

## 浙江省宁波市东钱湖中学 2024 年十校联考最后数学试题

### 注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 若等式  $(-5) \square 5 = -1$  成立，则  $\square$  内的运算符号为（ ）

- A. +                      B. -                      C.  $\times$                       D.  $\div$

2. 吉林市面积约为 27100 平方公里，将 27100 这个数用科学记数法表示为（ ）

- A.  $27.1 \times 10^2$       B.  $2.71 \times 10^3$       C.  $2.71 \times 10^4$       D.  $0.271 \times 10^5$

3. 已知在一个不透明的口袋中有 4 个形状、大小、材质完全相同的球，其中 1 个红色球，3 个黄色球。从口袋中随机取出一个球（不放回），接着再取出一个球，则取出的两个都是黄色球的概率为（ ）

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{9}{16}$                       D.  $\frac{1}{2}$

4. 定义：如果一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 满足  $a+b+c=0$ ，那么我们称这个方程为“和谐”方程；如果一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 满足  $a-b+c=0$  那么我们称这个方程为“美好”方程，如果一个一元二次方程既是“和谐”方程又是“美好”方程，则下列结论正确的是（ ）

- A. 方程有两个相等的实数根                      B. 方程有一根等于 0  
C. 方程两根之和等于 0                      D. 方程两根之积等于 0

5. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(k-1)x^2+4x+1=0$  有两个不相等的实数根，则  $k$  的取值范围是（ ）

- A.  $k < 5$                       B.  $k < 5$ ，且  $k \neq 1$                       C.  $k \leq 5$ ，且  $k \neq 1$                       D.  $k > 5$

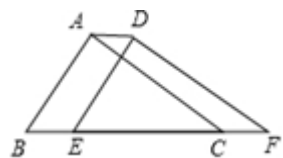
6. 下列算式中，结果等于  $a^5$  的是（ ）

- A.  $a^2+a^3$                       B.  $a^2 \cdot a^3$                       C.  $a^5 \div a$                       D.  $(a^2)^3$

7. 若代数式  $\frac{1}{2-x}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是（ ）

- A.  $x > 2$                       B.  $x < 2$                       C.  $x \neq -2$                       D.  $x \neq 2$

8. 如图，将周长为 8 的  $\triangle ABC$  沿  $BC$  方向平移 1 个单位长度得到  $\triangle DEF$ ，则四边形  $ABFD$  的周长为（ ）



- A. 8                      B. 10                      C. 12                      D. 16

9. 根据北京市统计局发布的统计数据显示，北京市近五年国民生产总值数据如图 1 所示，2017 年国民生产总值中第一产业、第二产业、第三产业所占比例如图 2 所示，根据以上信息，下列判断错误的是（ ）



图 1

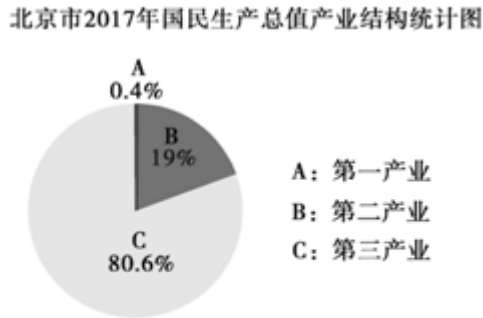
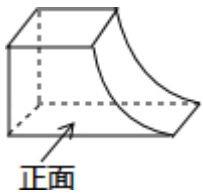


图 2

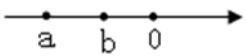
- A. 2013 年至 2017 年北京市国民生产总值逐年增加  
 B. 2017 年第二产业生产总值为 5 320 亿元  
 C. 2017 年比 2016 年的国民生产总值增加了 10%  
 D. 若从 2018 年开始，每一年的国民生产总值比前一年均增长 10%，到 2019 年的国民生产总值将达到 33 880 亿元

10. 如图所示的几何体的俯视图是（ ）



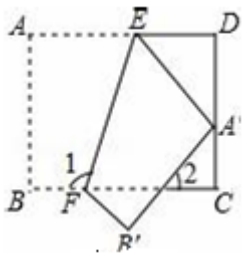
- A.      B.      C.      D.

11. 如图所示：有理数  $a, b$  在数轴上的对应点，则下列式子中错误的是（ ）



- A.  $ab > 0$                       B.  $a + b < 0$                       C.  $\frac{a}{b} < 1$                       D.  $a - b < 0$

12. 如图，把一张矩形纸片 ABCD 沿 EF 折叠后，点 A 落在 CD 边上的点 A' 处，点 B 落在点 B' 处，若  $\angle 2 = 40^\circ$ ，则图中  $\angle 1$  的度数为（ ）



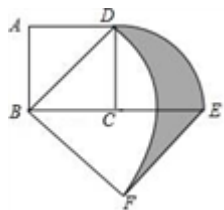
- A.  $115^\circ$                       B.  $120^\circ$                       C.  $130^\circ$                       D.  $140^\circ$

二、填空题：（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分。）

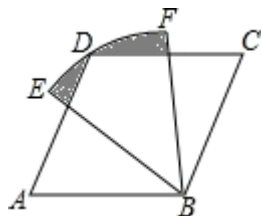
13. 已知  $x + \frac{1}{x} = 6$ ，则  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 一个多边形的每个内角都等于  $150^\circ$ ，则这个多边形是      边形.

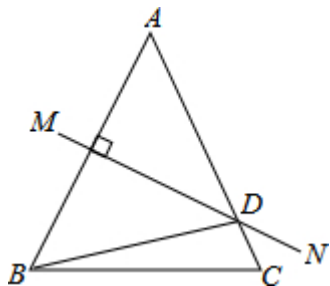
15. 如图，正方形  $ABCD$  中， $AB=2$ ，将线段  $CD$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $CE$ ，线段  $BD$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $BF$ ，连接  $BF$ ，则图中阴影部分的面积是     .



16. 如图，四边形  $ABCD$  是菱形， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB=2$ ，扇形  $EBF$  的半径为 2，圆心角为  $60^\circ$ ，则图中阴影部分的面积是     .



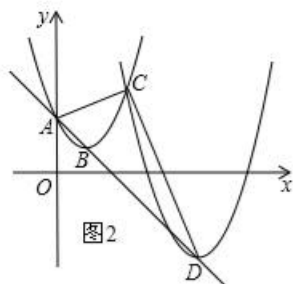
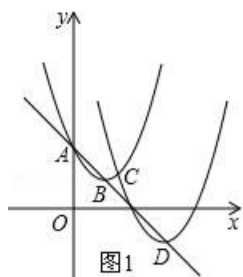
17. 如图，等腰  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle DBC=15^\circ$ ， $AB$  的垂直平分线  $MN$  交  $AC$  于点  $D$ ，则  $\angle A$  的度数是     .



18. 在某一时刻，测得一根长为 1.5m 的标杆的影长为 3m，同时测得一根旗杆的影长为 26m，那么这根旗杆的高度为      m.

三、解答题：（本大题共 9 个小题，共 78 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (6 分) 如图 1，已知直线  $l: y = -x + 2$  与  $y$  轴交于点  $A$ ，抛物线  $y = (x - 1)^2 + m$  也经过点  $A$ ，其顶点为  $B$ ，将该抛物线沿直线  $l$  平移使顶点  $B$  落在直线  $l$  的点  $D$  处，点  $D$  的横坐标  $n$  ( $n > 1$ ).



(1) 求点  $B$  的坐标；

(2) 平移后的抛物线可以表示为      (用含  $n$  的式子表示)；

(3) 若平移后的抛物线与原抛物线相交于点  $C$ ，且点  $C$  的横坐标为  $a$ 。

①请写出  $a$  与  $n$  的函数关系式。

②如图 2，连接  $AC$ ， $CD$ ，若  $\angle ACD=90^\circ$ ，求  $a$  的值。

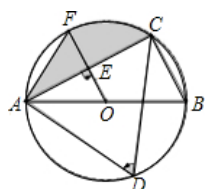
20. (6 分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 2 = 1$ 。

(1) 若方程有实数根，求实数  $m$  的取值范围；

(2) 若方程两实数根分别为  $x_1$ 、 $x_2$ ，且满足  $x_1^2 + x_2^2 = 31 + |x_1 x_2|$ ，求实数  $m$  的值。

21. (6 分) 已知 2 是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2mx + 3m = 0$  的一个根，且这个方程的两个根恰好是等腰  $\triangle ABC$  的两条边长，则  $\triangle ABC$  的周长为\_\_\_\_\_。

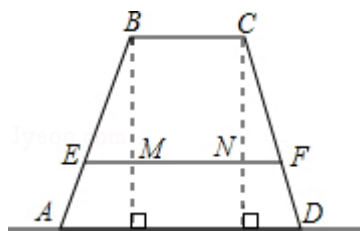
22. (8 分) 如图，已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $C$ 、 $D$  在  $\odot O$  上， $\angle D = 60^\circ$  且  $AB = 6$ ，过  $O$  点作  $OE \perp AC$ ，垂足为  $E$ 。



(1) 求  $OE$  的长；

(2) 若  $OE$  的延长线交  $\odot O$  于点  $F$ ，求弦  $AF$ 、 $AC$  和弧  $CF$  围成的图形（阴影部分）的面积  $S$ 。

23. (8 分) 某高中学校为高一新生设计的学生板凳的正面视图如图所示，其中  $BA=CD$ ， $BC=20\text{cm}$ ， $BC$ 、 $EF$  平行于地面  $AD$  且到地面  $AD$  的距离分别为  $40\text{cm}$ 、 $8\text{cm}$ 。为使板凳两腿底端  $A$ 、 $D$  之间的距离为  $50\text{cm}$ ，那么横梁  $EF$  应为多长？（材质及其厚度等暂忽略不计）。

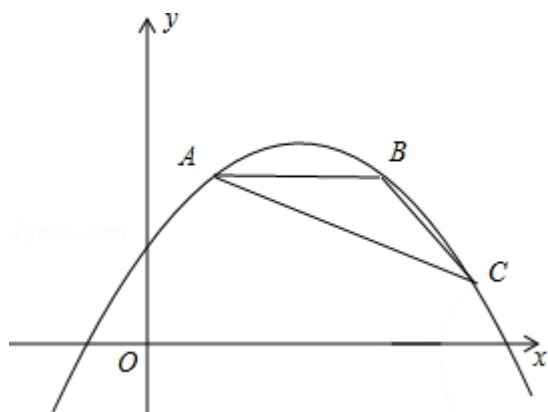


24. (10 分) 如图，点  $A$ ， $B$ ， $C$  都在抛物线  $y = ax^2 - 2amx + am^2 + 2m - 5$ （其中  $-\frac{1}{4} < a < 0$ ）上， $AB \parallel x$  轴， $\angle ABC = 135^\circ$ ，且  $AB = 1$ 。

(1) 填空：抛物线的顶点坐标为\_\_\_\_\_（用含  $m$  的代数式表示）；

(2) 求  $\triangle ABC$  的面积（用含  $a$  的代数式表示）；

(3) 若  $\triangle ABC$  的面积为 2，当  $2m - 5 \leq x \leq 2m - 2$  时， $y$  的最大值为 2，求  $m$  的值。



25. (10 分) 已知  $a+b=3$ ,  $ab=2$ , 求代数式  $a^3b+2a^2b^2+ab^3$  的值.

26. (12 分) 我市计划将某村的居民自来水管道进行改造. 该工程若由甲队单独施工恰好在规定时间内完成; 若由乙队单独施工, 则完成工程所需天数是规定天数的 1.5 倍. 如果由甲、乙两队先合做 10 天, 那么余下的工程由乙队单独完成还需 5 天. 这项工程的规定时间是多少天? 已知甲队每天的施工费用为 6500 元, 乙队每天的施工费用为 3500 元. 为了缩短工期以减少对居民用水的影响, 工程指挥部最终决定该工程由甲、乙两队合做来完成. 则该工程施工费用是多少?

27. (12 分) 今年 3 月 12 日植树节期间, 学校预购进 A, B 两种树苗. 若购进 A 种树苗 3 棵, B 种树苗 5 棵, 需 2100 元; 若购进 A 种树苗 4 棵, B 种树苗 10 棵, 需 3800 元. 求购进 A, B 两种树苗的单价; 若该学校准备用不多于 8000 元的钱购进这两种树苗共 30 棵, 求 A 种树苗至少需购进多少棵.

## 参考答案

一、选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1、D

【解析】

根据有理数的除法可以解答本题.

【详解】

解:  $\because (-5) \div 5 = -1$ ,

$\therefore$  等式  $(-5) \square 5 = -1$  成立, 则  $\square$  内的运算符号为  $\div$ ,

故选 D.

【点睛】

考查有理数的混合运算，解答本题的关键是明确有理数的混合运算的计算方法。

2、C

【解析】

科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数．确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数．

【详解】

将 27100 用科学记数法表示为： $2.71 \times 10^4$ ．

故选：C．

【点睛】

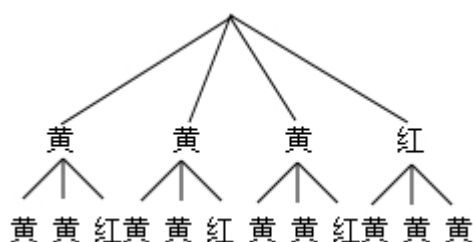
本题考查科学记数法—表示较大的数。

3、D

【解析】

试题分析：列举出所有情况，看取出的两个都是黄色球的情况数占总情况数的多少即可．

试题解析：画树状图如下：



共有 12 种情况，取出 2 个都是黄色的情况数有 6 种，所以概率为  $\frac{1}{2}$ ．

故选 D．

考点：列表法与树状法．

4、C

【解析】

试题分析：根据已知得出方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 有两个根  $x=1$  和  $x=-1$ ，再判断即可．

解：∵把  $x=1$  代入方程  $ax^2+bx+c=0$  得出： $a+b+c=0$ ，

把  $x=-1$  代入方程  $ax^2+bx+c=0$  得出  $a-b+c=0$ ，

∴方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 有两个根  $x=1$  和  $x=-1$ ，

∴ $1+(-1)=0$ ，

即只有选项 C 正确；选项 A、B、D 都错误；

故选 C.

5、B

【解析】

试题解析：∵关于  $x$  的一元二次方程  $(k-1)x^2 + 4x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根，∴  $\begin{cases} k-1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ ，即

$\begin{cases} k-1 \neq 0 \\ 4^2 - 4(k-1) > 0 \end{cases}$ ，解得： $k < 5$  且  $k \neq 1$ 。故选 B.

6、B

【解析】

试题解析：A、 $a^2$  与  $a^3$  不能合并，所以 A 选项错误；

B、原式= $a^5$ ，所以 B 选项正确；

C、原式= $a^4$ ，所以 C 选项错误；

D、原式= $a^6$ ，所以 D 选项错误.

故选 B.

7、D

【解析】

试题解析：要使分式  $\frac{1}{2-x}$  有意义，

则  $1-x \neq 0$ ，

解得： $x \neq 1$ 。

故选 D.

8、B

【解析】

根据平移的基本性质，得出四边形 ABFD 的周长= $AD+AB+BF+DF=1+AB+BC+1+AC$  即可得出答案.

根据题意，将周长为 8 个单位的  $\triangle ABC$  沿边 BC 向右平移 1 个单位得到  $\triangle DEF$ ，

∴  $AD=1$ ， $BF=BC+CF=BC+1$ ， $DF=AC$ ；

又∵  $AB+BC+AC=8$ ，

∴ 四边形 ABFD 的周长= $AD+AB+BF+DF=1+AB+BC+1+AC=10$ 。

故选 C.

“点睛”本题考查平移的基本性质：①平移不改变图形的形状和大小；②经过平移，对应点所连的线段平行且相等，对应线段平行且相等，对应角相等。得到  $CF=AD$ ， $DF=AC$  是解题的关键。

9、C

**【解析】**

由条形图与扇形图中的数据及增长率的定义逐一判断即可得.

**【详解】**

A、由条形图知 2013 年至 2017 年北京市国民生产总值逐年增加，此选项正确；

B、2017 年第二产业生产总值为  $28000 \times 19\% = 5320$  亿元，此选项正确；

C、2017 年比 2016 年的国民生产总值增加了  $\frac{28000 - 25669}{25669} \times 100\% = 9.08\%$ ，此选项错误；

D、若从 2018 年开始，每一年的国民生产总值比前一年均增长 10%，到 2019 年的国民生产总值将达到  $2800 \times (1+10\%)^2 = 33880$  亿元，此选项正确；

故选 C.

**【点睛】**

本题主要考查条形统计图与扇形统计图，解题的关键是根据条形统计图与扇形统计图得出具体数据.

10、D

**【解析】**

找到从上面看所得到的图形即可，注意所有看到的棱都应表现在俯视图中.

**【详解】**

从上往下看，该几何体的俯视图与选项 D 所示视图一致.

故选 D.

**【点睛】**

本题考查了简单组合体三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图.

11、C

**【解析】**

从数轴上可以看出 a、b 都是负数，且  $a < b$ ，由此逐项分析得出结论即可.

**【详解】**

由数轴可知： $a < b < 0$ ，A、两数相乘，同号得正， $ab > 0$  是正确的；

B、同号相加，取相同的符号， $a+b < 0$  是正确的；

C、 $a < b < 0$ ， $\frac{a}{b} > 1$ ，故选项是错误的；

D、 $a-b = a+(-b)$  取 a 的符号， $a-b < 0$  是正确的.

故选：C.

**【点睛】**

此题考查有理数的混合运算，数轴，解题关键在于结合数轴进行解答.

12、A

【解析】

解：∵把一张矩形纸片  $ABCD$  沿  $EF$  折叠后，点  $A$  落在  $CD$  边上的点  $A'$  处，点  $B$  落在点  $B'$  处， $\therefore \angle BFE = \angle EFB'$ ， $\angle B' = \angle B = 90^\circ$ 。 $\because \angle 2 = 40^\circ$ ， $\therefore \angle CFB' = 50^\circ$ ， $\therefore \angle 1 + \angle EFB' - \angle CFB' = 180^\circ$ ，即  $\angle 1 + \angle 1 - 50^\circ = 180^\circ$ ，解得： $\angle 1 = 115^\circ$ ，故选 A。

二、填空题：（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分。）

13、34

【解析】

$\because x + \frac{1}{x} = 6$ ， $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$ ，

故答案为 34。

14、1

【解析】

根据多边形的内角和定理： $180^\circ \cdot (n-2)$  求解即可。

【详解】

由题意可得： $180^\circ \cdot (n-2) = 150^\circ \cdot n$ ，

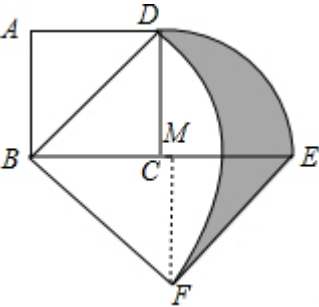
解得  $n=1$ 。

故多边形是 1 边形。

15、 $6 - \pi$

【解析】

过 F 作  $FM \perp BE$  于 M，则  $\angle FME = \angle FMB = 90^\circ$ ，



$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形， $AB=2$ ，

$\therefore \angle DCB = 90^\circ$ ， $DC=BC=AB=2$ ， $\angle DCB = 45^\circ$ ，

由勾股定理得： $BD = 2\sqrt{2}$

∴将线段  $CD$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $CE$ ，线段  $BD$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $BF$ ，

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ, BF = BD = 2\sqrt{2}, \angle FBE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore BM = FM = 2, ME = 2,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积 } S = S_{\triangle BCD} + S_{\triangle BFE} + S_{\text{扇形}DCE} - S_{\text{扇形}DBF} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{90\pi \times 2^2}{360} - \frac{90\pi \times (2\sqrt{2})^2}{360} = 6 - \pi.$$

故答案为：  $6 - \pi$  .

点睛： 本题考查了旋转的性质，解直角三角形，正方形的性质，扇形的面积计算等知识点，能求出各个部分的面积是解此题的关键.

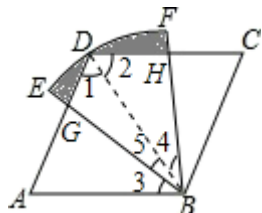
$$16, \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$$

【解析】

连接  $BD$ ，易证  $\triangle DAB$  是等边三角形，即可求得  $\triangle ABD$  的高为  $\sqrt{3}$ ，再证明  $\triangle ABG \cong \triangle DBH$ ，即可得四边形  $GBHD$  的面积等于  $\triangle ABD$  的面积，由图中阴影部分的面积为  $S_{\text{扇形}EBF} - S_{\triangle ABD}$  即可求解.

【详解】

如图，连接  $BD$ .



∵四边形  $ABCD$  是菱形，  $\angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 60^\circ,$$

∴  $\triangle DAB$  是等边三角形，

$$\therefore AB = 2,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的高为 } \sqrt{3},$$

∵扇形  $BEF$  的半径为 2，圆心角为  $60^\circ$ ，

$$\therefore \angle 4 + \angle 5 = 60^\circ, \angle 3 + \angle 5 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

设  $AD$ 、 $BE$  相交于点  $G$ ，设  $BF$ 、 $DC$  相交于点  $H$ ，

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DBH$ 中,  $\begin{cases} \angle A = \angle 2 \\ AB = BD \\ \angle 3 = \angle 4 \end{cases}$ ,

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle DBH$  (ASA),

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/607124110054006160>