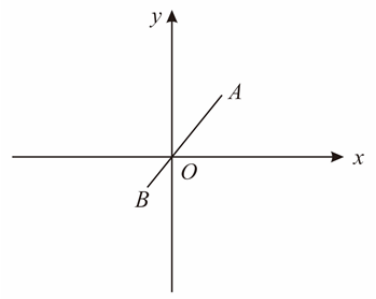
# 专题 1.11 线段的垂直平分线（巩固篇）（专项练习）

**一、单选题**

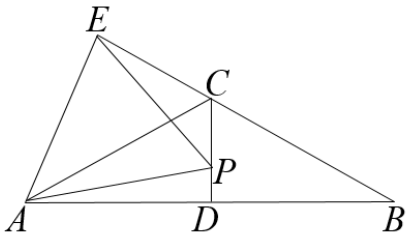
## 类型一、垂直平分线的性质

1．如图，在平面直角坐标系中，线段 $AB$ 经过原点，且 $OA=3$，$OB=1$，点 $P$ 在 $y$ 轴上，若以 $PAB$ 为顶点的三角形是等腰三角形，那么这样的 $P$ 点有几个（　　）



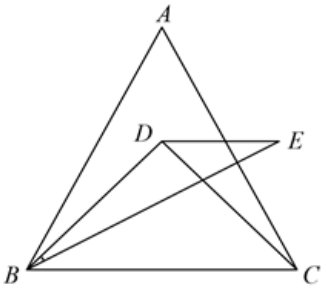

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

2．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=BC$，$\angle B=30°$，$D$ 为 $AB$ 的中点，$P$ 为 $CD$ 上一点，$E$ 为 $BC$ 延长线上一点，且 $PA=PE$.有下列结论：①$\angle PAD+\angle PEC=30°$；②$\triangle PAE$ 为等边三角形；③$PD=CE-CP$；④$S_{四边形AECP}=S_{\triangle ABC}$.其中正确的结论是（ ）



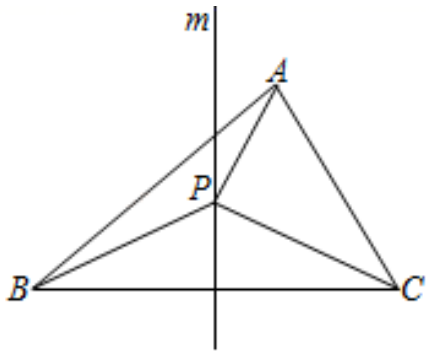

A．①②③④　　B．①②　　C．①②④　　D．③④

3．如图，在△4$BC$ 中，$AB$＝$AC$，∠$ABC$＝α，点 $D$ 在 $BC$ 的垂直平分线上，$BE$＝$AB$，$BD$ 平分∠$ABE$，则∠$E$ 的度数为（　　）



A．30°　　B．$\frac{1}{2}\alpha$　　C．90°﹣α　　D．无法确定

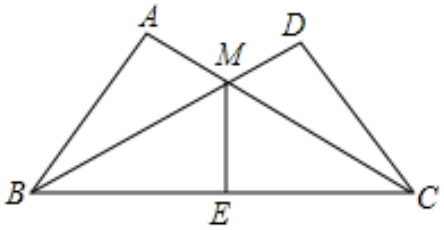
4．如图，直线 $m$ 是△$ABC$ 中 $BC$ 边的垂直平分线，点 $P$ 是直线 $m$ 上的一动点，若 $AB$＝5，$AC$＝4，$BC$＝6，则△$APC$ 周长的最小值是（　　）




A．9　　B．10　　C．11　　D．12.5

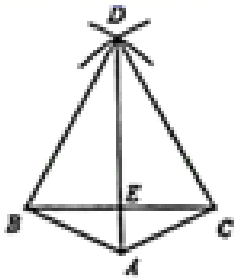
## 类型二、垂直平分线的判定

5．如图，∠$ABC$＝∠$DCB$，$AB$＝$DC$，$ME$ 平分∠$BMC$ 交 $BC$ 于点 $E$，则下列说法正确的个数有（　　）①△$ABC$≌△$DCB$；②$ME$ 垂直平分 $BC$；③△$ABM$≌△$EBM$；④△$ABM$≌△$DCM$.




A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

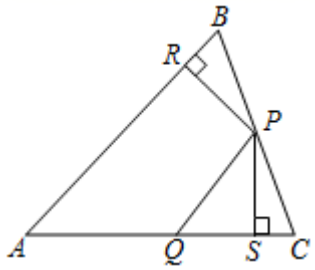
6．如图，在△$ABC$ 中，$AB$＝$AC$，尺规作图：（1）分别以 $B$，$C$ 为圆心，$BC$ 长为半径作弧，两弧交于点 $D$；（2）连接 $DB$、$DA$、$DC$，$DA$ 交 $BC$ 于点 $E$，则下列结论中错误的是（　　）




A．$AD$ 垂直平分 $BC$　　B．$S_{四边形ABDC}$＝$AD$•$BC$

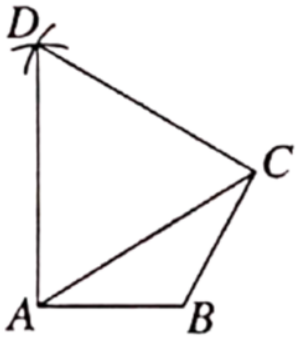
C．若$\angle BAC=120°$，则$DE=3AE$　　D．若$\angle BAC=60°$，则$BC$垂直平分$AD$

7．如图，$\triangle ABC$中，$P$、$Q$分别是$BC$、$AC$上的点，作$PR\perp AB$，$PS\perp AC$，垂足分别是$R$、S，若$AQ=PQ$，$PR=PS$，下面四个结论：①$AS=AR$；②$QP//AR$；③$\triangle BRP\cong\triangle QSP$；④$AP$垂直平分$RS$，其中正确结论的序号是（　　）．




A．①②　　B．①②③　　C．①②④　　D．①②③④

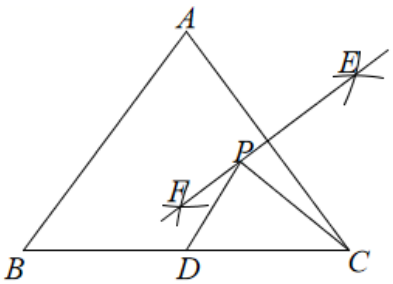
8．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=BC=\sqrt{2}$，$\angle BAC=30°$，分别以点A，$C$为圆心，$AC$的长为半径作弧，两弧交于点$D$，连接$DA$，$DC$，则四边形$ABCD$的面积为（　　）




A．$4\sqrt{3}$　　B．6　　C．4　　D．$2\sqrt{3}$

## 类型三、垂直平分线的应用

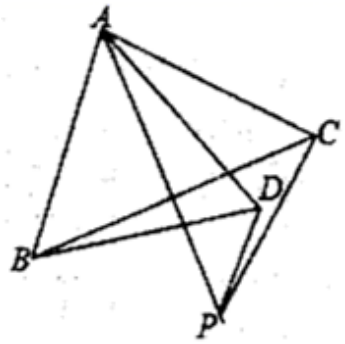
9．如图，等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC=10$，$BC=12$，点D是底边$BC$的中点，以A、C为圆心，大于$\frac{1}{2}AC$的长度为半径分别画圆弧相交于两点E、F，若直线$EF$上有一个动点P，则线段$PC+PD$的最小值为（　　）




A．6　　B．8　　C．10　　D．12

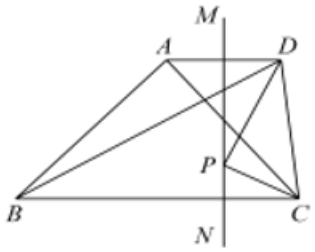
10．如图，等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC=10$，$BC=16$，$\triangle ABD$是等边三角形，点$P$是$\angle BAC$的

角平分线上一动点，连接 $PC$ 、 $PD$ ，则 $PC+PD$ 的最小值为（　　）



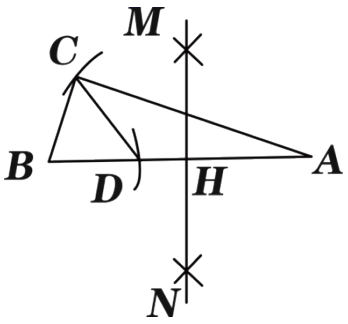

A．8　　B．10　　C．12　　D．16

11．如图所示，在四边形 ABCD 中， $AD//BC$ ，AC=1， $BD=\frac{3}{2}$ ，直线 MN 为线段 AD 的垂直平分线，P 为 MN 上的一个动点，则 PC+PD 的最小值为（　　）




A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．3

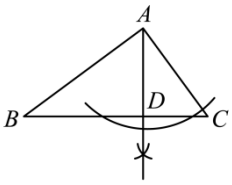
12．如图，在△ABC 中，分别以点 A 和点 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}$AB 的长为半径作弧，两弧相交于 M、N 两点，连接 MN，交 AB 于点 H，以点 H 为圆心，HA 的长为半径作的弧恰好经过点 C，以点 B 为圆心，BC 的长为半径作弧交 AB 于点 D，连接 CD，若∠A=22°，则∠BDC=（　　）

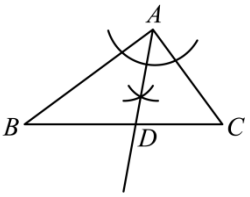


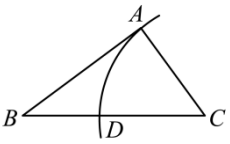

A．52°　　B．55°　　C．56°　　D．60°

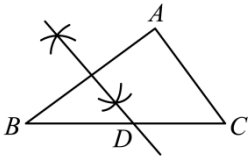
## 类型四、垂直平分线的作图

13．在△$ABC$ 中，∠$BAC$＝90°，$AB$＞$AC$，∠$B$≠30°，用无刻度的直尺和圆规在 $BC$ 边上找一点 $D$，使 $AD$＝$BD$，下列作法正确的是（ ）

A．


B．


C．


D．


14．如图，已知直线 $l$ 及直线 $l$ 外一点 $P$.

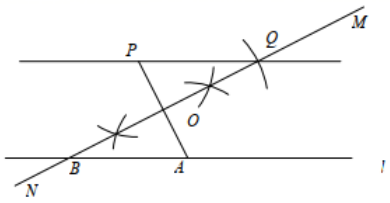
（1）在直线 $l$ 上取一点 $A$，连接 $PA$；

（2）作 $PA$ 的垂直平分线 $MN$，分别交直线 $l$，$PA$ 于点 $B$，$O$；

（3）以 $O$ 为圆心，$OB$ 长为半径画弧，交直线 $MN$ 于另一点 $Q$；

（4）作直线 $PQ$.

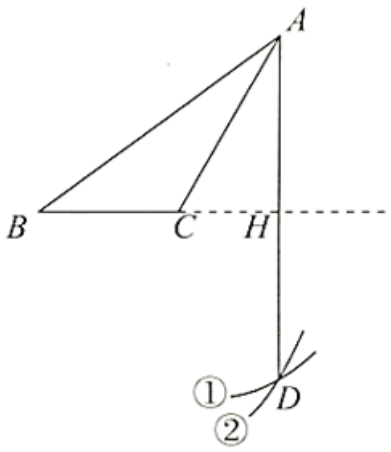
根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是（　　）




A．$\triangle OPQ \cong \triangle OAB$　　B．$PQ // AB$

C．若$\angle APQ=60°$，则 $PQ=PA$　　D．$AP=\frac{1}{2}BQ$

15．如图，已知钝角$\triangle ABC$，依下列步骤尺规作图，并保留了作图痕迹.




步骤 1：以 $C$ 为圆心，$CA$ 长为半径画弧①；

步骤 2：以 $B$ 为圆心，$BA$ 长为半径画弧②，交弧①于点 $D$；

步骤 3：连接 $AD$，交 $BC$ 的延长线于点 $H$.

则下列说法不正确的是（　　）

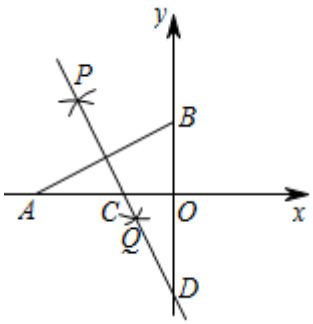
A．$AH$ 是 $\triangle ABC$ 中 $BC$ 边上的高

B．$AH=DH$

C．$AC$ 平分 $\angle BAD$

D．作图依据是：①两点确定一条直线；②到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上

16．如图，已知 $\mathrm{Rt}\triangle ABO$ 的顶点 A，$B$ 分别在 $x$ 轴，$y$ 轴上，$AB=4\sqrt{5}$，$B(0,4)$，按以下步骤作图：①分别以点 A，$B$ 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，交于点 $P$，$Q$；②作直线 $PQ$ 交 $x$ 轴于点 $C$，交 $y$ 轴于点 $D$，则点 $C$ 的坐标为（　　）

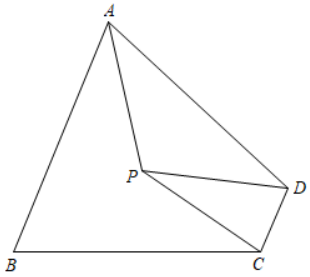



A．$(3,0)$　　B．$(-3,0)$　　C．$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2},0\right)$　　D．$\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2},0\right)$

## 二、填空题

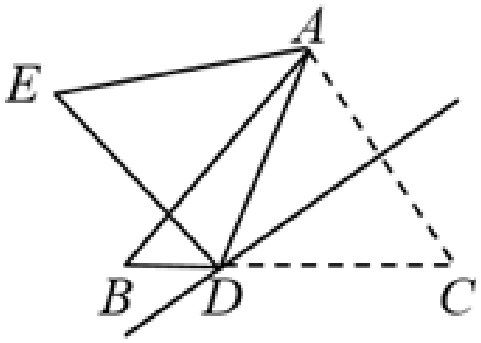
### 类型一、垂直平分线的性质

17．如图，点 $P$ 在四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC=AD$，$PA=PC$，$PA$ 平分 $\angle BAD$，设 $\angle ABC=\alpha$，$\angle ADP=\beta$，则 $\alpha$ 与 $\beta$ 满足的数量关系是_____.

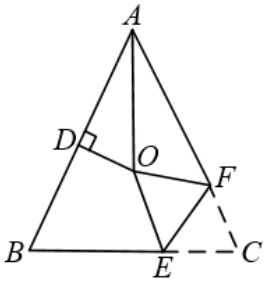



18．如图，$\triangle ABC$ 中，边 $AC$ 的垂直平分线与边 $BC$ 交于点 $D$．将 $\triangle ADC$ 沿 $AD$ 折叠后，使

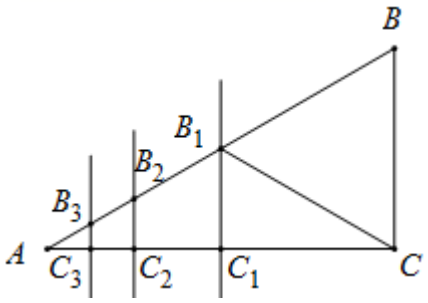
点 $C$ 与点 $E$ 重合，且 $DE \perp AB$，若 $\angle B=50°$，则 $\angle BAE=$_____度．




19．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=70°$，$\angle BAC$ 的平分线与 $AB$ 的垂直平分线交于点 $O$，将 $\angle C$ 沿 $EF$（$E$ 在 $BC$ 上，$F$ 在 $AC$ 上）折叠，点 $C$ 与点 $O$ 恰好重合，则 $\angle OEC$ 的度数为_____．

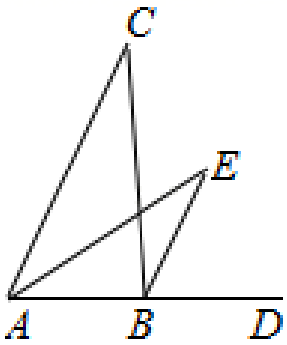



20．如图，已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，$BC=1$，作 $AC$ 的垂直平分线交 $AB$ 于点 $B_1$、交 $AC$ 于点 $C_1$，连接 $B_1C$，得到第一条线段 $B_1C$；作 $AC_1$ 的垂直平分线交 $AB$ 于点 $B_2$、交 $AC$ 于点 $C_2$，连接 $B_2C_1$，得到第二条线段 $B_2C_1$；作 $AC_2$ 的垂直平分线交 $AB$ 于点 $B_3$、交 $AC_2$ 于点 $C_3$，连接 $B_3C_2$，得到第三条线段 $B_3C_2$；……，如此作下去，则第 $n$ 条线段 $B_nC_{n-1}$ 的长为_____．

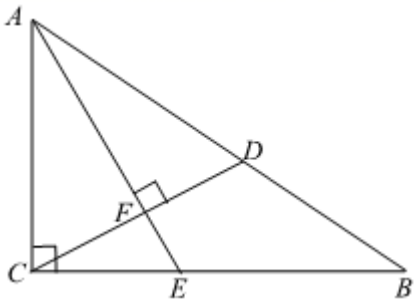



## 类型二、垂直平分线的判定

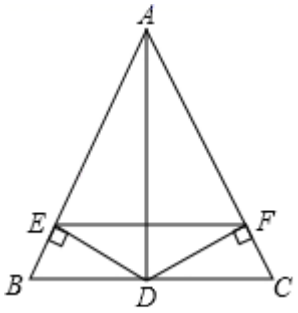
21．如图，在△$ABC$ 中，点 $D$ 在 $AB$ 的延长线上，$\angle CAB$ 平分线与 $CB$ 的垂直平分线交于点 $E$，连接 $BE$．若$\angle ACB=28°$，$\angle EBC=25°$，则$\angle EBD$ 的度数为 _____°．



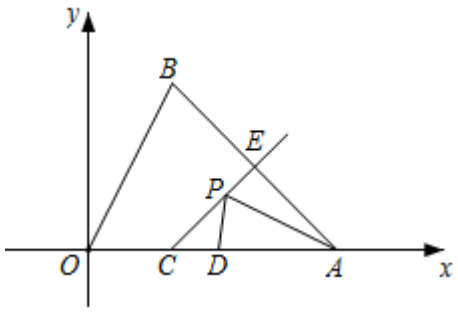

22．如图，在△*ABC* 中，∠*ACB*＝90°，*AC*＝3，*BC*＝4，点 *D* 在边 *AB* 上，*AD*＝*AC*，*AE*⊥*CD*，垂足为 *F*，与 *BC* 交于点 *E*，则 *BE* 的长是 _____．




23．如图，在△*ABC* 中，∠*B*＝∠*C*，*D* 是 *BC* 的中点，*DE*⊥*AB*，*DF*⊥*AC*，*E*，*F* 是垂足，现给出以下四个结论：①∠*DEF*＝∠*DFE*；②*AE*＝*AF*；③*AD* 垂直平分 *EF*；④∠*BDE*＝∠*CDF*．其中正确结论的个数是_____．

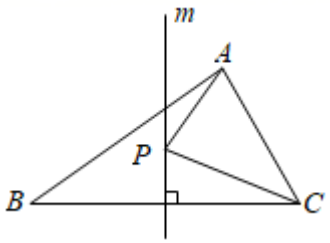



24．如图，在平面直角坐标系中，$\triangle AOB$ 的边 OA 在 $x$ 轴上，且 $OA=6$，点 $B$ 的坐标为 $(2,4)$ 点 $D$ 为 OA 的中点，$AB$ 的垂直平分线交 $x$ 轴于点 $C$，交 $AB$ 于点 $E$，点 $P$ 为线段 $CE$ 上的一动点，当△*APD* 的周长最小时，点 *P* 的坐标为_____．

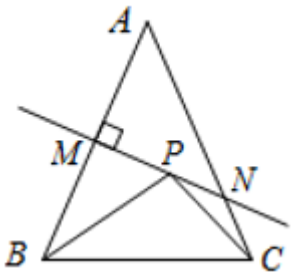



## 类型三、垂直平分线的应用

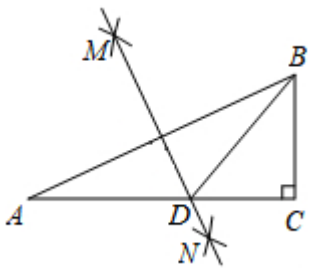
25．如图，在△*ABC* 中，*AB*＝9，*BC*＝7，*AC*＝4，直线 *m* 是△*ABC* 中 *BC* 边的垂直平分线，*P* 是直线上的一动点，△*APC* 周长的最小值为____.



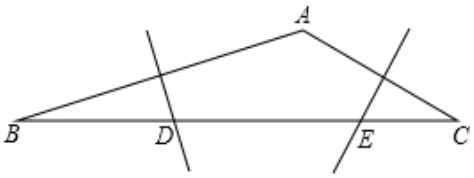

26．如图，在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*＝10cm，*BC*＝8cm，*AB* 的垂直平分线交 *AB* 于点 *M*，交 *AC* 于点 *N*，在直线 *MN* 上存在一点 *P*，使 *P*、*B*、*C* 三点构成的△*PBC* 的周长最小，则△*PBC* 的周长最小值为_____ .




27．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，分别以 *A*，*B* 两点为圆心，大于 $\frac{1}{2}$AB 为半径画弧，两弧交于 *M*，*N* 两点，直线 *MN* 交 *AC* 于点 *D*，若 $CD=4$，则 *AC* 的长度为____.

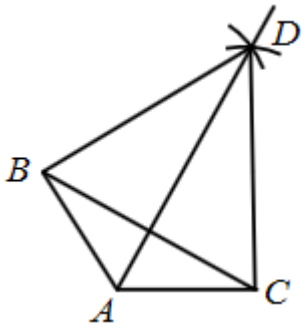


28．如图，在钝角$\triangle ABC$中，已知$\angle A$为钝角，边$AB$，$AC$的垂直平分线分别交$BC$于点$D$，$E$，若$BD^2+CE^2=DE^2$，则$\angle A$的度数为_____.




## 类型四、垂直平分线的作图

29．如图，在△$ABC$中，$AB=AC$，按如下步骤尺规作图：（1）分别以$B$、$C$为圆心，$BC$的长为半径作弧，两弧交于点$D$；（2）作射线$AD$，连接$BD$，$CD$．则下列结论中：①△$BCD$是等边三角形；②$AD$垂直平分$BC$；③$DC\perp AC$；④$\angle BAD=\angle CAD$；⑤$S_{四边形ABDC}=AD\cdot BC$．其中一定正确的结论是：___（填序号）．




30．作线段的垂直平分线

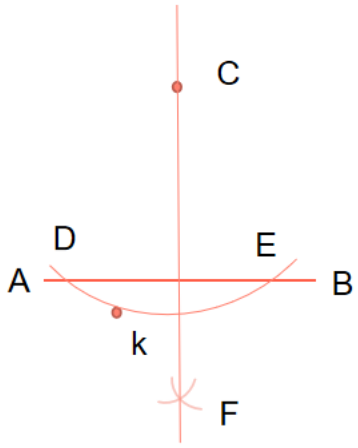
作法：

①任意取一点$K$，使点$K$与点$C$在直线$AB$两旁．

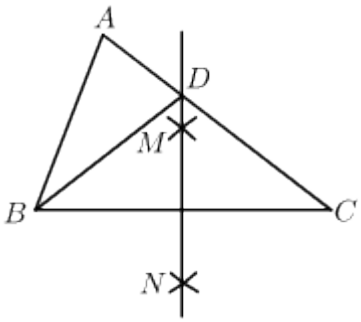
②以点$C$为圆心，____长为半径作弧，交___于点$D$和$E$．

③分别以点__和点___为圆心，大于_____长为半径作弧，两弧相交于点$F$．

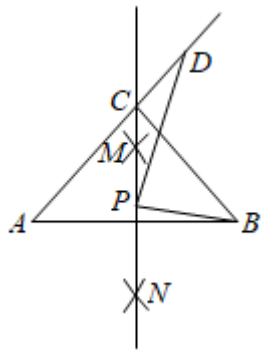
④作直线$CF$．




31．如图，在△$ABC$中，$AC$=6，按以下步骤作图：①分别以$B$，$C$为圆心，以大于$\frac{1}{2}BC$的长为半径作弧，两弧相交于点$M$和$N$；②作直线$MN$交$AC$于$D$，连接$BD$．若$BD$=4，则$AD$=___．



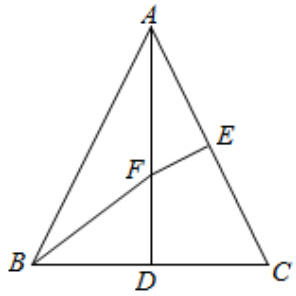

32．如图，分别以线段$AB$的两个端点为圆心，以大于$\frac{1}{2}AB$长为半径作弧，两弧交于点$M$和点$N$，在直线$MN$上取一点$C$，连接$CA$，$CB$，点$D$是线段$AC$的延长线上一点，且$CD$=$\frac{1}{2}AC$，点$P$是直线$MN$上一动点，连接$PD$，$PB$，若$BC$=4，则$PD$+$PB$的最小值为___．




**三、解答题**

33．如图，在△$ABC$中，$AB$=$AC$，$AD$是△$ABC$的角平分线，$FE$是$AC$的垂直平分线，交

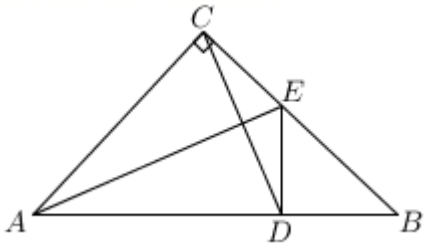
$AD$ 于点 $F$，连接 $BF$．求证：$AF=BF$．




34．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AE$ 平分 $\angle BAC$，$DE\perp AB$ 于 $D$．

（1）若 $\angle BAC=48°$，求 $\angle DEA$ 的度数；

（2）求证：直线 $AE$ 是线段 $CD$ 的垂直平分线．



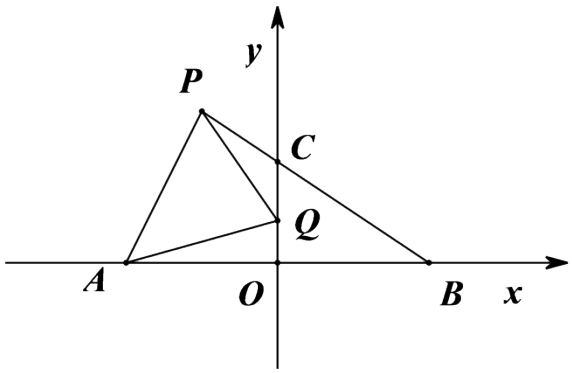

35．如图，在平面直角坐标系中，点 $A$(-2，0)，$B$(2，0)，点 $C$ 是 $y$ 轴正半轴上一点，点 $P$ 在 $BC$ 的延长线上．

（1）若点 $P$ 的坐标为(-1，2)，

①求△$PAB$ 的面积；

②已知点 $Q$ 是 $y$ 轴上任意一点，当△$PAQ$ 周长取最小值时，求点 $Q$ 的坐标；

（2）连接 $AC$，若∠$APC$＝∠$ACP$，∠$APC$ 比∠$PAB$ 大 20°，求∠$ABC$ 的度数．

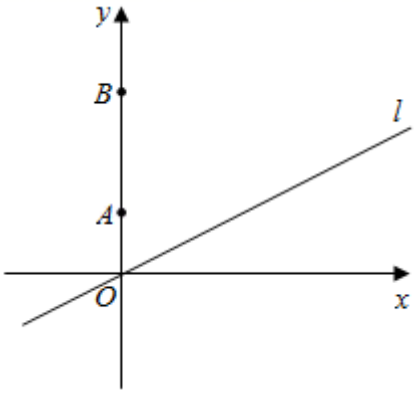



36．如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象为直线 $l$，已知两点 $A$（0，1）、$B$（0，3）．

（1）在直线 $l$ 位于第一象限的部分找一点 $C$，使得$\angle CAB=\angle CBA$．用直尺和圆规作出点 $C$（不写画法，保留作图痕迹）；

（2）直接写出点 $C$ 的坐标为 _____；

（3）点 $P$ 在 $x$ 轴上，求 $PA+PC$ 的最小值．




# 参考答案

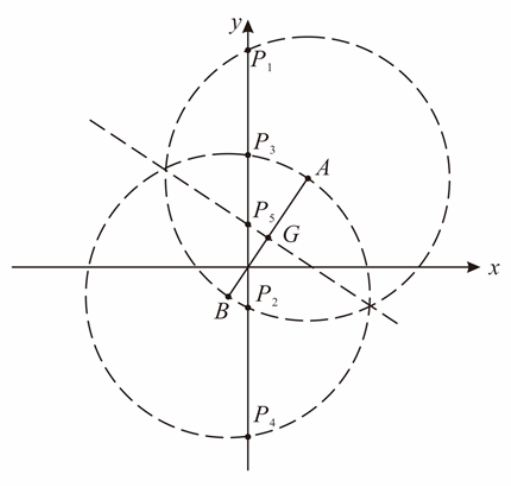
1．B

【分析】

分别以 $A$、$B$ 为圆心，以 $AB$ 长为半径画圆，确定与 $y$ 轴交点的个数，此外作 $AB$ 的垂直平分线，确定与 $y$ 轴交点的个数，即可求解．

【详解】

解：分别以 $A$、$B$ 为圆心，以 $AB=4$ 长为半径画圆，如下图：




此时与 $y$ 轴交点的个数为 4，

作 $AB$ 的垂直平分线，如上图：

此时与 $y$ 轴交点的个数为 1，

故选：B

【点拨】此题考查了垂直平分线的性质，等腰三角形的定义，解题的关键是掌握垂直平分线的性质以及等腰三角形的定义．

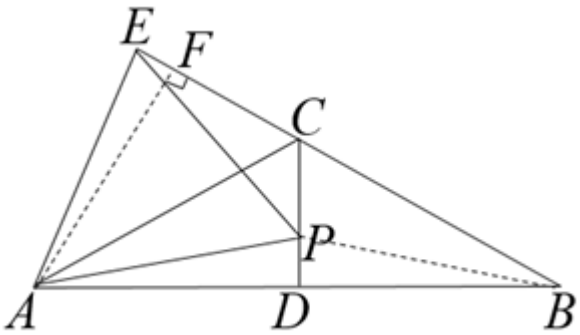
2．C

【分析】

连接 $BP$，由等腰三角形的性质和线段的中垂线性质即可判断①；由三角形内角和定理可求 $\angle PEA+\angle PAE=120°$，可得 $\angle APE=60°$，可判断②；过点 $A$ 作 $AF\perp BC$，在 $BC$ 上截取 $CG=CP$，由“$SAS$”可证 $\triangle P'AC\cong\triangle EAC$，延长 $PD$ 至 $P'$，使 $PD=P'D$，则点 $P$ 关于 $AB$ 的对称点 $P'$，连接 $P'A$，根据对称性质即可判断③；过点 $A$ 作 $AF\perp BC$，在 $BC$ 上截取 $CG=CP$，由三角形的面积的和差关系可判断④．

【详解】

解：如图，连接 $BP$，




∵$AC=BC$，$\angle ABC=30°$，点 $D$ 是 $AB$ 的中点，

∴$\angle CAB=\angle ABC=30°$，$AD=BD$，$CD\perp AB$，$\angle ACD=\angle BCD=60°$，

∴$CD$ 是 $AB$ 的中垂线，

∴$AP=BP$，而 $AP=PE$，

∴$AP=PB=PE$

∴$\angle PAB=\angle PBA$，$\angle PEB=\angle PBE$，

∴$\angle PBA+\angle PBE=\angle PAB+\angle PEB$，

∴$\angle ABC=\angle PAD+\angle PEC=30°$，

故①正确；

∵$PA=PE$，

∴$\angle PAE=\angle PEA$，

∵$\angle ABC=\angle PAD+\angle PEC=30°$，

∴$\angle PAE+\angle PEA=180°-60°=120°$，

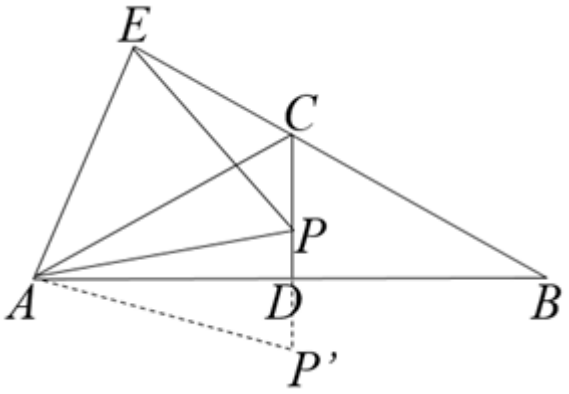
\ Ð$APE=60°$ 而 $PA=PE$，

∴△$PAE$ 是等边三角形，

故②正确；

如图，延长 $PD$ 至 $P'$，使 $PD=P$Ø$D$，则点 $P$ 关于 $AB$ 的对称点为 $P'$，连接 $P'A$，

∴$AP=AP'$，$\angle PAD=\angle P'AD$，




∵△*PAE* 是等边三角形，

∴*AE*＝*AP*，

∴*AE*＝*AP*′，

∵∠*CAD*＝∠*CAP*+∠*PAD*＝30°，

∴2∠*CAP*+2∠*PAD*＝60°，

∴∠*CAP*+∠*PAD*+∠*P*′*AD*＝60°﹣∠*PAC*，

∴ ∠*EAC* = 60° - ∠*PAC*,

∴∠*P*′*AC*＝∠*EAC*，

∵*AC*＝*AC*，

∴△*P*′*AC*≌△∠*EAC*（*SAS*），

∴*CP*′＝*CE*，

∴*CE*＝*CP*′＝*CP*+*PD*+*DP*′＝*CP*+2*PD*，

∴ $PD = \frac{CE - CP}{2}$ .

故③错误；

过点 *A* 作 *AF*⊥*BC*，在 *BC* 上截取 *CG*＝*CP*，

∵*CG*＝*CP*，∠*BCD*＝60°，

∴△*CPG* 是等边三角形，

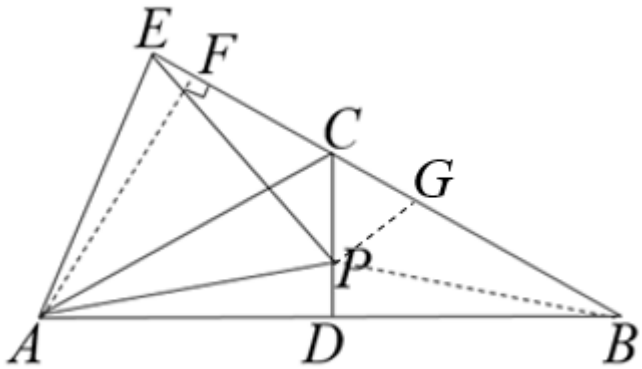
∴∠*CGP*＝∠*PCG*＝60°，

∴∠*ECP*＝∠*PGB*＝120°，且 *EP*＝*PB*，∠*PEB*＝∠*PBE*，

∴△*PCE*≌△*PGB*（*AAS*），

∴*CE*＝*GB*，

∴$AC=BC=BG+CG=EC+CP$，




∵$\angle ABC=30°$，$AF\perp BE$，

∴$AF=\frac{1}{2}AB=AD$，

∵$S_{\triangle ACB}=\frac{1}{2}CB\times AF=\frac{1}{2}$（$EC+CP$）$\times AF=\frac{1}{2}EC\times AF+\frac{1}{2}CP\times AD=S_{四边形AECP}$，

∴$S_{四边形AECP}=S_{\triangle ABC}$．故④正确．

所以其中正确的结论是①②④．

故选：C．

【点拨】本题考查了全等三角形的判定，等边三角形的判定和性质，含 30° 的直角三角形的性质，垂直平分线的定义与性质，添加恰当辅助线是本题的关键．

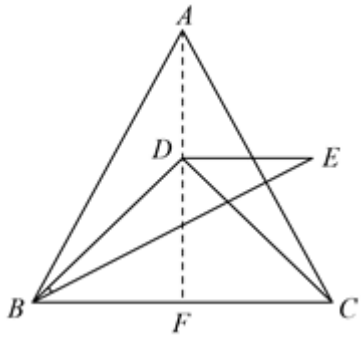
3．C

【分析】

连接 $AD$ 并延长交 $BC$ 于 $F$，证明$\triangle ABD\cong\triangle EBD(SAS)$，根据全等三角形的性质得$\angle BAD=\angle E$，根据等腰三角形的性质得点$D$在$BC$的垂直平分线上，则$AD$是$BC$的垂直平分线，$\angle AFB=90$ ，即可得$\angle E=\angle BAD=90-a$．

【详解】

解：连接 $AD$ 并延长交 $BC$ 于 $F$，




∵$BD$ 平分∠$ABE$，

∴∠$ABD$=∠$EBD$，

在△$ABD$ 和△$EBD$ 中，

$$\begin{cases} AB = EB \\ \angle ABD = \angle EBD \\ BD = BD \end{cases}$$

∴△$ABD$≌△$EBD$($SAS$)，

∴∠$BAD$=∠$E$，

∵点 $D$ 在 $BC$ 的垂直平分线上，$AB$=$AC$，

∴$AD$ 是 $BC$ 的垂直平分线，

∴∠$AFB$=90°，

∵∠$ABC$=$a$，

∴∠$BAD$=90-$a$，

∴∠$E$=∠$BAD$=90-$a$，

故选：C．

【点拨】本题考查等腰三角形的性质，线段垂直平分线的性质，全等三角形的判定和性质，关键是证明△$ABD$≌△$EBD$($SAS$)，得出∠$BAD$=∠$E$．

4．A

【分析】

根据垂直平分线的性质 $BP=PC$，所以△$APC$ 周长

$=AC+AP+PC=AC+AP+BP\geq AC+AB=9$．

【详解】

∵直线 $m$ 是 $\triangle ABC$ 中 $BC$ 边的垂直平分线，

∴ $BP=PC$

$\therefore \triangle APC$ 周长 $= AC + AP + PC = AC + AP + BP$

∵两点之间线段最短

$\therefore AP + BP \geq AB$

$\therefore \triangle APC$ 的周长 $= AC + AP + BP \geq AC + AB$

$\because AC = 4$， $AB = 5$

$\therefore \triangle APC$ 周长最小为 $AC + AB = 9$

故选： A

【点拨】本题主要考查线段垂直平分线的性质定理，以及两点之间线段最短.做本题的关键是能得出 $AP + BP \geq AB$，做此类题的关键在于能根据题设中的已知条件，联系相关定理得出结论，再根据结论进行推论.

5．C

【分析】

①根据 $AB = DC, \angle ABC = \angle DCB$， $BC = CB$ 即可证明$\triangle ABC \cong \triangle DCB$；②根据①的结论可得 $\angle ACB = \angle DBC, \angle ABC = \angle DCB$，可得 $\angle DBC = \angle ACB$ 即可证明 $MB = MC$，根据等腰三角形的性质即可证明 $ME$ 垂直平分 $BC$；③无法证明$\triangle ABM \cong \triangle EBM$；④根据②可得$\triangle ABM \cong \triangle DCM$.

【详解】

解：①$\because AB = DC, \angle ABC = \angle DCB$， $BC = CB$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$；

故①正确；

②∵$\triangle ABC \cong \triangle DCB$；

$\therefore \angle ACB = \angle DBC, \angle ABC = \angle DCB$

$\therefore MB = MC$

∵$ME$ 平分$\angle BMC$ 交 $BC$ 于点 $E$，

$\therefore ME \perp BC, BE = CE$

即 $ME$ 垂直平分 $BC$；

故②正确

③$\because \angle MEB = 90°, \triangle ABM$ 中所给条件中不存在直角，则无法证明$\triangle ABM \cong \triangle EBM$；

故③不正确；

④$\because AB = DC, BM = MC, \angle ABM = \angle DCM$

∴ △*ABM*≌△*DCM*.

故④正确

故正确的有①②④

故选 C

【点拨】本题考查了三角形全等的性质与判定，垂直平分线的判定，等腰三角形的性质与判定，等角对等边，掌握以上知识是解题的关键.

6．B

【分析】

根据作图方法可得△*BCD* 是等边三角形，则 *BD*=*CD*，∠*BDC*=60°，然后证明△*ABD*≌△*ACD* 得到∠*BDA*=∠*CDA*，∠*BAE*=∠*CAE*=30°，即可判断 A；利用含 30 度角的直角三角形的性质和勾股定理即可得到 $DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=\sqrt{3}BE$，由 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AD\cdot BE+\frac{1}{2}AD\cdot CE=\frac{1}{2}AD\cdot BC$ 即可判断 B；利用含 30 度角的直角三角形的性质和勾股定理即可得到 $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{3}AE$ 即可判断 C；由∠*BAC*=60°，可得∠*BAE*=∠*BDE*=30°，则 *AB*=*DB*，由此即可判断 D.

【详解】

解：由作图方法可知，△*BCD* 是等边三角形，

∴*BD*=*CD*，∠*BDC*=60°

又∵*AB*=*AC*，*AD*=*AD*，

∴△*ABD*≌△*ACD*（*SAS*），

∴∠*BDA*=∠*CDA*，∠*BAE*=∠*CAE*=30°，

∴由三线合一定理可知 *AD* 垂直平分 *BC*，故 A 选项不符合题意；

∴∠*DEB*=∠*AEB*，

∴ $AD=2BE$，

∴ $DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=\sqrt{3}BE$，

∴ $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AD\cdot BE+\frac{1}{2}AD\cdot CE=\frac{1}{2}AD\cdot BC$，故 B 选项符合题意；

当∠*BAC*＝120°时，则∠*ABE*=30°，

∴ $AB=2AE$，

∴ $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{3}AE$，

$\therefore DE=3AE$，故 C 选项不符合题意；

∵∠*BAC*=60°，

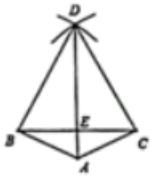
∴∠*BAE*=∠*BDE*=30°，

∴*AB*=*DB*，

又∵*BC*⊥*AD*，

∴*BC* 垂直平分 *AD*，故 D 选项不符合题意，

故选 B.




【点拨】本题主要考查了等边三角形的性质，等腰三角形的性质与判定，线段垂直平分线的判定，全等三角形的性质与判定，勾股定理的应用，解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解.

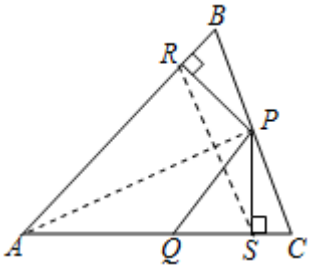
7．C

【分析】

由“*HL*”可证 *Rt*△*APR*≌*Rt*△*APS*，可得 *AS*＝*AR*，∠*PAR*＝∠*PAS*，由等腰三角形的性质可得∠*QAP*＝∠*RAP*＝∠*QPA*，可证 *QP*∥*AR*，由线段垂直平分线的性质可证 *AP* 垂直平分 *RS*.

【详解】

解：如图，连接 *AP*，*RS*，




∵*PR*⊥*AB*，*PS*⊥*AC*，

∴∠*ARP*＝∠*ASP*＝90°，

∵*AP*＝*AP*，*PR*＝*PS*，

∴*Rt*△*APR*≌*Rt*△*APS*（*HL*），

∴$AS=AR$，$\angle PAR=\angle PAS$，故①正确，

∵$AQ=PQ$，

∴$\angle QAP=\angle QPA$，

∴$\angle RAP=\angle QPA$，

∴$QP\parallel AR$，故②正确，

∵$AR=AS$，$PR=PS$，

∴$AP$ 垂直平分 $RS$，故④正确，

由题目条件不能证明$\triangle BRP\cong\triangle QSP$，

故选：C．

【点拨】本题考查了全等三角形的判定和性质，线段垂直平分线的判定，证明 $Rt\triangle APR\cong Rt\triangle APS$ 是本题的关键．

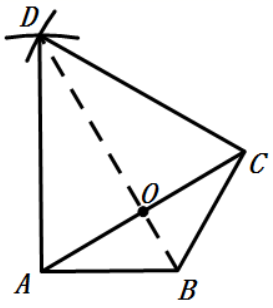
8．D

【分析】

连接 $BD$ 交 $AC$ 于 $O$，由已知得$\triangle ACD$ 为等边三角形且 $BD$ 是 $AC$ 的垂直平分线，然后解直角三角形解得 $AC$、$BO$、$BD$ 的值，进而代入三角形面积公式即可求解．

【详解】

如图，连接 $BD$ 交 $AC$ 于 $O$，




由作图过程知，$AD=AC=CD$，

∴$\triangle ACD$ 为等边三角形，

∴$\angle DAC=60°$，

∵$AB=BC$，$AD=CD$，

∴$BD$ 垂直平分 $AC$ 即：$BD\perp AC$，$AO=OC$，

在 $Rt\triangle AOB$ 中，$AB=\sqrt{2},\angle BAC=30°$

$\therefore BO=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore AC=2AO=\sqrt{6}$，

在 $Rt\triangle AOD$ 中，$AD=AC=\sqrt{6}$，$\angle DAC=60^{\circ}$，

$\therefore DO=\sqrt{AD^2-AO^2}=\sqrt{\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}$，

故选：D.

【点拨】本题考查了基本作图、等边三角形的判定与性质、垂直平分线、勾股定理、三角形的面积等知识，解题的关键是灵活运用所学知道解决问题，属于中考常考题型.

9．B

【分析】

由作法知 EF 是 AC 的垂直平分线，可得 AP=CP，线段 $PC+PD$ 的最小就是 PA+PD，当 A、P、D 三点共线时最短，由点 D 是底边 $BC$ 的中点，可 BD=CD=6，由 AB=AC，可得 $AD\perp BC$，在 Rt△ABD 中，由勾股定理得：AD=$\sqrt{AB^2-BD^2}=8$ 即可.

【详解】

解：连结 PA，

由作法知 EF 是 AC 的垂直平分线，

∴AP=CP，

∴PC+PD=PA+PD，

线段 $PC+PD$ 的最小就是 PA+PD，

当 A、P、D 三点共线时最短，

∵点 D 是底边 $BC$ 的中点，

∴BD=CD=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}\times12=6$，

∵AB=AC，

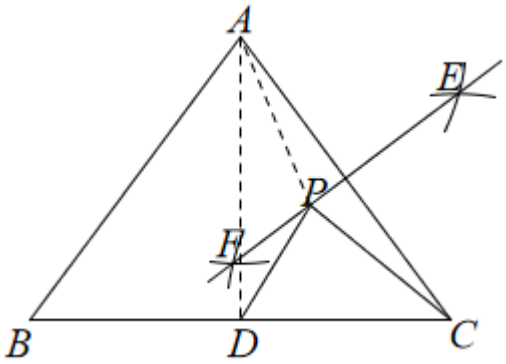
$\therefore AD\perp BC$，

在 Rt△ABD 中，由勾股定理得：

AD=$\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

（PC+PD）$_{最小}$=（PA+PD）$_{最小}$=AD=8．

故选择：B．




【点拨】本题考查垂直平分线的性质，等腰三角形的三线合一性质，勾股定理，掌握垂直平分线的性质，等腰三角形的三线合一性质，勾股定理，关键是利用垂直平分线将 PC 转化为 PA，找到 P、A、D 三点共线时最短．

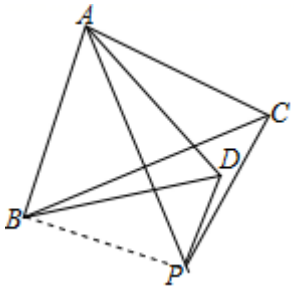
10．B

【分析】

连接 BP，根据 AP 垂直平分 BC，即可得到 CP=BP，再根据当 B，P，D 在在同一直线上时，BP+PD 的最小值为线段 BD 长，即可得出 PD+PC 的最小值为 10．

【详解】

解：如图，连接 BP，




∵点 P 是∠BAC 的角平分线上一动点，AB=AC，

∴AP 垂直平分 BC，

∴CP=BP，

∴PD+PC=PD+PB，

∴当 B，P，D 在在同一直线上时，BP+PD 的最小值为线段 BD 长，

又∵△ABD 是等边三角形，AB=BD=10，

∴PD+PC 的最小值为 10，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/607114101044006062