

云南省昆明市禄劝县第一中学 2023-2024 学年数学高三第一学期期末质量检测模拟试 题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $0 < p < 1$ ，随机变量 ξ 的分布列是

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}(1-p)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}p$

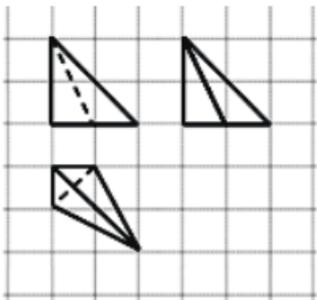
则当 p 在 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 内增大时，()

- A. $E(\xi)$ 减小， $D(\xi)$ 减小 B. $E(\xi)$ 减小， $D(\xi)$ 增大
C. $E(\xi)$ 增大， $D(\xi)$ 减小 D. $E(\xi)$ 增大， $D(\xi)$ 增大

2. $\frac{2+3i}{1-i} = ()$

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$ B. $-\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ C. $\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i$ D. $\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$

3. 网格纸上小正方形边长为 1 单位长度，粗线画出的是某几何体的三视图，则此几何体的体积为 ()



- A. 1 B. $\frac{4}{3}$ C. 3 D. 4

4. 设全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x | x < 2\}$ ， $B = \{x | x^2 - 3x < 0\}$ ，则 $(\complement_U A) \cap B = ()$

- A. $(0, 3)$ B. $[2, 3)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, +\infty)$

5. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 $2c$ ，过左焦点 F_1 作斜率为 1 的直线交双曲线 C 的右支于点 P

，若线段 PF_1 的中点在圆 $O: x^2 + y^2 = c^2$ 上，则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}+1$ D. $2\sqrt{2}+1$

6. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(4)=17$ ，设 $f(x_0)=y_0$ ，则“ $y_0=17$ ”是“ $x_0=4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$ ，则不等式 $f(e^{1-x}) > f(e^{2x-1})$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, -\frac{2}{3})$ B. $(-\infty, \frac{2}{3})$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(\frac{2}{3}, +\infty)$

8. 已知三点 $A(1,0)$ ， $B(0, \sqrt{3})$ ， $C(2, \sqrt{3})$ ，则 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心到原点的距离为 ()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$
C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

9. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 左焦点 F 的直线 l 交 C 的左支于 A, B 两点，直线 AO (O 是坐标原点) 交 C 的右支于点 D ，若 $DF \perp AB$ ，且 $|BF| = |DF|$ ，则 C 的离心率是 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

10. 已知直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长相等， $\angle ABC = 60^\circ$ ，则直线 BC_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的正切值等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

11. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点 $(5, t)$ 到焦点的距离为 6， P, Q 分别为抛物线与圆 $(x-6)^2 + y^2 = 1$ 上的动点，则 $|PQ|$ 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{21}-1$ B. $2 - \frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}-1$

12. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2， E 是正方形内部 (不包括正方形的边) 一点，且 $\vec{AE} \cdot \vec{AC} = 2$ ，则 $(\vec{AE} + \vec{AC})^2$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{23}{2}$ B. 12 C. $\frac{25}{2}$ D. 13

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在疫情防控过程中，某医院一次性收治患者 127 人.在医护人员的精心治疗下，第 15 天开始有患者治愈出院，并且恰有其中的 1 名患者治愈出院.如果从第 16 天开始，每天出院的人数是前一天出院人数的 2 倍，那么第 19 天治愈出院患者的人数为_____，第_____天该医院本次收治的所有患者能全部治愈出院.

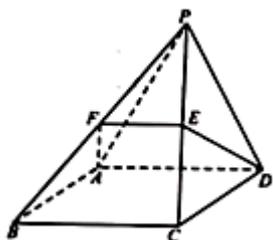
14. 函数 $y = \log_{0.5}(x^2 - ax + 5)$ 在区间 $(-\infty, 1)$ 上递增，则实数 a 的取值范围是_____

15. 割圆术是估算圆周率的科学方法，由三国时期数学家刘徽创立，他用圆内接正多边形面积无限逼近圆面积，从而得出圆周率. 现在半径为 1 的圆内任取一点，则该点取自其内接正十二边形内部的概率为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中， $2AB = 3AC$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，设 $AD = mAC$ ，则实数 m 的取值范围是_____.

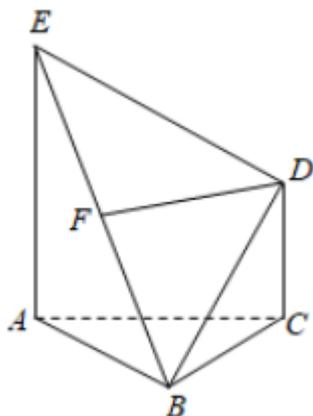
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB = \frac{\sqrt{3}}{2}AD$ ， $\triangle PAD$ 为正三角形，且平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ， E 、 F 分别为 PC 、 PB 的中点.



- (1) 证明：平面 $ADEF \perp$ 平面 PBC ；
 (2) 求二面角 $B-DE-C$ 的余弦值.

18. (12 分) 已知多面体 $ABCDE$ 中， AE 、 CD 均垂直于平面 ABC ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $AE = 2CD$ ， $AB = BC = CD$ ， F 是 BE 的中点.



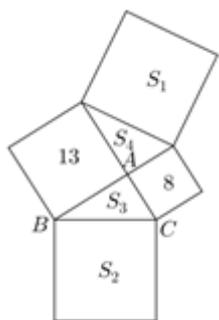
- (1) 求证： $DF \parallel$ 平面 ABC ；
 (2) 求直线 BD 与平面 ABE 所成角的正弦值.

19. (12分) 已知圆 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ 外有一点 $(4, -1)$, 过点 P 作直线 l .

(1) 当直线 l 与圆 C 相切时, 求直线 l 的方程;

(2) 当直线 l 的倾斜角为 135° 时, 求直线 l 被圆 C 所截得的弦长.

20. (12分) 某市计划在一片空地上建一个集购物、餐饮、娱乐为一体的大型综合园区, 如图, 已知两个购物广场的占地都呈正方形, 它们的面积分别为 13 公顷和 8 公顷, 美食城和欢乐大世界的占地也都呈正方形, 分别记它们的面积为 S_1 公顷和 S_2 公顷; 由购物广场、美食城和欢乐大世界围成的两块公共绿地都呈三角形, 分别记它们的面积为 S_3 公顷和 S_4 公顷.



(1) 设 $\angle BAC = \theta$, 用关于 θ 的函数 $S(\theta)$ 表示 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, 并求 $S(\theta)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的最大值的近似值 (精确到 0.001 公顷);

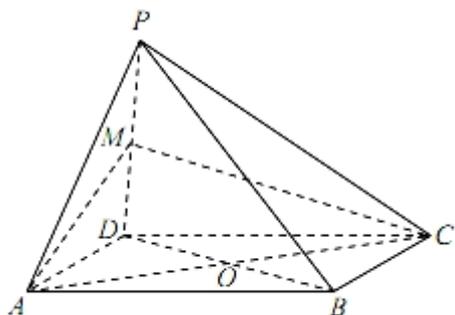
(2) 如果 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 52$, 并且 $S_1 < S_2$, 试分别求出 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 的值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = |x+a| + |x-1|$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) \geq x+8$ 的解集;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq |x-5|$ 的解集包含 $[0, 2]$, 求实数 a 的取值范围.

22. (10分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, 对角线 AC, BD 交于点 O, M 为棱 PD 的中点, $MA = MC$. 求证:



(1) $PB \parallel$ 平面 AMC ;

(2) 平面 $PBD \perp$ 平面 AMC .

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

$E(\xi) = (-1) \times \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p = \frac{2}{3}p - \frac{1}{3}$, $D(\xi) = E(\xi^2) - E^2(\xi)$, 判断其在 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 内的单调性即可.

【详解】

解：根据题意 $E(\xi) = (-1) \times \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p = \frac{2}{3}p - \frac{1}{3}$ 在 $p \in (\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 内递增，

$$E(\xi^2) = (-1)^2 \times \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p = \frac{1}{3}$$

$$D(\xi) = E(\xi^2) - E^2(\xi) = \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p - (\frac{2}{3}p - \frac{1}{3})^2 = -\frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{9}p + \frac{2}{9} = -\frac{4}{9}\left(p - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3},$$

是以 $p = \frac{1}{2}$ 为对称轴，开口向下的抛物线，所以在 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 上单调递减，

故选：C.

【点睛】

本题考查了利用随机变量的分布列求随机变量的期望与方差，属于中档题.

2、A

【解析】

分子分母同乘 $1+i$ ，即根据复数的除法法则求解即可.

【详解】

$$\text{解：} \frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i,$$

故选：A

【点睛】

本题考查复数的除法运算，属于基础题.

3、A

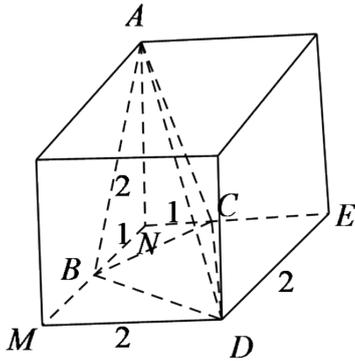
【解析】

采用数形结合，根据三视图可知该几何体为三棱锥，然后根据锥体体积公式，可得结果.

【详解】

根据三视图可知：该几何体为三棱锥

如图



该几何体为三棱锥 $A-BCD$ ，长度如上图

$$\text{所以 } S_{\triangle MBD} = S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1, S_{\triangle BCN} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{所以 } S_{\triangle BCD} = 2 \times 2 - S_{\triangle MBD} - S_{\triangle DEC} - S_{\triangle BCN} = \frac{3}{2}$$

$$\text{所以 } V_{A-BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot AN = 1$$

故选：A

【点睛】

本题考查根据三视图求直观图的体积，熟悉常见图形的三视图：比如圆柱，圆锥，球，三棱锥等；对本题可以利用长方体，根据三视图删掉没有的点与线，属中档题.

4、B

【解析】

可解出集合 B ，然后进行补集、交集的运算即可.

【详解】

$$QB = \{x \mid x^2 - 3x < 0\} = (0, 3), A = \{x \mid x < 2\}, \text{ 则 } \complement_U A = [2, +\infty), \text{ 因此, } (\complement_U A) \cap B = [2, 3).$$

故选：B.

【点睛】

本题考查补集和交集的运算，涉及一元二次不等式的求解，考查运算求解能力，属于基础题.

5、C

【解析】

设线段 PF_1 的中点为 A ，判断出 A 点的位置，结合双曲线的定义，求得双曲线的离心率。

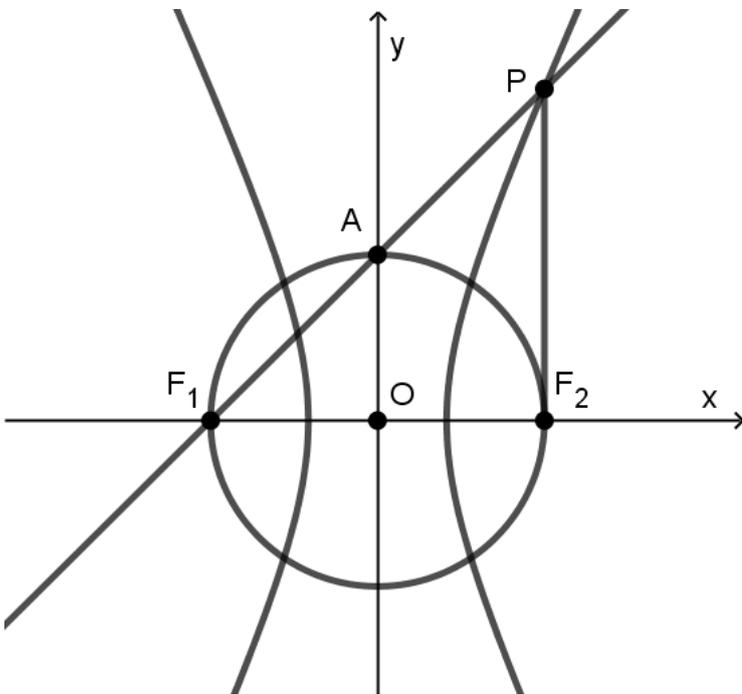
【详解】

设线段 PF_1 的中点为 A ，由于直线 F_1P 的斜率是 1，而圆 $O: x^2 + y^2 = c^2$ ，所以 $A(0, c)$ 。由于 O 是线段 F_1F_2 的中点，

所以 $|PF_2| = 2|OA| = 2c$ ，而 $|PF_1| = 2|AF_1| = 2 \times \sqrt{2}c = 2\sqrt{2}c$ ，根据双曲线的定义可知 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$ ，即

$$2\sqrt{2}c - 2c = 2a, \text{ 即 } \frac{c}{a} = \frac{2}{2\sqrt{2}-2} = \sqrt{2} + 1.$$

故选：C



【点睛】

本小题主要考查双曲线的定义和离心率的求法，考查直线和圆的位置关系，考查数形结合的数学思想方法，属于中档题。

6、B

【解析】

结合函数的对应性，利用充分条件和必要条件的定义进行判断即可。

【详解】

解：若 $x_0 = 4$ ，则 $f(x_0) = f(4) = 17$ ，即 $y_0 = 17$ 成立，

若 $f(x) = x^2 + 1$ ，则由 $f(x_0) = y_0 = 17$ ，得 $x_0 = \pm 4$ ，

则“ $y_0 = 17$ ”是“ $x_0 = 4$ ”的必要不充分条件，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合函数的对应性是解决本题的关键，属于基础题.

7、B

【解析】

由导数确定函数的单调性，利用函数单调性解不等式即可.

【详解】

$$\text{函数 } f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} = x - \frac{1}{x}, \text{ 可得 } f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2},$$

$x \in (0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增,

$$\because e^{-x} > 0, e^{2x-1} > 0,$$

故不等式 $f(e^{-x}) > f(e^{2x-1})$ 的解集等价于不等式 $e^{-x} > e^{2x-1}$ 的解集.

$$1 - x > 2x - 1.$$

$$\therefore x < \frac{2}{3}.$$

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了利用导数判定函数的单调性，根据单调性解不等式，属于中档题.

8、B

【解析】

因为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心在直线 BC 的垂直平分线上，即直线 $x = 1$ 上

$$\text{可设圆心 } P(1, p), \text{ 由 } PA = PB \text{ 得: } |p| = \sqrt{1 + (p - \sqrt{3})^2}, \text{ 得 } p = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{圆心坐标为 } P\left(1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$\text{所以圆心到原点的距离 } |OP| = \sqrt{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{12}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

选 B.

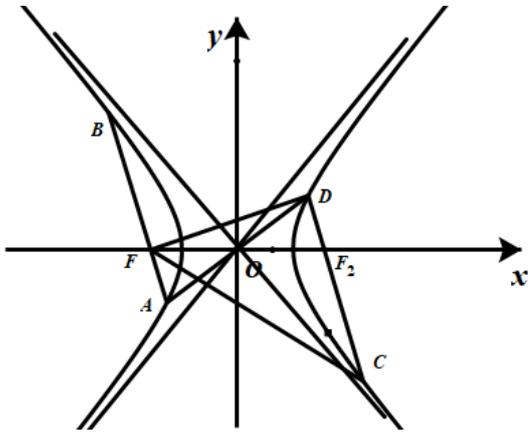
考点：圆心坐标

9、D

【解析】

如图，设双曲线的右焦点为 F_2 ，连接 DF_2 并延长交右支于 C ，连接 FC ，设 $DF_2 = x$ ，利用双曲线的几何性质可以得到 $DF = x + 2a$ ， $FC = x + 4a$ ，结合 $Rt\triangle FDC$ 、 $Rt\triangle FDF_2$ 可求离心率。

【详解】



如图，设双曲线的右焦点为 F_2 ，连接 FC ，连接 DF_2 并延长交右支于 C 。

因为 $FO = OF_2$ ， $AO = OD$ ，故四边形 FAF_2D 为平行四边形，故 $FD \perp DF_2$ 。

又双曲线为中心对称图形，故 $F_2C = BF$ 。

设 $DF_2 = x$ ，则 $DF = x + 2a$ ，故 $F_2C = x + 2a$ ，故 $FC = x + 4a$ 。

因为 $\triangle FDC$ 为直角三角形，故 $(x + 4a)^2 = (2x + 2a)^2 + (x + 2a)^2$ ，解得 $x = a$ 。

在 $Rt\triangle FDF_2$ 中，有 $4c^2 = a^2 + 9a^2$ ，所以 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查双曲线离心率，注意利用双曲线的对称性（中心对称、轴对称）以及双曲线的定义来构造关于 a, b, c 的方程，

本题属于难题。

10、D

【解析】

以 A 为坐标原点， AE 所在直线为 x 轴， AD 所在直线为 y 轴， AA_1 所在直线为 z 轴，

建立空间直角坐标系。求解平面 ACC_1A_1 的法向量，利用线面角的向量公式即得解。

【详解】

如图所示的直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，取 BC 中点 E ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/608053100040006051>