\frac{1}{3}$，$c=\log_{\frac{1}{3}}5$，则a，b，c这三个数的大小关系是（　）

A．$c<a<b$　　B．$b<c<a$　　C．$c<b<a$　　D．$a<c<b$

【答案】C

【分析】由指数函数、对数函数、三角函数的单调性求出a，b，c的取值范围即可求得.

【详解】由指数函数和对数函数的单调性知，$a=5^{\frac{1}{2}}>5^0=1$，$c=\log_{\frac{1}{3}}5<\log_{\frac{1}{3}}1=0$，

因为$y=\sin x$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$单调递增，且$0<\frac{1}{3}<\frac{\pi}{3}$，所以$0=\sin 0<\sin\frac{1}{3}<\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}<1$，

所以$a>b>c$.

故选：C

11.（2024·内蒙古鄂尔多斯·二模）已知定义在R上的函数$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，记

$a=f\left(0.9^{0.9}\right),b=f\left[\ln\left(\lg 9\right)\right],c=f\left(\frac{1}{\sin 1}\right)$，则（　）

A．$b<a<c$　　　　B．$a<c<b$

C．$c<a<b$　　　　D．$c<b<a$

【答案】C

【分析】先利用指数函数，对数函数，正弦函数的性质比较$0.9^{0.9},\ln(\lg 9),\frac{1}{\sin 1}$的大小，再利用$f(x)$的单调性可比较出$a,b,c$的大小.

【详解】因为$y=0.9^x$在R上递减，且$0.9>0$，

所以$0<0.9^{0.9}<0.9^0=1$，

因为$y=\lg x$在$(0,+\infty)$上递增，且$1<9<10$，

所以$\lg 1<\lg 9<\lg 10$，得$0<\lg 9<1$，

因为$y=\ln x$在$(0,+\infty)$上递增，所以$\ln(\lg 9)<\ln 1=0$，

因为$y=\sin x$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上递增，$\frac{\pi}{4}<1<\frac{\pi}{3}$，

所以$\sin\frac{\pi}{4}<\sin 1<\sin\frac{\pi}{3}$，即$\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin 1<\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$\frac{2}{\sqrt{3}}<\frac{1}{\sin 1}<\sqrt{2}$，

所以$\frac{1}{\sin 1}>0.9^{0.9}>\ln(\lg 9)$，

因为$f\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$在R上递减，

所以$f\left(\frac{1}{\sin 1}\right)<f(0.9^{0.9})<f(\ln(\lg 9))$，即$c<a<b$.

故选：C

12．（2024·陕西铜川·模拟预测）设$a=2^{\sqrt{2}}$，$b=\log_2 3$，$c=\sqrt{3}$，则（　）

A．$a>b>c$　　B．$b>c>a$　　C．$c>a>b$　　D．$a>c>b$

【答案】D

【分析】根据指数函数和对数函数的单调性比较大小.

【详解】因为$y=2^x$在R上单调递增，又$\sqrt{2}>1$，所以$2^{\sqrt{2}}>2^1=2$，即$a>2$，

因为$32>27$，所以$\sqrt[3]{32}>\sqrt[3]{27}$，即$2^{\frac{5}{3}}>3$，

因为 $y=\log_2 x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $\log_2 2^{\frac{5}{3}}>\log_2 3$，所以 $\frac{5}{3}>\log_2 3$，

因为 $\sqrt{3}>\frac{5}{3}$，所以 $2>\sqrt{3}>\log_2 3$，即 $2>c>b$，

所以 $a>c>b$.

故选：D.

13.（2024·陕西铜川·模拟预测）已知 $a=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^{-\frac{1}{2}},b=\log_6 5,c=\log_5 6$，则（　）

A．$a<b<c$　　B．$c<b<a$　　C．$b<c<a$　　D．$a<c<b$

【答案】C

【分析】取两个中间值1和 $\frac{3}{2}$，由 $a=\sqrt{\mathrm{e}}>\frac{3}{2}$，$b<\log_6 6=1$，$1=\log_5 5<c<\frac{3}{2}$ 即可比较三者大小.

【详解】$a=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{\mathrm{e}}>\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$，$b=\log_6 5<\log_6 6=1$，$1=\log_5 5<\log_5 6=c<\log_5\sqrt{125}=\frac{3}{2}$，

因此 $b<c<a$.

故选：C.

14.（2018·江西新余·一模）故 $a=\left(\frac{5}{7}\right)^{-\frac{5}{7}}$，$b=\left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$，$c=\log_3\frac{14}{5}$，则 a，b，c 的大小顺序是（　）

A．$b<a<c$　　B．$c<a<b$　　C．$b<c<a$　　D．$c<b<a$

【答案】D

【分析】由指数函数和对数函数的单调性得出即可.

【详解】$a=\left(\frac{5}{7}\right)^{-\frac{5}{7}}=\left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{5}{7}}>b=\left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{3}{5}}>1=\log_3\frac{15}{5}>c=\log_3\frac{14}{5}$，

所以 $c<b<a$，

故选：D

15.（2024·宁夏银川·三模）已知 $a=0.2^{0.5}$，$b=\cos 2$，$c=\lg 15$，则（　）

A．$a<b<c$　　B．$c<a<b$

C．$b<c<a$　　D．$b<a<c$

【答案】D

【分析】根据 $f\left(x\right)=\lg x$，$g\left(x\right)=0.2^x$，$h\left(x\right)=\cos x$ 的单调性，分别判断 a,b,c 的大概范围，即可得出大小.

【详解】由题知$a=0.2^{0.5}$，$b=\cos 2$，$c=\lg 15$，因为$f\left(x\right)=\lg x$在定义域内单调递增，

所以$f\left(15\right)>f\left(10\right)$，即$c=\lg 15>\lg 10=1$，

因为$g\left(x\right)=0.2^{x}$在定义域内单调递减，所以$g\left(\frac{1}{2}\right)<g\left(0\right)$，即$0<a=0.2^{0.5}<0.2^{0}=1$，

因为$h\left(x\right)=\cos x$在$(0,\pi)$上单调递减，所以$h\left(2\right)<h\left(\frac{\pi}{2}\right)$，即$b=\cos 2<\cos\frac{\pi}{2}=0$，

综上：$b<0<a<1<c$.

故选：D

二、多选题（每小题 6 分，在每小题给出的选项中，只有一项或者多项是符合题目要求的.）

16.（2024·贵州·模拟预测）已知$0<a<b<1$，$m>1$，则（　）

A．$a^{m}<b^{m}$　　　　B．$m^{a}>m^{b}$

C．$\log_{m}a>\log_{m}b$　　　　D．$\log_{a}m>\log_{b}m$

【答案】AD

【分析】根据指数函数,对数函数,幂函数的单调性,结合不等式性质逐项分析即可.

【详解】对于 A，根据$y=x^{m}$在$(0,+\infty)$单调递增，结合$0<a<b<1$，知$a^{m}<b^{m}$，A 正确.

对于 B，根据$y=m^{x}$在$(0,+\infty)$单调递增，结合$0<a<b<1$，知$m^{a}<m^{b}$，B 错误.

对于 C，根据$y=\log_{m}x$在$(0,+\infty)$单调递增，结合$0<a<b<1$，知$\log_{m}a<\log_{m}b$，C 错误.

对于 D，根据$\log_{a}m=\frac{1}{\log_{m}a},\log_{b}m=\frac{1}{\log_{m}b}$，结合$0<a<b<1,m>1$，

知$\log_{m}a<\log_{m}b<0$，则$\frac{1}{\log_{m}a}>\frac{1}{\log_{m}b}$，即$\log_{m}a>\log_{m}b$，D 正确.

故选：AD.

17.（2024·浙江杭州·模拟预测）已知e，π分别是自然对数的底和圆周率，则下列不等式成立的是（　）

A．$\log_{\pi}\mathrm{e}+\left(\ln\pi\right)^{2}>2$　　　　B．$\log_{2}\sqrt{\mathrm{e}}+\ln\sqrt{\pi}>1$

C．$\mathrm{e}^{\mathrm{e}}-\mathrm{e}>\mathrm{e}^{\pi}-\pi$　　　　D．$\left(\mathrm{e}+\pi\right)^{2}<4\left(\mathrm{e}^{2}+\pi^{2}\right)$

【答案】ABD

【分析】对于 A，通过对数的换底公式变形，再用基本不等式，即可判断；对于 B，通过对数的运算化简，再由对数函数的单调性缩小，再用基本不等式，即可判断；对于 C，设出$y=\mathrm{e}^{x}-x$，利用其单调性，即可判断；对于 D，利用基本不等式，即可判断.

【详解】对于 A，$\log_{\pi}\mathrm{e}=\dfrac{1}{\log_{\mathrm{e}}\pi}>0$，$\ln\pi>1$，

所以 $\log_{\pi}\mathrm{e}+(\ln\pi)^2>\log_{\pi}\mathrm{e}+\ln\pi=\log_{\pi}\mathrm{e}+\log_{\mathrm{e}}\pi>2$，故 A 正确；

对于 B，因为 $\ln 2<\ln\pi$，

所以 $\log_2\sqrt{\mathrm{e}}+\ln\sqrt{\pi}=\dfrac{1}{2}\log_2\mathrm{e}+\dfrac{1}{2}\ln\pi=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\ln 2}+\ln\pi\right)>\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\ln\pi}+\ln\pi\right)>1$，

故 B 正确；

对于 C，设 $y=\mathrm{e}^x-x$，则 $y'=\mathrm{e}^x-1>0(x>0)$，所以 $y=\mathrm{e}^x-x$ 单调递增，

因为 $\mathrm{e}<\pi$，所以 $\mathrm{e}^{\mathrm{e}}-\mathrm{e}<\mathrm{e}^{\pi}-\pi$，故 C 错误；

对于 D，$\because \mathrm{e}^2+\pi^2>2\mathrm{e}\pi,\therefore 2\left(\mathrm{e}^2+\pi^2\right)>\mathrm{e}^2+2\mathrm{e}\pi+\pi^2=(\mathrm{e}+\pi)^2$，

所以 $(\mathrm{e}+\pi)^2<4\left(\mathrm{e}^2+\pi^2\right)$，故 D 正确.

故选：ABD.

18．（2023·江西萍乡·二模）已知 $2^a=5^b=10$，则下列关系正确的是（　　）

A．$\mathrm{e}^{a-b}>1$　　B．$a+b<ab$

C．$a+4b<9$　　D．$\left(\dfrac{1}{a}+1\right)^2+\left(\dfrac{1}{b}+2\right)^2>8$

【答案】AD

【分析】利用对数的运算法则化简，结合作差法和基本不等式比较大小，依次判断各选项.

【详解】因为 $2^a=5^b=10$，

所以 $a=\log_2 10=1+\log_2 5=\dfrac{1}{\lg 2},b=\log_5 10=1+\log_5 2=\dfrac{1}{\lg 5}$，

对 A 选项，$a-b=\dfrac{1}{\lg 2}-\dfrac{1}{\lg 5}=\dfrac{\lg 5-\lg 2}{\lg 5\cdot\lg 2}>0$，所以 $\mathrm{e}^{a-b}>\mathrm{e}^0=1$，故 A 正确；

对 B 选项，$a+b-ab=\dfrac{1}{\lg 2}+\dfrac{1}{\lg 5}-\dfrac{1}{\lg 2}\cdot\dfrac{1}{\lg 5}=\dfrac{\lg 5+\lg 2-1}{\lg 5\cdot\lg 2}=\dfrac{\lg 10-1}{\lg 5\cdot\lg 2}=0$，

所以 $a+b=ab$，故 B 选项不正确；

对 C 选项，因为 $a,b>0$，$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\lg 2+\lg 5=1$，

所以 $a+4b=(a+4b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)=\dfrac{4b}{a}+\dfrac{a}{b}+5\geq 2\sqrt{\dfrac{4b}{a}\cdot\dfrac{a}{b}}+5=9$，

而 $a\neq 2b$，故上述不等式等号不成立，则 $a+4b>9$，故 C 不正确；