

湖北省武昌市 2022-2023 学年高中毕业班第二次诊断性检测（数学试题理）试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 地球上的风能取之不尽，用之不竭。风能是清洁能源，也是可再生能源。世界各国致力于发展风力发电，近 10 年来，全球风力发电累计装机容量连年攀升，中国更是发展迅猛，2014 年累计装机容量就突破了 100GW，达到 114.6GW，中国的风力发电技术也日臻成熟，在全球范围的能源升级换代行动中体现出大国的担当与决心。以下是近 10 年全球风力发电累计装机容量与中国新增装机容量图。根据所给信息，正确的统计结论是（ ）



- A. 截止到 2015 年中国累计装机容量达到峰值
- B. 10 年来全球新增装机容量连年攀升
- C. 10 年来中国新增装机容量平均超过 20GW
- D. 截止到 2015 年中国累计装机容量在全球累计装机容量中占比超过 $\frac{1}{3}$
2. 等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_5 = 10$ ， $a_4 = 7$ ，则数列 $\{a_n\}$ 前 6 项和 S_6 为（ ）
- A. 18 B. 24 C. 36 D. 72

3. 已知直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长相等， $\angle ABC = 60^\circ$ ，则直线 BC_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的正切值等于（ ）

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

4. 已知集合 $A = \{x | x < 1\}$ ， $B = \{x | 3^x < 1\}$ ，则

- A. $A \cap B = \{x | x < 0\}$ B. $A \cup B = R$
- C. $A \cup B = \{x | x > 1\}$ D. $A \cap B = \emptyset$

5. 双曲线 $C: \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{m} = 1$ ($m > 0$)，左焦点到渐近线的距离为 2，则双曲线 C 的渐近线方程为（ ）

A. $2x \pm 5y = 0$ B. $2x \pm \sqrt{5}y = 0$ C. $\sqrt{5}x \pm 2y = 0$ D. $\sqrt{5}x \pm y = 0$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_n = 1 - \frac{1}{a_{n-1}}$ ($n \geq 2$), 则 a_{2018} 等于 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. 2

7. 已知 $a = \sqrt[4]{6}$, $b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21}$, $c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}$, 则 ()

A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

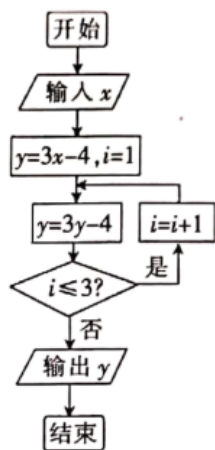
8. 已知 m 为实数, 直线 $l_1: mx + y - 1 = 0$, $l_2: (3m - 2)x + my - 2 = 0$, 则“ $m = 1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的 ()

A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$, 集合 $A = \{x | f(x) \leq 0\}$, $B = \{x | f'(x) \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $[-1, 0]$ B. $[-1, 2]$
C. $[0, 1]$ D. $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

10. 明代数学家程大位 (1533~1606 年), 有感于当时筹算方法的不便, 用其毕生心血写出《算法统宗》, 可谓集成计算的鼻祖. 如图所示的程序框图的算法思路源于其著作中的“李白沽酒”问题. 执行该程序框图, 若输出的 y 的值为 2, 则输入的 x 的值为 ()



A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{56}{27}$ C. 2 D. $\frac{164}{81}$

11. 如果直线 $ax + by = 1$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = 1$ 相交, 则点 $M(a, b)$ 与圆 C 的位置关系是 ()

A. 点 M 在圆 C 上 B. 点 M 在圆 C 外
C. 点 M 在圆 C 内 D. 上述三种情况都有可能

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \theta)$, 其中 $\omega > 0$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 对满足 $|f(x_1) - f(x_2)| = 2$

的 x_1, x_2 , 有 $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{2}$, 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 的单

调递减区间是 ()

A. $\left[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$

B. $\left[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$

C. $\left[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{6}\right] (k \in \mathbb{Z})$

D. $\left[k\pi + \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{7\pi}{12}\right] (k \in \mathbb{Z})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 a_4 = \frac{9}{2^4}, a_7 a_9 = \frac{9}{2^{14}}$, 则 $a_{13} =$ _____.

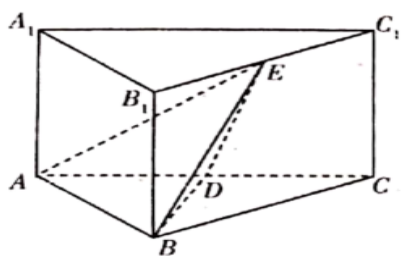
14. 对任意正整数 n , 函数 $f(n) = 2n^3 - 7n^2 \cos n\pi - \lambda n - 1$, 若 $f(2) \geq 0$, 则 λ 的取值范围是_____; 若不等式 $f(n) \geq 0$ 恒成立, 则 λ 的最大值为_____.

15. 已知 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (-2, 1)$, 求 $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} =$ _____.

16. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点到渐近线的距离为 $\frac{b}{2}$, 则 $\frac{b^2 + 1}{\sqrt{3}a}$ 的最小值_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

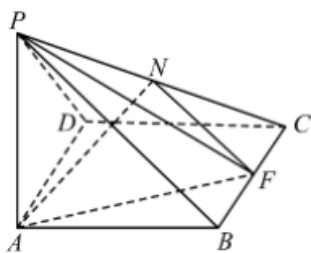
17. (12 分) 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC = AA_1 = 1$, $AC = \sqrt{3}$, 点 D, E 分别为 AC 和 B_1C_1 的中点.



(I) 棱 AA_1 上是否存在点 P 使得平面 $PBD \perp$ 平面 ABE ? 若存在, 写出 PA 的长并证明你的结论; 若不存在, 请说明理由.

(II) 求二面角 $A - BE - D$ 的余弦值.

18. (12 分) 如图所示, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA \perp AB$, $PA = 6$, $AB = 8$, $PD = 10$, N 为 PC 的中点, F 为棱 BC 上的一点.



(1) 证明：面 $PAF \perp$ 面 $ABCD$ ；

(2) 当 F 为 BC 中点时，求二面角 $A-NF-C$ 余弦值.

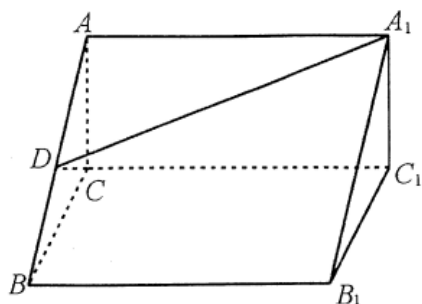
19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a = \sqrt{3}b$ ，且

$$(a - b + c)(\sin A - \sin B - \sin C) = c \sin C - 2a \sin B.$$

(1) 求 $\cos C$ 的值；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积是 $2\sqrt{2}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. (12 分) 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC \perp BC$ ， $AB \perp BB_1$ ， $AC = BC = BB_1$ ， D 为 AB 的中点，且 $CD \perp DA_1$.



(1) 求证： $BB_1 \perp$ 平面 ABC ；

(2) 求锐二面角 $C - DA_1 - C_1$ 的余弦值.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+1| - 2|x-a|$, $a > 0$.

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) > 1$ 的解集；

(2) 若 $f(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积大于 6，求 a 的取值范围.

22. (10 分) 已知点 A 为圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 上的动点， O 为坐标原点，过 $P(0, 4)$ 作直线 OA 的垂线（当 A 、 O 重合时，直线 OA 约定为 y 轴），垂足为 M ，以 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求点 M 的轨迹的极坐标方程；

(2) 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 4$ ，连接 OA 并延长交 l 于 B ，求 $\frac{|OA|}{|OB|}$ 的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. D

【解析】

先列表分析近 10 年全球风力发电新增装机容量，再结合数据研究单调性、平均值以及占比，即可作出选择.

【详解】

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
累计装机容量	158.1	197.2	237.8	282.9	318.7	370.5	434.3	489.2	542.7	594.1
新增装机容量		39.1	40.6	45.1	35.8	51.8	63.8	54.9	53.5	51.4

中国累计装机容量逐年递增，*A* 错误；全球新增装机容量在 2015 年之后呈现下降趋势，*B* 错误；经计算，10 年来中国新增装机容量平均每年为 19.77GW，选项 *C* 错误；截止到 2015 年中国累计装机容量 197.7GW，全球累计装机容量 $594.1 - 158.1 = 436$ GW，占比为 45.34%，选项 *D* 正确.

故选：D

【点睛】

本题考查条形图，考查基本分析求解能力，属基础题.

2. C

【解析】

由等差数列的性质可得 $a_3 = 5$ ，根据等差数列的前 n 项和公式 $S_6 = \frac{a_1 + a_6}{2} \times 6 = \frac{a_3 + a_4}{2} \times 6$ 可得结果.

【详解】

∵ 等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_5 = 10$ ， $\therefore 2a_3 = 10$ ，即 $a_3 = 5$ ，

$$\therefore S_6 = \frac{a_1 + a_6}{2} \times 6 = \frac{a_3 + a_4}{2} \times 6 = \frac{5 + 7}{2} \times 6 = 36,$$

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的性质以及等差数列的前 n 项和公式的应用，属于基础题.

3. D

【解析】

以 A 为坐标原点， AE 所在直线为 x 轴， AD 所在直线为 y 轴， AA_1 所在直线为 z 轴，

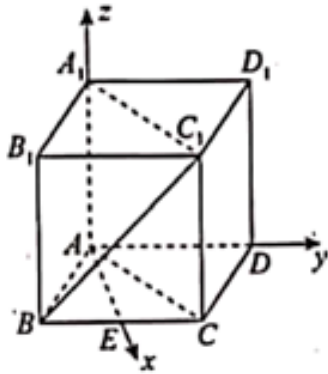
建立空间直角坐标系. 求解平面 ACC_1A_1 的法向量，利用线面角的向量公式即得解.

【详解】

如图所示的直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，取 BC 中点 E ，

以 A 为坐标原点， AE 所在直线为 x 轴， AD 所在直线为 y 轴， AA_1 所在直线为 z 轴，

建立空间直角坐标系.



设 $AB = 2$ ，则 $A(0,0,0), A_1(0,0,2), B(\sqrt{3},-1,0), C(\sqrt{3},1,0), C_1(\sqrt{3},1,2)$ ，

$\overrightarrow{BC_1} = (0,2,2), \overrightarrow{AC} = (\sqrt{3},1,0), \overrightarrow{AA_1} = (0,0,2)$.

设平面 ACC_1A_1 的法向量为 $\vec{n} = (x,y,z)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = \sqrt{3}x + y = 0, \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AA_1} = 2z = 0, \end{cases} \text{取 } x = 1,$$

得 $\vec{n} = (1, -\sqrt{3}, 0)$.

设直线 BC_1 与平面 ACC_1A_1 所成角为 θ ，

$$\text{则 } \sin \theta = \frac{|\overrightarrow{BC_1} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{BC_1}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|-2\sqrt{3}|}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\therefore \cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4},$$

∴直线 BC_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的正切值等于 $\frac{\sqrt{15}}{5}$

故选：D

【点睛】

本题考查了向量法求解线面角，考查了学生空间想象，逻辑推理，数学运算的能力，属于中档题.

4. A

【解析】

∵集合 $B = \{x \mid 3^x < 1\}$

∴ $B = \{x \mid x < 0\}$

∵集合 $A = \{x \mid x < 1\}$

∴ $A \cap B = \{x \mid x < 0\}$ ， $A \cup B = \{x \mid x < 1\}$

故选 A

5. B

【解析】

首先求得双曲线的一条渐近线方程 $\sqrt{m}x - \sqrt{5}y = 0$ ，再利用左焦点到渐近线的距离为 2，列方程即可求出 m ，进而求出渐近线的方程.

【详解】

设左焦点为 $(-c, 0)$ ，一条渐近线的方程为 $\sqrt{m}x - \sqrt{5}y = 0$ ，由左焦点到渐近线的距离为 2，可得 $\frac{|\sqrt{m}c|}{\sqrt{m+5}} = \sqrt{m} = 2$ ，

所以渐近线方程为 $y = \pm \frac{2x}{\sqrt{5}}$ ，即为 $2x \pm \sqrt{5}y = 0$ ，

故选：B

【点睛】

本题考查双曲线的渐近线的方程，考查了点到直线的距离公式，属于中档题.

6. A

【解析】

分别代值计算可得，观察可得数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为周期的周期数列，问题得以解决.

【详解】

解: $\because a_1 = 2, a_n = 1 - \frac{1}{a_{n-1}} (n \geq 2),$

$$\therefore a_2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$a_3 = 1 - 2 = -1,$$

$$a_4 = 1 - (-1) = 2,$$

$$a_5 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

...

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为周期的周期数列,

$$Q 2018 = 3 \times 672 + 2,$$

$$\therefore a_{2018} = a_2 = \frac{1}{2},$$

故选: A.

【点睛】

本题考查数列的周期性和运用: 求数列中的项, 考查运算能力, 属于基础题.

7. B

【解析】

先将三个数通过指数, 对数运算变形 $a = \sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}} > 6^0 = 1, b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21} < \log_{\frac{5}{4}} 1 = 0, 0 < c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9} < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$ 再判断.

【详解】

因为 $a = \sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}} > 6^0 = 1, b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21} < \log_{\frac{5}{4}} 1 = 0, 0 < c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9} < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1,$

所以 $a > c > b,$

故选: B.

【点睛】

本题主要考查指数、对数的大小比较, 还考查推理论证能力以及化归与转化思想, 属于中档题.

8. A

【解析】

根据直线平行的等价条件, 求出 m 的值, 结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

当 $m=1$ 时, 两直线方程分别为直线 $l_1: x+y-1=0$, $l_2: x+y-2=0$ 满足 $l_1 \parallel l_2$, 即充分性成立,

当 $m=0$ 时, 两直线方程分别为 $y-1=0$, 和 $-2x-2=0$, 不满足条件.

当 $m \neq 0$ 时, 则 $l_1 \parallel l_2 \Rightarrow \frac{3m-2}{m} = \frac{m}{1} \neq \frac{-2}{-1}$,

由 $\frac{3m-2}{m} = \frac{m}{1}$ 得 $m^2-3m+2=0$ 得 $m=1$ 或 $m=2$,

由 $\frac{m}{1} \neq \frac{-2}{-1}$ 得 $m \neq 2$, 则 $m=1$,

即“ $m=1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的充要条件,

故答案为: A

【点睛】

(1) 本题主要考查充要条件的判断, 考查两直线平行的等价条件, 意在考查学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.(2) 本题也可以利用下面的结论解答, 直线 $a_1x+b_1y+c_1=0$ 和直线 $a_2x+b_2y+c_2=0$ 平行, 则 $a_1b_2-a_2b_1=0$ 且两直线不重合, 求出参数的值后要代入检验看两直线是否重合.

9. C

【解析】

分别求解不等式得到集合 A, B , 再利用集合的交集定义求解即可.

【详解】

$$A = \{x \mid x^2 - 2x \leq 0\} = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}, B = \{x \mid 2x - 2 \leq 0\} = \{x \mid x \leq 1\},$$

$$\therefore A \cap B = \{x \mid 0 \leq x \leq 1\}.$$

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了集合的基本运算, 难度容易.

10. C

【解析】

根据程序框图依次计算得到答案.

【详解】

$$y = 3x - 4, i = 1; y = 3y - 4 = 9x - 16, i = 2; y = 3y - 4 = 27x - 52, i = 3;$$

$y = 3y - 4 = 81x - 160$, $i = 4$; $y = 3y - 4 = 243x - 484$, 此时不满足 $i \leq 3$, 跳出循环,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/607143165056006164>