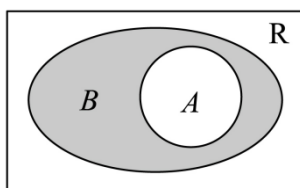


2024-2025 学年广东省潮州市潮安区高二上学期开学摸底考数学 检测试卷（一）

一、单选题（本大题共 8 小题）

1. 若集合 $A = \{1, 3, 5, 6, 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | 1 \leq x \leq 9\}$, 则图中阴影部分表示的集合中的元素个数为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
2. 在复平面内, 复数 $z = -1 - i$ 对应的点位于 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 现采用随机模拟的方式估计一运动员三次投篮恰有两次命中的概率: 先由计算机产生 0 到 9 之间取整数值的随机数, 指定 1, 2, 3, 4 表示命中, 5, 6, 7, 8, 9, 0 表示不命中; 再以三个随机数为一组, 代表三次投篮结果, 经随机模拟产生了如下 12 组随机数: 137 960 197 925 271 815 952 683 829 436, 据此估计, 该运动员三次投篮恰有两次命中的概率为 ()
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{5}{8}$
4. 已知向量 $\vec{a} = (1, x)$, $\vec{b} = (-1, 3)$ 若向量 $2\vec{a} - \vec{b}$ 与向量 $\vec{b}$ 平行, 则 x 的值为 ()
- A. -3 B. 0 C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$
5. 已知向量 $\vec{a} = (-2, 2\sqrt{3})$, $\vec{b} = (1, \sqrt{3})$, 则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影向量为 ()
- A. $\frac{1}{4}\vec{a}$ B. $-\frac{1}{4}\vec{a}$ C. $-\vec{b}$ D. $\vec{b}$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\frac{\sin A}{k} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{4}$ (k 为非零实数), 则下列结论错误的是 ()
- A. 当 $k=5$ 时, $\triangle ABC$ 是直角三角形 B. 当 $k=3$ 时, $\triangle ABC$ 是锐角三角形
- C. 当 $k=2$ 时, $\triangle ABC$ 是钝角三角形 D. 当 $k=1$ 时, $\triangle ABC$ 是钝角三角形
7. 已知 l, m 是两条不同的直线, α 为平面, $m \subset \alpha$, 下列说法中正确的是 ()
- A. 若 $l \parallel \alpha = A$, 且 l 与 α 不垂直, 则 l 与 m 一定不垂直
- B. 若 l 与 α 不平行, 则 l 与 m 一定是异面直线

C. 若 $l \perp \alpha = A$, 且 $A \notin m$, 则 l 与 m 可能平行

D. 若 $l \parallel \alpha$, 则 l 与 m 可能垂直

8. 已知圆台 O_1O_2 的上、下底面面积分别为 $4\pi, 36\pi$, 其外接球球心 O 满足 $\vec{O_1O} = 3\vec{OO_2}$, 则圆台 O_1O_2 的外接球体积与圆台 O_1O_2 的体积之比为 ()

A. $\frac{20\sqrt{5}}{13}$

B. $\frac{10\sqrt{10}}{13}$

C. $\frac{10\sqrt{5}}{13}$

D. $\frac{10}{13}$

二、多选题 (本大题共 3 小题)

9. 若 $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ 是平面内的一个基底, 则下列四组向量中不能作为平面向量的基底的是 ()

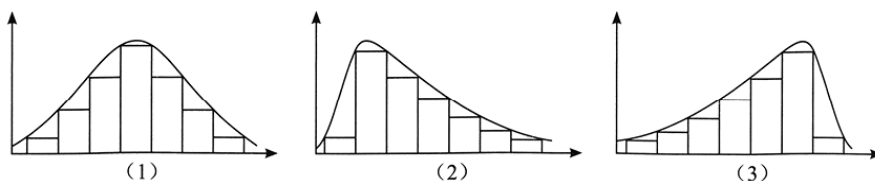
A. $\{\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{e}_2 - \vec{e}_1\}$

B. $\left\{3\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2\right\}$

C. $\{2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1, 6\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2\}$

D. $\{\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2\}$

10. 如图所示, 下列频率分布直方图显示了三种不同的分布形态. 图 (1) 形成对称形态, 图 (2) 形成“右拖尾”形态, 图 (3) 形成“左拖尾”形态, 根据所给图作出以下判断, 正确的是 ()



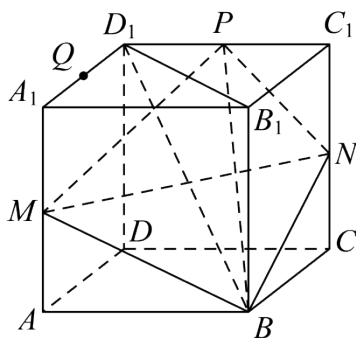
A. 图 (1) 的平均数 = 中位数 = 众数

B. 图 (2) 的平均数 < 众数 < 中位数

C. 图 (2) 的众数 < 中位数 < 平均数

D. 图 (3) 的平均数 < 中位数 < 众数

11. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N, P 分别是 AA_1, CC_1, C_1D_1 的中点, Q 是线段 D_1A_1 上的动点, 则下列说法中正确的是 ()

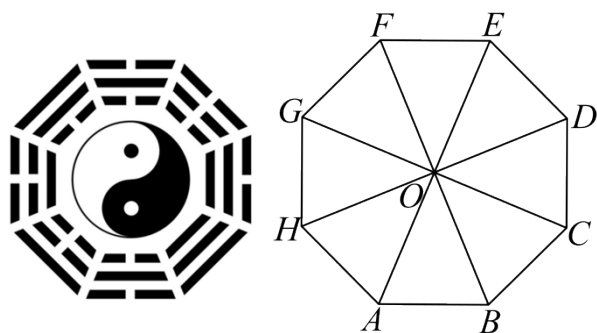


- A. 存在点 Q , 使 B, N, P, Q 四点共面
 B. 存在点 Q , 使 $PQ \parallel$ 平面 MBN
 C. 三棱锥 $P-MBN$ 的体积为 $\frac{2}{3}$
 D. 经过 C, M, B, N 四点的球的表面积为 9π

三、填空题（本大题共 3 小题）

12. 甲、乙两人下中国象棋, 若甲获胜的概率是 $\frac{1}{3}$, 下成和棋的概率是 $\frac{1}{2}$, 则乙获胜的概率是_____.

13. 《易经》是中华民族智慧的结晶, 易有太极, 太极生两仪, 两仪生四象, 四象生八卦, 易经包含了深刻的哲理. 如图所示是八卦模型图以及根据八卦图抽象得到的正八边形 $ABCDEFGH$, 其中 $AB=1, O$ 为正八边形的中心, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HD} =$ _____.



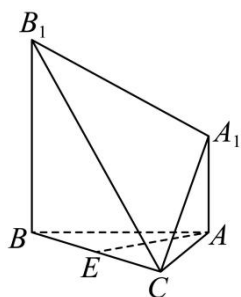
14. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 向量 $\vec{m} = (a, \cos A)$, $\vec{n} = (\cos B, b - c)$, 且 $\vec{m} \cdot \vec{n} = c \cdot \cos A$, $\triangle ABC$ 外接圆面积为 3π . 则 $\angle A =$ _____, $\triangle ABC$ 周长的最大值为_____.

四、解答题（本大题共 5 小题）

15. 已知复数 $z = m(m-2) + mi$ ($m \in \mathbf{R}$) 是纯虚数.

- (1) 求实数 m 的值;
 (2) 若复数 ω 满足 $|\omega| = |z|$, $\omega + \bar{\omega} = 2$, 求复数 ω .

16. 如图, 已知 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $BB_1 \parallel AA_1$, $AB = AC = 3, BC = 2\sqrt{5}$, $AA_1 = \sqrt{7}$, $BB_1 = 2\sqrt{7}$, 点 E 为 BC 的中点.



(1)求证: $AE \parallel$ 平面 A_1CB_1 ;

(2)求证: $AE \perp$ 平面 BCB_1 ;

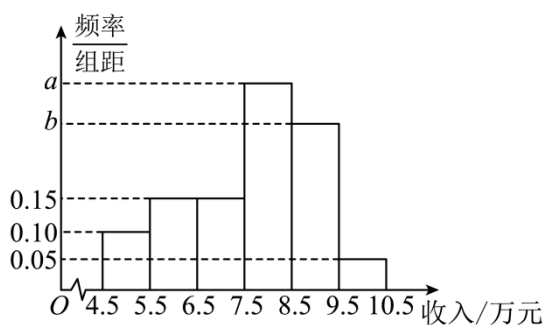
(3)求直线 A_1B_1 与平面 BCB_1 所成角的大小.

17. 在一次射击游戏中, 规定每人最多射击 3 次; 在 A 处击中目标得 3 分, 在 B, C 处击中目标均得 2 分, 没击中目标不得分; 某同学在 A 处击中目标的概率为 $\frac{1}{3}$, 在 B, C 处击中目标的概率均为 $\frac{3}{4}$, 该同学依次在 A, B, C 处各射击一次, 各次射击之间没有影响, 求在一次游戏中:

(1)该同学得 4 分的概率;

(2)该同学得分不超过 3 分的概率.

18. 某地为了了解市场经营户年收入情况, 随机抽取 60 家经营户, 经统计, 这 60 家经营户去年经营收入 (单位: 万元) 均在区间 $[4.5, 10.5]$ 内, 按 $[4.5, 5.5)$, $[5.5, 6.5)$, $[6.5, 7.5)$, $[7.5, 8.5)$, $[8.5, 9.5)$, $[9.5, 10.5]$ 分成 6 组, 频率分布直方图如图所示, 若上述居民可支配收入数据的第 80 百分位数为 8.9.

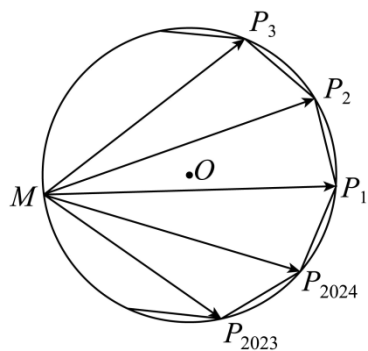


(1)求 a, b 的值;

(2)估计这 60 经营户年收入的平均值 (同一组中的数据用该区间的中点值作代表);

(3)用分层抽样的方法在收入区间为 $[6.5, 8.5)$ 的营业户中抽取一个容量为 6 的样本, 将该样本看成一个总体, 从中任取 2 个, 求至多有 1 户在收入区间为 $[7.5, 8.5)$ 内的概率.

19. 设 $P_1P_2 \perp P_{2024}$ 是半径为 1 的圆 O 内接正 2024 边形, M 是圆 O 上的动点.



(1) 求 $\left| \overrightarrow{P_1P_2} + \overrightarrow{P_2P_3} + \overrightarrow{P_3P_4} + \dots + \overrightarrow{P_{2023}P_{2024}} - \overrightarrow{P_1M} \right|$ 的取值范围；

(2) 试探究 $\left| \overrightarrow{MP_1} \right|^2 + \left| \overrightarrow{MP_2} \right|^2 + \dots + \left| \overrightarrow{MP_{2024}} \right|^2$ 是否为定值？若是定值，求出该定值；若不是定值，请说明理由。

答案

1. 【正确答案】B

【分析】由集合的运算可知阴影部分为 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B$ ，利用集合运算求解即可.

【详解】由图可知，阴影部分的集合为 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B$ ，

因为 $A = \{1, 3, 5, 6, 7\}$ ， $B = \{x \in \mathbb{Z} | 1 \leq x \leq 9\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，

所以 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = \{2, 4, 8, 9\}$ ，其元素个数为4.

故选：B

2. 【正确答案】C

【分析】求出复数 z 所对点的坐标即可判断作答.

【详解】在复平面内，复数 $z = -1 - i$ 对应的点 $(-1, -1)$ 位于第三象限.

故选C.

3. 【正确答案】A

【分析】根据古典概型概率计算公式即可求解.

【详解】依题意在12组随机数中三次投篮恰有两次命中的有：137，271，436共3个，

所以该运动员三次投篮恰有两次命中的概率 $P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ ，

故选：A.

4. 【正确答案】A

【分析】由题可得 $2\vec{a} - \vec{b} = 2(1, x) - (-1, 3) = (3, 2x - 3)$ ，由 $2\vec{a} - \vec{b}$ 与向量 $\vec{b}$ 平行，可得 $9 - (-1)(2x - 3) = 0$ ，进而求解即可.

【详解】 $\because$ 向量 $\vec{a} = (1, x)$ ， $\vec{b} = (-1, 3)$ ，

$\therefore 2\vec{a} - \vec{b} = 2(1, x) - (-1, 3) = (3, 2x - 3)$ ，又向量 $2\vec{a} - \vec{b}$ 与向量 $\vec{b}$ 平行，

$\therefore 9 - (-1)(2x - 3) = 0$ ，解得 $x = -3$.

故选：A.

5. 【正确答案】A

【分析】根据题意可得 $|\vec{r}_a|, \vec{r}_a \cdot \vec{b}$ ，结合投影向量的定义分析求解.

【详解】因为 $\vec{a} = (-2, 2\sqrt{3})$ ， $\vec{b} = (1, \sqrt{3})$ ，

则 $|\vec{r}_a| = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$ ， $\vec{r}_a \cdot \vec{b} = -2 \times 1 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4$ ，

所以 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影向量为 $\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{a}^2}\right)\vec{a} = \frac{4}{4^2}\vec{a} = \frac{1}{4}\vec{a}$.

故选 A.

6. 【正确答案】D

【分析】由正弦定理化简已知可得 $a:b:c=k:3:4$ ，利用余弦定理，勾股定理，三角形两边之和大于第三边等知识逐一分析各个选项即可得解.

【详解】对于选项 A，当 $k=5$ 时， $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{4}$ ，根据正弦定理不妨设 $a=5m$ ，

$b=3m$ ， $c=4m$ ，

显然 $\triangle ABC$ 是直角三角形，故命题正确；

对于选项 B，当 $k=3$ 时， $\frac{\sin A}{3} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{4}$ ，根据正弦定理不妨设 $a=3m$ ， $b=3m$ ，

$c=4m$ ，

显然 $\triangle ABC$ 是等腰三角形， $a^2+b^2-c^2=9m^2+9m^2-16m^2=2m^2>0$ ，

说明 $\angle C$ 为锐角，故 $\triangle ABC$ 是锐角三角形，故命题正确；

对于选项 C，当 $k=2$ 时， $\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{4}$ ，根据正弦定理不妨设 $a=2m$ ， $b=3m$ ，

$c=4m$ ，

可得 $a^2+b^2-c^2=4m^2+9m^2-16m^2=-3m^2<0$ ，说明 $\angle C$ 为钝角，故 $\triangle ABC$ 是钝角三角形，故命题正确；

对于选项 D，当 $k=1$ 时， $\frac{\sin A}{1} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{4}$ ，根据正弦定理不妨设 $a=1m$ ， $b=3m$ ，

$c=4m$ ，

此时 $a+b=c$ ，不等构成三角形，故命题错误.

故选：D.

7. 【正确答案】D

【分析】结合点线面之间的关系逐项判断即可得.

【详解】对 A：在平面 α 内，存在无数条直线和 l 垂直，故 A 错误；

对 B：当 $l \subset \alpha$ 时， l 与 m 不是异面直线，故 B 错误；

对 C：若 $l \perp \alpha = A$ ，且 $A \notin m$ ， l 与 m 为异面直线，故 C 错误；

对 D：若 $l \parallel \alpha$ ，在 α 内存在直线与 l 垂直，故其可能与 m 垂直，故 D 正确.

故选 D.

8. 【正确答案】B

【分析】根据相切结合勾股定理可得 $R^2 = 4 + 9h^2 = 36 + h^2$ ，即可求解 $h=2, R=2\sqrt{10}$ ，

由圆台和球的体积公式即可求解.

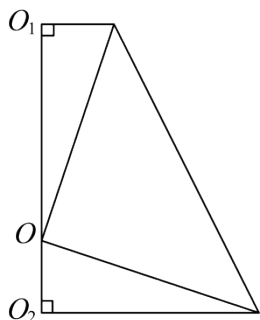
【详解】设圆台 O_1O_2 的高为 $4h$ ，外接球半径为 R ，作出轴截面如图：

O_1O_2 的上、下底面面积分别为 $4\pi, 36\pi$ ，则圆 O_1, O_2 的半径分别为 2, 6，

则 $R^2 = 4 + 9h^2 = 36 + h^2$ ，解得 $h = 2, R = 2\sqrt{10}$ ，

$$\text{故所求体积之比为 } \frac{\frac{4}{3}\pi \cdot (2\sqrt{10})^3}{\frac{1}{3}(4\pi + 36\pi + \sqrt{4\pi \cdot 36\pi}) \cdot 8} = \frac{10\sqrt{10}}{13}.$$

故选：B



9. 【正确答案】AC

【分析】根据共线向量定理逐项判定向量是否共线即可.

【详解】对于 A， $\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = -(\vec{e}_2 - \vec{e}_1)$ ，则 $\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{e}_2 - \vec{e}_1$ 为共线向量，故不能作为平面向量的基底；

对于 B，若存在实数 λ 使 $3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = \lambda\left(\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2\right)$ ，则 $\begin{cases} \lambda = 3 \\ \frac{\lambda}{2} = 1 \end{cases}$ ， λ 无解，可以作为平面向量的

基底；

对于 C， $-2(2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1) = 6\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ ，则 $2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1, 6\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ 为共线向量，故不能作为平面向量的基底；

对于 D，若存在实数 λ 使 $\vec{e}_1 + \vec{e}_2 = \lambda(\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2)$ ，则 $\begin{cases} \lambda = 1 \\ 3\lambda = 1 \end{cases}$ ， λ 无解，可以作为平面向量

的基底；

故选：AC.

10. 【正确答案】ACD

【详解】图 (1) 的分布直方图是对称的，所以平均数=中位数=众数，故 A 正确；

图 (2) 众数最小，右拖尾平均数大于中位数，故 B 错误，C 正确；

图 (3) 左拖尾众数最大，平均数小于中位数，故 D 正确.

故选：ACD.

11. 【正确答案】ABD

【详解】对于 A 中，如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，连接 A_1B, CD_1 ，
因为 N, P 分别是 CC_1, C_1D_1 的中点，所以 $CD_1 // PN$ ，

又因为 $CD_1 // A_1B$ ，所以 $A_1B // PN$ ，所以 A_1, B, N, P 四点共面，

即当 Q 与点 A_1 重合时， B, N, P, Q 四点共面，所以 A 正确；

对于 B 中，连接 PQ, A_1C_1 ，当 Q 是 D_1A_1 的中点时，

因为 $PQ // A_1C_1, A_1C_1 // MN$ ，所以 $PQ // MN$ ，

因为 $PQ \notin$ 平面 BMN ， $MN \subset$ 平面 BMN ，所以 $PQ //$ 平面 BMN ，所以 B 正确；

对于 C 中，连接 D_1M, D_1N, D_1B ，因为 $D_1M // BN$ ，

则 $V_{P-MBN} = V_{M-PBN} = V_{D_1-PBN} = V_{B-D_1PN} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 2 = \frac{1}{3}$ ，所以 C 错误；

对于 D 中，分别取 BB_1, DD_1 的中点 E, F ，构造长方体 $MADF-EBCN$ ，

则经过 C, M, B, N 四点的球即为长方体 $MADF-EBCN$ 的外接球，

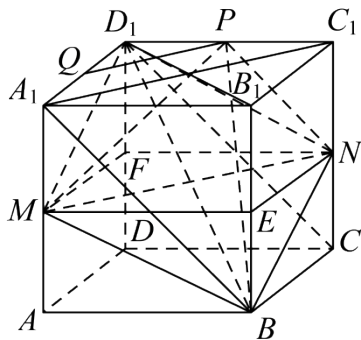
设所求外接球的直径为 $2R$ ，则长方体 $MADF-EBCN$ 的体对角线即为所求的球的直径

，

即 $(2R)^2 = AB^2 + BC^2 + CN^2 = 4 + 4 + 1 = 9$ ，

所以经过 C, M, B, N 四点的球的表面积为 $4\pi R^2 = 9\pi$ ，所以 D 正确.

故选 ABD.



12. 【正确答案】 $\frac{1}{6}$

【分析】根据概率性质可知所有可能的概率和为 1.

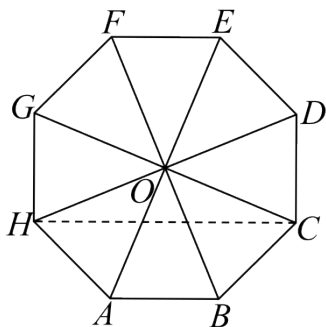
【详解】乙获胜的概率是 $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ，

故 $\frac{1}{6}$

13. 【正确答案】 $1 + \sqrt{2} / \sqrt{2} + 1$

【分析】连接 HC ，则 $HC \parallel AB$ ，根据给定条件及正八边形的特征，利用数量积的定义求解即可。

【详解】在正八边形 $ABCDEFGH$ 中，连接 HC ，则 $HC \parallel AB$ ，



而 $\angle ABC = 135^\circ$ ，即 $\angle BCH = 45^\circ$ ，于是 $\angle HCD = 90^\circ$ ，在等腰梯形 $ABCH$ 中，
 $CH = 1 + 2 \times 1 \times \cos 45^\circ = 1 + \sqrt{2}$ ，所以 $\vec{AB} \cdot \vec{HD} = 1 \times |\vec{HD}| \cos \angle CHD = |\vec{HC}| = 1 + \sqrt{2}$ 。
 故 $1 + \sqrt{2}$

14. 【正确答案】 $\frac{\pi}{3}$ 9

【分析】根据向量的数量积运算、正弦定理、三角恒等变换等知识化简已知条件，求得 A ，利用三角形外接圆的面积求得 a ，利用余弦定理、基本不等式等知识求得三角形 ABC 周长的最大值。

【详解】已知向量 $\vec{m} = (a, \cos A)$ ， $\vec{n} = (\cos B, b - c)$

则 $\vec{m} \cdot \vec{n} = a \cos B + (b - c) \cos A$ ，则 $a \cos B + (b - c) \cos A = c \cos A$ ，

所以 $a \cos B + b \cos A = 2c \cos A$ ，

则 $\sin A \cos B + \sin B \cos A = 2 \sin C \cos A$ ，所以 $\sin(A + B) = 2 \sin C \cos A$ ，

又 $A + B + C = \pi$ ，故 $\sin C = 2 \sin C \cos A$ 且 $\sin C > 0$ ，

所以 $\cos A = \frac{1}{2}$ ，又 $A \in (0, \pi)$ ，则 $A = \frac{\pi}{3}$ ；

由余弦定理有： $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cos A = bc$ ，则 $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ ，

由正弦定理可得： $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 $R = \frac{a}{2 \sin A}$ ，则 $\frac{a^2 \pi}{4 \sin^2 A} = 3\pi$ ，即 $a = 3$ ，

所以 $b^2 + c^2 - bc = (b + c)^2 - 3bc = 9 \geq (b + c)^2 - \frac{3}{4}(b + c)^2 = \frac{(b + c)^2}{4}$ ，

则 $b + c \leq 6$ ，当且仅当 $b = c$ 且 $A = \frac{\pi}{3}$ ，即 $b = c = 3 = a$ 时等号成立，

故三角形 ABC 周长 $a + b + c$ 的最大值为 9。

故 $\frac{\pi}{3}$ ；9

15. 【正确答案】 (1) $m=2$; (2) $\omega=1+\sqrt{3}i$ 或 $\omega=1-\sqrt{3}i$.

【分析】

(1) 由复数 z 为纯虚数, 可得 $\begin{cases} m(m-2)=0 \\ m \neq 0 \end{cases}$, 从而可求出 m 的值;

(2) 由 (1) 知 $z=2i$, 令 $\omega=a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 由 $|\omega|=|z|$, $\omega+\bar{\omega}=2$, 列方程可求出 a, b 的值, 从而可求出复数 ω

【详解】

解: (1) 由复数 z 为纯虚数, 有 $\begin{cases} m(m-2)=0 \\ m \neq 0 \end{cases}$, 得 $m=2$.

(2) 由 (1) 知 $z=2i$, 令 $\omega=a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 有 $|\omega|=\sqrt{a^2+b^2}=2$.

又由 $\omega+\bar{\omega}=(a+bi)+(a-bi)=2a=2$, 得 $a=1$, 有 $b=\pm\sqrt{3}$.

由上知 $\omega=1+\sqrt{3}i$ 或 $\omega=1-\sqrt{3}i$.

16. 【正确答案】 (1) 证明见解析

(2) 证明见解析

(3) $\frac{\pi}{6}$

【分析】 (1) 作出辅助线, 得到四边形 AA_1B_1M 为平行四边形, 所以 $A_1B_1 \parallel AM$, 从而 $AM \parallel$ 平面 A_1B_1C , 再由中位线得到 $ME \parallel B_1C$, 得到 $ME \parallel$ 平面 A_1B_1C , 证明出面面平行, 得到线面平行;

(2) 由 $BB_1 \perp$ 平面 ABC , 得到平面 $BCB_1 \perp$ 平面 ABC , 由三线合一得到 $AE \perp BC$, 从而得到线面垂直;

(3) 由 (1) 得 $AM \parallel A_1B_1$, 所以直线 A_1B_1 与平面 BCB_1 所成角和直线 AM 与平面 BCB_1 所成角相等, 由线面垂直得到 $\angle AME$ 即为直线 AM 与平面 BCB_1 所成角, 结合勾股定理

求出各边长, 得到 $\tan \angle AME = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 求出 $\angle AME = \frac{\pi}{6}$, 得到答案.

【详解】 (1) 取 BB_1 中点 M , 连接 AM , ME , $B_1M = \frac{1}{2}BB_1 = \sqrt{7} = AA_1$, 如图所示,

又因为 $BB_1 \parallel AA_1$, 所以 $B_1M \parallel AA_1$,

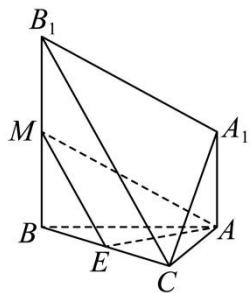
所以四边形 AA_1B_1M 为平行四边形, 所以 $A_1B_1 \parallel AM$,

又 $A_1B_1 \subset$ 平面 A_1B_1C , $AM \not\subset$ 平面 A_1B_1C , 所以 $AM \parallel$ 平面 A_1B_1C ,

因为点 E, M 为 BC, BB_1 的中点, 所以 $ME \parallel B_1C$,

又 $B_1C \subset$ 平面 A_1B_1C , $ME \not\subset$ 平面 A_1B_1C , 所以 $ME \parallel$ 平面 A_1B_1C ,

又 $ME \cap AM = M$, $ME, AM \subset$ 平面 AME , 所以平面 $AME \parallel$ 平面 A_1B_1C ,
 又 $AE \subset$ 平面 AME , 所以 $AE \parallel$ 平面 A_1B_1C .



(2) 因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $BB_1 \parallel AA_1$,
 所以 $BB_1 \perp$ 平面 ABC ,
 因为 $BB_1 \subset$ 平面 BCB_1 , 所以平面 $BCB_1 \perp$ 平面 ABC ,
 因为 $AB = AC$, 点 E 为 BC 的中点, 所以 $AE \perp BC$,
 因为平面 $BCB_1 \perp$ 平面 $ABC = BC, AE \subset$ 平面 ABC ,
 所以 $AE \perp$ 平面 BCB_1 ,

(3) 由 (1) 得四边形 AA_1B_1M 为平行四边形, 所以 $AM \parallel A_1B_1$,
 所以直线 A_1B_1 与平面 BCB_1 所成角和直线 AM 与平面 BCB_1 所成角相等,
 因为 $AE \perp$ 平面 BCB_1 , 所以 $\angle AME$ 即为直线 AM 与平面 BCB_1 所成角,
 因为点 E 为 BC 的中点, $BC = 2\sqrt{5}$,
 所以 $BE = \sqrt{5}, AE = \sqrt{3^2 - 5} = 2, EM = \sqrt{5 + (\sqrt{7})^2} = 2\sqrt{3}$,
 所以 $\tan \angle AME = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 由 $\angle AME \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 所以 $\angle AME = \frac{\pi}{6}$,
 所以直线 A_1B_1 与平面 BCB_1 所成角为 $\frac{\pi}{6}$.

17. 【正确答案】(1) $\frac{3}{8}$

(2) $\frac{5}{16}$

【分析】(1) 分析该同学得 4 分的情况, 利用独立事件的概率公式即可得解;

(2) 利用独立事件的概率公式, 依次求出该同学得 0 分, 2 分, 3 分的概率, 从而得解.

【详解】(1) 设该同学在 A 处击中目标为事件 A , 在 B 处击中目标为事件 B ,
 在 C 处击中目标为事件 C , 事件 A, B, C 相互独立,

依题意 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = P(C) = \frac{3}{4}, P(\bar{A}) = \frac{2}{3}, P(\bar{B}) = P(\bar{C}) = \frac{1}{4}$,

则该同学得 4 分的概率为 $P(\overline{A}BC) = P(\overline{A})P(B)P(C) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$;

(2) 该同学得分不超过 3 分的情况为得 0 分, 2 分, 3 分,

该同学得 0 分的概率为 $P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) = P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$;

得 2 分的概率为 $P(\overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C) = P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{A}\overline{B}C) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$;

得 3 分的概率为 $P(A\overline{B}\overline{C}) = P(A)P(\overline{B})P(\overline{C}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{48}$;

则该同学得分不超过 3 分的概率为 $\frac{1}{24} + \frac{1}{4} + \frac{1}{48} = \frac{5}{16}$.

18. 【正确答案】(1) $a = 0.3$, $b = 0.25$

(2) 7.6

(3) $\frac{3}{5}$

【分析】(1) 根据频率和为 1, 以及 80 百分位数计算公式, 列式求解;

(2) 根据频率分布直方图的平均数公式, 列式求解;

(3) 首先计算出区间 $[6.5, 7.5)$ 和 $[7.5, 8.5)$ 的频数, 再利用分层抽样, 计算出抽取的户数, 结合样本空间, 和古典概型公式, 即可求解.

【详解】(1) 依题意得 $0.10 + 0.15 + 0.15 + a + b + 0.05 = 1$, 即 $a + b = 0.55$, 又第 80 百分位数在 $[8.5, 9.5)$,

$\therefore 0.05 + 0.6b = 1 - 0.8$, 解得 $a = 0.3$, $b = 0.25$.

(2) $\bar{x} = 5 \times 0.1 + 6 \times 0.15 + 7 \times 0.15 + 8 \times 0.3 + 9 \times 0.25 + 10 \times 0.05 = 7.6$.

(3) 在 $[6.5, 7.5)$ 有 9 户, 在 $[7.5, 8.5)$ 有 18 户, 所以在 $[6.5, 7.5)$ 抽取 2 户, 在 $[7.5, 8.5)$ 上抽取 4 户,

设在 $[6.5, 7.5)$ 抽取的 2 户, 设为 A_1, A_2 , 在 $[7.5, 8.5)$ 上抽取 4 户, 设为 B_1, B_2, B_3, B_4 ,

任取 2 户的所有情况为 $A_1A_2, A_1B_1, A_1B_2, A_1B_3, A_1B_4, A_2B_1, A_2B_2, A_2B_3, A_2B_4, B_1B_2, B_1B_3, B_1B_4,$

B_2B_3, B_2B_4, B_3B_4 , 共 15 种情况,

其中至多有 1 户在 $[7.5, 8.5)$ 内的样本点包含 $A_1A_2, A_1B_1, A_1B_2, A_1B_3, A_1B_4, A_2B_1, A_2B_2, A_2B_3, A_2B_4$, 共 9 个,

设至多有 1 户在 $[7.5, 8.5)$ 内为事件 A, 则 $P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.

19. 【正确答案】(1) $[0, 2]$

(2) 是, 4048

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/607011055012010053>