

必背 1 实数的分类

1. 按定义分

$$\text{实数} \begin{cases} \text{有理数} \begin{cases} \text{整数} \\ \text{分数} \end{cases} \\ \text{无理数: 无限不循环小数} \end{cases}$$

【温馨提示】无理数的常见几种形式:

(1) 特定结构的数: 如 $0.10010001\cdots$ (相邻两个 1 之间依次多一个 0);

(2) 含有根号且开方开不尽的数: 如 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{9}$ 等;

(3) π 及化简后含 π 的数: 如 $2\pi, \frac{\pi}{3}$ 等;

(4) 部分三角函数值: 如 $\sin 60^\circ, \cos 45^\circ, \tan 30^\circ$ 等.

注意: 一个数是否为无理数一定要看其化为最简形式后是否为无限不循环小数.

2. 按性质分

$$\text{实数} \begin{cases} \text{正实数} \\ 0 \\ \text{负实数} \end{cases}$$

【易错警示】0 既不是正数, 也不是负数.

必背 2 相反数、绝对值、倒数

1. 相反数

(1) 实数 a 的相反数为 $-a$, 0 的相反数为 0;

(2) 实数 a, b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$ 或 $\frac{a}{b} = -1 (b \neq 0)$;

(3) 在数轴上, 互为相反数的两个数 (0 除外) 位于原点的两侧, 且到原点的距离相等.

2. 绝对值

$$(1) |a| = \begin{cases} a (a > 0) \\ 0 (a = 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}, |a| \text{ 具有非负性;}$$

(2) 绝对值相等的两个数相等或互为相反数, 即 $|a| = |b| \Leftrightarrow a = b$ 或 $a = -b$;

(3) 离原点越远的数的绝对值越大.

3. 倒数

(1) 非零实数 a 的倒数为 $\frac{1}{a}$;

(2) a, b 互为倒数 $\Leftrightarrow ab = 1$;

(3) 正数的倒数仍是正数, 负数的倒数仍是负数, 0 没有倒数, 倒数等于其本身的数是 ± 1 .

必背 3 科学记数法

1. 表示形式: $a \times 10^n$

2. a 和 n 的确定

(1) a 的确定: $1 \leq |a| < 10$.

(2) n 的确定:

① 大于 10 的数, n 是正整数, 其值等于原数的整数位数减去 1;

② 大于 0 且小于 1 的数, n 是负整数, 其绝对值等于原数左起第一个非零数前所有 0 的个数(包括小数点前的 0).

【温馨提示】对于含有计数(量)单位的数字用科学记数法表示时, 应先把计数或计量单位前面的数用科学记数法表示, 然后与计数或计量单位表示的数相乘. 常考的计数单位有: 1 千 = 10^3 , 1 万 = 10^4 , 1 亿 = 10^8 ; 常考的计量单位有: 1 km = 10^3 m, 1 μm = 10^{-6} m, 1 nm = 10^{-9} m.

必背 4 平方根、算术平方根、立方根

1. 平方根: $\pm\sqrt{a}(a \geq 0)$

实数 $a(a \geq 0)$ 的平方根运算结果有两个, 且互为相反数. $\pm\sqrt{0} = 0$.

2. 算术平方根: $\sqrt{a}(a \geq 0)$

实数 $a(a \geq 0)$ 的算术平方根运算结果只有一个. $\sqrt{0} = 0$.

※ 负数没有算术平方根和平方根.

3. 立方根: $\sqrt[3]{a}(a \text{ 为任意实数})$

当 $a > 0$ 时, $\sqrt[3]{a} > 0$;

当 $a = 0$ 时, $\sqrt[3]{a} = 0$;

当 $a < 0$ 时, $\sqrt[3]{a} < 0$.

实数 a 的立方根只有一个.

必背5 二次根式的性质与运算

1. 二次根式的性质

(1) $\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$, 二次根式具有双重非负性;

(2) $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$;

(3) $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$, 注意: 只有当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$;

(4) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$;

(5) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 或 $\sqrt{a \div b} = \sqrt{a} \div \sqrt{b} (a \geq 0, b > 0)$.

2. 二次根式的运算

(1) 乘法运算: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} (a \geq 0, b \geq 0)$;

(2) 除法运算: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 或 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b} (a \geq 0, b > 0)$.

注意: 二次根式运算的最终结果应化为最简二次根式.

3. 最简二次根式

(1) 被开方数的因数是整数, 因式是整式;

(2) 被开方数中不含开方开得尽的因数或因式.

4. 乘法公式在二次根式运算中的应用

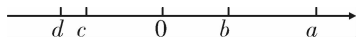
(1) $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = a \pm 2\sqrt{ab} + b$;

(2) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$.

必背6 实数的大小比较

1. 数轴比较法

(1) 在数轴上表示的数, 左边的数小于右边的数. 如图, $d < c < 0 < b < a$.



(2) 在数轴上, 离原点越远的数的绝对值越大. 如图, $|d| > |b|$.

2. 性质比较法

正数 $> 0 >$ 负数

两个有理数比较大小的“三种情况”：

(1) 两数同号 $\begin{cases} \text{同正: 绝对值大的大} \\ \text{同负: 绝对值大的反而小} \end{cases}$

(2) 两数异号: 正数大于负数

(3) 一数与0 $\begin{cases} \text{正数与0: 正数大于0} \\ \text{负数与0: 负数小于0} \end{cases}$

3. 差值比较法

(1) $a - b > 0 \Leftrightarrow a > b$.

(2) $a - b = 0 \Leftrightarrow a = b$.

(3) $a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$.

必背7 实数运算中常见的运算

1. 乘方: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \uparrow a} = a^n$, 正数的任何次幂都是正数; 负数的奇次幂为负

数, 偶次幂为正数; 特别地: $(-1)^n = \begin{cases} -1 (n \text{ 为奇数}) \\ 1 (n \text{ 为偶数}) \end{cases}$;

2. 0 次幂: $a^0 = 1 (a \neq 0)$, 计算题中见到 0 次幂直接在原符号后写 1;

3. 负整数指数幂: $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 为正整数})$, 特别地 $a^{-1} = \frac{1}{a} (a \neq 0)$;

4. 去绝对值符号: $|a - b| = \begin{cases} a - b (a > b) \\ 0 (a = b) \\ b - a (a < b) \end{cases}$, 绝对值符号有括号作用;

5. 常考的开方

(1) 开平方: $\sqrt{4} = 2, \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \sqrt{12} = 2\sqrt{3}, \sqrt{16} = 4, \sqrt{18} = 3\sqrt{2}, \sqrt{24} = 2\sqrt{6}, \sqrt{25} = 5$;

(2) 开立方: $\sqrt[3]{8} = 2, \sqrt[3]{27} = 3, \sqrt[3]{-27} = -3, \sqrt[3]{-64} = -4$.

6. 特殊角的锐角三角函数值

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

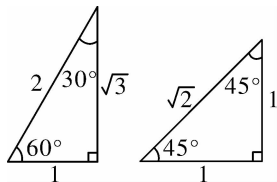
$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 的正弦值和余弦值的分母都是 2, 分子分别是根号下: 1、2、3、3、2、1.

必背 8 整式的运算

1. 整式的加减: 实质是合并同类项. 注意熟练掌握去添括号法则: 如

$$\begin{cases} a + (b + c) = a + b + c \\ a - (b + c) = a - b - c \end{cases} \begin{cases} a + b + c = a + (b + c) \\ a - b - c = a - (b + c) \end{cases}$$

合并同类项的法则: 几个同类项相加, 把它们系数相加, 所得的结果作为系数, 字母和字母的指数都不变, 如 $mxy^2 + nxy^2 = (m + n)xy^2$.

2. 幂的运算 (m, n 为正整数)

名称	运算法则	公式表示
同底数幂相乘	底数不变, 指数相加	$a^m \cdot a^n = a^{m+n} (a \neq 0)$
同底数幂相除	底数不变, 指数相减	$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0)$
幂的乘方	底数不变, 指数相乘	$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn} (a \neq 0)$
积的乘方	等于各因数分别乘方的积	$(ab)^n = a^n \cdot b^n (ab \neq 0)$

3. 整式的乘法运算

单项式乘单项式: $ma^2 \cdot ab^2 = ma^3b^2$.

单项式乘多项式: $m(a + b) = ma + mb$.

多项式乘多项式: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

4. 整式的除法运算

单项式相除: 将系数、同底数幂的因式分别相除, 作为商的因式, 对于只在被除式中含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式, 如: $ma^2b \div nab$

$$= \frac{m}{n}a (n \neq 0, a \neq 0, b \neq 0).$$

多项式除以单项式: 先把这个多项式的每一项除以这个单项式, 再把所得的商相加, 如: $(ma + mb) \div m = a + b (m \neq 0)$.

必背 9 因式分解

1. 基本方法

(1) 提公因式法: $ma + mb + mc = m(a + b + c)$.

(2) 公式法:

平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

完全平方公式: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$,

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

2. 因式分解的一般步骤

一提: 有公因式, 先提公因式;

二套: 没有公因式, 两项考虑平方差公式, 三项考虑完全平方公式;

三检查: 检查因式分解是否彻底.

必背 10 分式的运算

1. 与分式有关的“三个条件”

(1) 分式 $\frac{A}{B}$ 有意义的条件是: $B \neq 0$;

(2) 分式 $\frac{A}{B}$ 值为 0 的条件是: $A = 0$ 且 $B \neq 0$;

(3) 使分式 $\frac{A}{B} \div \frac{D}{C}$ 有意义的条件是: $B \neq 0$ 、 $C \neq 0$ 、 $D \neq 0$.

2. 分式的基本性质

(1) 分式的分子、分母同乘或除以同一个不等于零的整式, 分式的值不变;

(2) 符号变化法则: 分子、分母与分式本身的符号, 改变其中任何两个, 分式

的值不变, 即 $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{-A}{B} = -\frac{A}{-B}$.

3. 分式的运算

(1) 乘法: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$;

(2) 除法: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$;

(3) 加减法:

① 同分母相加减: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$;

② 异分母相加减: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$.

必背 11 二元一次方程组的解法

1. 基本思想:二元一次方程组 $\xrightarrow[\text{转化}]{\text{消元}}$ 一元一次方程;

2. 两种消元法

消元法	最佳适用情况	具体方法
代入消元法	方程组中一个方程的常数项为 0 或某一个未知数的系数为 1 或 -1	将一个方程中的一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示出来,代入另一个方程,化二元一次方程组为一元一次方程求解
加减消元法	方程组中两个方程同一未知数的系数相等或互为相反数	将方程组中某个未知数的系数变为相同或互为相反数,两个方程相减或相加,化二元一次方程组为一元一次方程求解

必背 12 一元二次方程的解法及根的判别式

1. 一元二次方程的解法

解法	适用情况
公式法	<p>对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 求根公式为 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} (b^2 - 4ac \geq 0)$</p> <p>注意:(1)要先将一元二次方程化为一般式;(2)确定 a, b, c 的值时要注意符号;(3)根的判别式 $b^2 - 4ac \geq 0$ 的判断</p>
直接开平方法	<p>(1)方程缺少一次项时,即 $ax^2 + c = 0 (a \neq 0, ac \leq 0)$</p> <p>(2)形如 $(x + m)^2 = n (n \geq 0)$ 的方程</p> <p>口诀:方程没有一次项,直接开方最理想</p>
因式分解法	<p>(1)常数项为 0,即形如 $ax^2 + bx = 0 (a \neq 0)$ 的方程</p> <p>(2)方程一边为 0,另一边易于分解为两个一次因式的积的形式</p> <p>注意:方程求解过程中,等式两边不能同时约去含有相同未知数的因式</p>
配方法	<p>(1)二次项系数化为 1 后,一次项系数是偶数的一元二次方程</p> <p>(2)各项的系数较小且便于配方的情况</p>

2. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 根的情况

(1) $b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $b^2 - 4ac = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $b^2 - 4ac \geq 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个实数根;

(4) $b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

注意:由一元二次方程根的情况确定方程中待定系数的取值范围时,若一元二次方程的二次项系数含有字母,应注意二次项系数不为0这个隐含条件.

必背 13 分式方程的解法

1. 基本思路:分式方程 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 整式方程 $\xrightarrow[\text{验根}]{\text{求解}}$ 得解

2. 解分式方程的一般步骤

步骤	具体做法	实例演练: $\frac{3}{x-2} = \frac{x+1}{2-x} - 1$
去分母	方程两边同乘最简公分母,约去分母,化为整式方程	方程两边同乘 $(x-2)$ 得 $3 = -(x+1) - (x-2)$
求解	求出整式方程的解	去括号得 $3 = -x - 1 - x + 2$, 移项、合并、系数化为1得 $x = -1$
验根	把整式方程的解代入最简公分母,结果为0,是分式方程的增根,分式方程无解;结果不为0,是分式方程的根	当 $x = -1$ 时, $x - 2 = -1 - 2 = -3 \neq 0$, $x = -1$ 是分式方程的根

3. 分式方程无解的两种情况

(1) 分式方程化为整式方程后,整式方程无解,所以分式方程无解;

(2) 分式方程化为整式方程后,整式方程的解是分式方程的增根,所以分式方程无解.

必背 14 一元一次不等式(组)的解法

1. 不等式的基本性质

性质 1: 如果 $a > b$, 那么 $a \pm c > b \pm c$;

性质 2: 如果 $a > b$, 且 $c > 0$, 那么 $ac > bc$ 或 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$;

性质3:如果 $a > b$, 且 $c < 0$, 那么 $ac < bc$ 或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

注意:运用不等式的性质3时,不等式的符号一定要变号!

2. 一元一次不等式组的解集表示

解法:先分别求出各个不等式的解集,再求出解集的公共部分

解集的类型及表示	类型 ($a > b$)	口诀	解集	在数轴上的表示
	$\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$	同大取大	$x > a$	
	$\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$	同小取小	$x < b$	
	$\begin{cases} x \leq a \\ x > b \end{cases}$	大小小大 中间找	$b < x \leq a$	
	$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$	大大小小取不了	无解	

【温馨提示】①“ \leq ”“ \geq ”为实心圆点,“ $<$ ”“ $>$ ”为空心圆圈;

②注意不等式的性质3:若 $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc$ (或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$) 的运用.

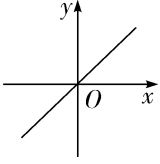
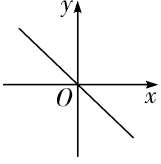
必背 15 平面直角坐标系中点的坐标特征

对应关系	坐标平面内的点和有序实数对是一一对应的
各象限内点的坐标特征	点 $P(x, y)$ 在第一象限 $\Leftrightarrow x > 0$ 且 $y > 0$ 点 $P(x, y)$ 在第二象限 $\Leftrightarrow x < 0$ 且 $y > 0$ 点 $P(x, y)$ 在第三象限 $\Leftrightarrow x < 0$ 且 $y < 0$ 点 $P(x, y)$ 在第四象限 $\Leftrightarrow x > 0$ 且 $y < 0$
坐标轴上点的坐标特征	点 $P(x, y)$ 在 x 轴上 $\Leftrightarrow y = 0$ 点 $P(x, y)$ 在 y 轴上 $\Leftrightarrow x = 0$ 点 $P(x, y)$ 在原点 $\Leftrightarrow x = 0$ 且 $y = 0$ 注意:坐标轴上的点不属于任何象限
各象限角平分线上点的坐标特征	第一、三象限角平分线上的点的横坐标与纵坐标相等 第二、四象限角平分线上的点的横坐标与纵坐标互为相反数

平行于坐标轴的直线上的点的坐标特征	平行于 x 轴的直线上的点的纵坐标相等 平行于 y 轴的直线上的点的横坐标相等
对称点的坐标特征	点 $A(a, b)$ 关于 x 轴的对称点为 $B(a, -b)$ 点 $A(a, b)$ 关于 y 轴的对称点为 $C(-a, b)$ 点 $A(a, b)$ 关于原点的对称点为 $D(-a, -b)$ 归纳: 关于坐标轴对称时, 关于谁对称谁不变, 关于原点对称都变号
点平移的坐标特征	$(x, y) \xrightarrow{\text{向左平移 } a \text{ 个单位}} (x - a, y)$ 左减 $(x, y) \xrightarrow{\text{向右平移 } a \text{ 个单位}} (x + a, y)$ 右加
	$(x, y) \xrightarrow{\text{向上平移 } a \text{ 个单位}} (x, y + a)$ 上加 $(x, y) \xrightarrow{\text{向下平移 } a \text{ 个单位}} (x, y - a)$ 下减

必背 16 正比例函数的图象与性质

1. 正比例函数的图象与性质

正比例函数 $y = kx$ (k 为常数, $k \neq 0$)		
图象特征	正比例函数的图象是经过原点的一条直线	
k 决定图象的增减性	$k > 0, y$ 随 x 的增大而增大	$k < 0, y$ 随 x 的增大而减小
图象		
经过象限	第一、三象限	第二、四象限

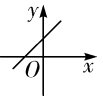
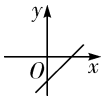
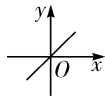
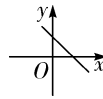
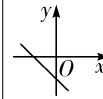
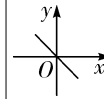
2. 正比例函数图象上的点的坐标特征

(1) 若正比例函数 $y = kx$ 图象上的点(除原点外)为 (a, b) , 则 $\frac{b}{a} = k$.

(2) 若点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ($x_1 y_1 \neq 0, x_2 y_2 \neq 0$) 在同一正比例函数 $y = kx$ 的图象上, 则 $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

必背 17 一次函数的图象与性质

1. 一次函数的图象与性质

一次函数	$y = kx + b (k \neq 0)$ (当 $b = 0$ 时, $y = kx$ 为正比例函数)					
与坐标轴交点	与 x 轴交于点 $(-\frac{b}{k}, 0)$, 与 y 轴交于点 $(0, b)$					
k, b 符号	$k > 0$			$k < 0$		
	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$
大致图象						
经过象限	一、二、三	一、三、四	一、三	一、二、四	二、三、四	二、四
增减性	y 随 x 的增大而增大			y 随 x 的增大而减小		

2. 一次函数解析式的确定

(1) 设出一次函数解析式的一般式 $y = kx + b (k \neq 0)$;

(2) 根据已知两点的坐标或其他条件列出关于待定系数 k, b 的方程(组);

(3) 解方程(组), 求出 k, b 的值, 写出解析式.

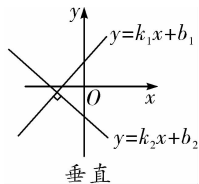
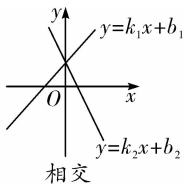
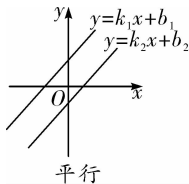
3. 一次函数图象的平移

平移前	平移方式 ($m > 0$)	平移后	简记
$y = kx + b$	向左平移 m 个单位长度	$y = k(x + m) + b$	x 左加右减
	向右平移 m 个单位长度	$y = k(x - m) + b$	
	向上平移 m 个单位长度	$y = kx + b + m$	等号右端整体上加下减
	向下平移 m 个单位长度	$y = kx + b - m$	

4. 两条直线的位置关系

对于两条直线 $y = k_1x + b_1$ 和 $y = k_2x + b_2$, 则有

- (1) $k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$ 时, 两直线平行;
- (2) $k_1 \neq k_2$ 时, 两直线相交, 若 $b_1 = b_2$, 两直线相交于点 $(0, b_1)$;
- (3) $k_1 k_2 = -1$ 时, 两直线垂直.



必背 18 反比例函数的图象与性质

1. 反比例函数的图象与性质

反比例函数	$y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$)	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图象		
所在象限	第一、三象限 (x, y 同号)	第二、四象限 (x, y 异号)
增减性	在每一个象限内, y 随 x 的增大而减小	在每一个象限内, y 随 x 的增大而增大
对称性	中心对称	关于原点成中心对称. 如: 双曲线一支上的点 $P(x, y)$, 则关于原点的对称点 $P'(-x, -y)$ 在双曲线另一支上
	轴对称	有两条对称轴, 分别为直线 $y = x$ 和 $y = -x$

2. 双曲线上多个点的纵坐标比较大小

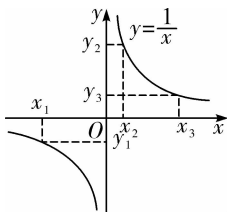
双曲线是两支不同的曲线, 而不是连续的曲线, 所以比较函数值的大小时, 要注意判断这些点是否在同一象限.

- (1) 同一象限内, 根据函数的增减性来比较: $k > 0$, y 随 x 的增大而减小; $k < 0$, y 随 x 的增大而增大.

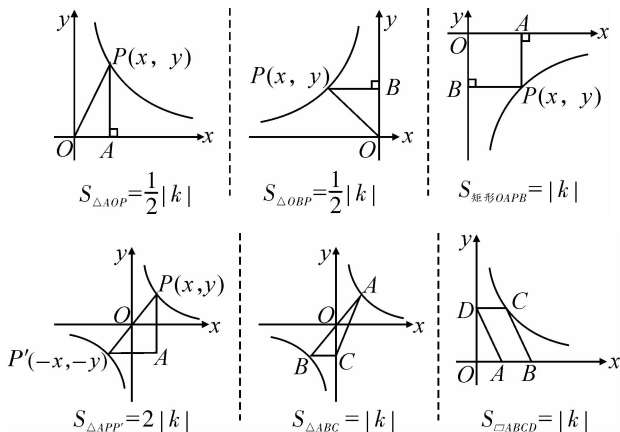
(2)不在同一象限时: x 轴上方的那一支上的点的纵坐标大,下方的小. 解决这种问题的一个有效办法是画出草图,标出各点,再比较大小.

如图,若 $x_1 < 0 < x_2 < x_3$, 则 $y_1 < y_3 < y_2$.

若 $y_2 > y_3 > 0 > y_1$, 则 $x_1 < x_2 < x_3$.



3. 与反比例函数 k 的几何意义有关的面积计算

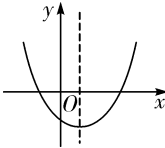
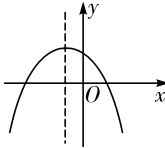


必背 19 二次函数的图象与性质

1. 二次函数解析式的确定

已知条件	设解析式	对称轴	待定系数法求解析式
顶点 + 其他点坐标	顶点式: $y = a(x - h)^2 + k$	$x = h$	设二次函数解析式, 将已知点的坐标代入, 得到关于系数的方程(组), 解方程(组), 得出结果, 再代回所设解析式即可
与 x 轴的两个交点 + 其他点坐标	交点式: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$	
任意三个点坐标	一般式: $y = ax^2 + bx + c$	$x = -\frac{b}{2a}$	

2. 二次函数的图象与性质

	二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$)	
	$a > 0$	$a < 0$
大致图象		
开口方向	向上	向下
对称轴	$x = -\frac{b}{2a}$	
顶点坐标	$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$	
增减性	当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小
最值	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 有最小值为 $\frac{4ac - b^2}{4a}$	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 有最大值为 $\frac{4ac - b^2}{4a}$

3. 二次函数图象与系数 a, b, c 的关系

a	决定抛物线的开口方向, $ a $ 决定开口大小	$a > 0$, 抛物线开口向上; $a < 0$, 抛物线开口向下
-----	-----------------------------	---

b, a	决定抛物线对称轴的位置 (对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$)	$b = 0$, 对称轴为 y 轴; $\frac{b}{a} > 0$, 对称轴在 y 轴左侧; $\frac{b}{a} < 0$, 对称轴在 y 轴右侧
c	决定抛物线与 y 轴交点的位置	$c = 0$, 抛物线过原点; $c > 0$, 抛物线与 y 轴交于正半轴; $c < 0$, 抛物线与 y 轴交于负半轴
$b^2 - 4ac$	决定抛物线与 x 轴的交点个数	$b^2 - 4ac = 0$ 时, 与 x 轴有唯一的交点(顶点); $b^2 - 4ac > 0$, 与 x 轴有两个交点; $b^2 - 4ac < 0$, 与 x 轴没有交点

4. 二次函数图象的平移

(1) 平移的方法及步骤

- ①将二次函数解析式转化为顶点式 $y = (x - h)^2 + k$, 确定顶点坐标;
- ②保持二次函数图象的形状不变, 平移其顶点坐标即可.

(2) 平移规律

移动方向 ($m > 0$)	平移前的 顶点坐标	规律	平移后的 顶点坐标	平移后的 解析式
向左平移 m 个单位长度	(h, k)	根据点坐标的 平移规律: x 左 减右加, y 上加 下减, 平移顶 点坐标即可	$(h - m, k)$	$y = a(x - h + m)^2 + k$
向右平移 m 个单位长度			$(h + m, k)$	$y = a(x - h - m)^2 + k$
向上平移 m 个单位长度			$(h, k + m)$	$y = a(x - h)^2 + k + m$
向下平移 m 个单位长度			$(h, k - m)$	$y = a(x - h)^2 + k - m$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/608032040073006064>