第 16 讲 一次函数与正比例函数

模块导航

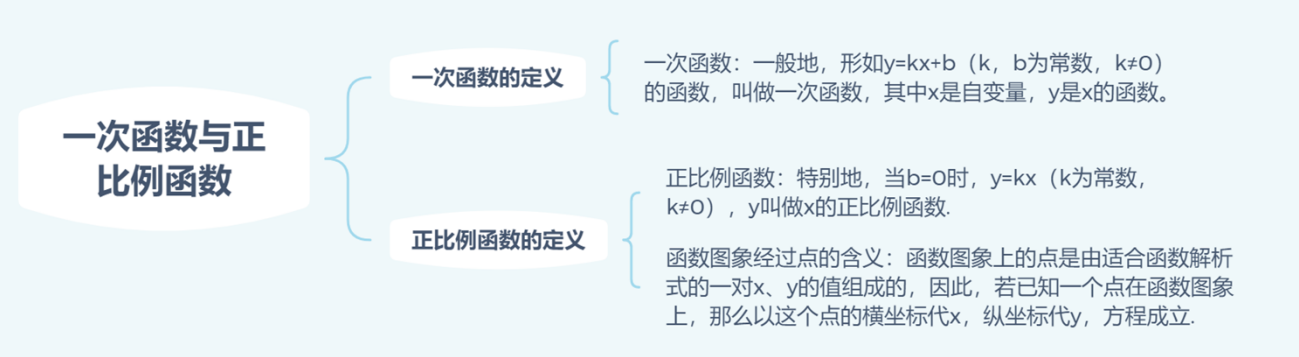
模块一　思维导图串知识
模块二　基础知识全梳理（吃透教材）
模块三　核心考点举一反三
模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．掌握正比例函数的概念；

2．掌握一次函数的概念，能根据条件写出一次函数的关系式；

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一 一次函数的定义

一次函数：一般地，形如 $y=kx+b$（k，b 为常数，$k\neq0$）的函数，叫做一次函数，其中 x 是自变量，y 是 x 的函数。

知识点二 正比例函数的定义

正比例函数：特别地，当 $b=0$ 时，$y=kx$（k 为常数，$k\neq0$），y 叫做 x 的正比例函数.

函数图象经过点的含义：函数图象上的点是由适合函数解析式的一对 x、y 的值组成的，因此，若已知一个点在函数图象上，那么以这个点的横坐标代 x，纵坐标代 y，方程成立.

模块三 核心考点举一反三

考点一：正比例函数的定义

例 1．（23-24 八年级下·辽宁铁岭·期中）下列函数：①$y=-\sqrt{2}x$；②$y=kx$；③$y=\left(k^2+1\right)x$；④$y=\dfrac{2}{x}$；⑤$y=2x-3$．其中 y 是 x 的正比例函数的有（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【变式 1-1】（2023 春·吉林松原·八年级统考阶段练习）下列函数是正比例函数的是（　）

A．$y=\dfrac{2}{x}$　　B．$y=2x^2$　　C．$y=x+2$　　D．$y=-2x$

【变式 1-2】（2023 春·四川广元·八年级统考期末）下列函数是正比例函数的是（　）

A．$y=-3x$　　B．$y=x+5$　　C．$y=\dfrac{1}{2x}$　　D．$y=-x^2$

【变式 1-3】（2023 秋·辽宁沈阳·八年级沈阳市沈东初级中学校考开学考试）若 $y=(a-1)x+a^2-1$ 是关于 x 的正比例函数，则 a^{2023} 的值为_____.

考点二：一次函数的识别

例 2.（2023 春·河南驻马店·八年级校考阶段练习）下列函数中，是一次函数的是（　）

A．$y=1-x$　　B．$y=x^{-1}$　　C．$y=kx+1$　　D．$y=x^2+1$

【变式 2-1】（2023 春·贵州铜仁·八年级统考阶段练习）下列函数：①$y=x$；②$y=-\dfrac{1}{x}$；③$y=\dfrac{x}{5}$；④$y=\dfrac{1}{2}x^2+1$，其中一次函数的个数是（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【变式 2-2】（2023 秋·陕西西安·八年级校考开学考试）函数①$y=5x$；②$y=2x-1$；③$y=-\dfrac{3}{x}$；④$y=\dfrac{1}{3}x+3$；⑤$y=x^2-2x+1$．是一次函数的有（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【变式 2-3】（2023 秋·黑龙江哈尔滨·九年级哈尔滨市虹桥初级中学校校考开学考试）给出下列函数：①$y=2x$；②$y=\dfrac{x}{2}$；③$y=2x+1$；④$y=2x^2+1$．其中是一次函数的有（　）

A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

考点三：根据一次函数的定义求参数

例 3.（2023 秋·黑龙江哈尔滨·九年级哈尔滨市虹桥初级中学校校考开学考试）已知 $y=(m-1)x^{|m|}+m+2$，y 是 x 的一次函数，则 $m=$_____.

【变式 3-1】（2023 秋·吉林长春·八年级吉林大学附属中学校考阶段练习）函数 $y=(2m-1)x^{n+3}+(m-5)$ 是关于 x 的一次函数的条件为（　）

A．$m\neq 5$ 且 $n=-2$　　B．$n=-2$　　C．$m\neq\dfrac{1}{2}$ 且 $n=-2$　　D．$m\neq\dfrac{1}{2}$

【变式 3-2】（2023 春·河南安阳·八年级统考阶段练习）已知函数 $y=(k-4)x^{|k-3|}+3$ 是一次函数，则 k 的值为_____.

【变式 3-3】（2023 春·辽宁营口·八年级统考期末）若函数 $y=(m+2)x^{m^2-3}+m-3$ 是一次函数，则 $m=$_____.

考点四：求一次函数自变量或函数值

例 4.（2023 春·广西桂林·八年级校考阶段练习）已知一次函数 $y=2x-5$ 的图象经过点 $(m,1)$，则 $m=$_____.

【变式 4-1】（2023 春·福建泉州·八年级统考期中）若点 $P(a,b)$ 在直线 $y=2x+1$ 上，则代数式 $1-4a+2b$ 的值为（　）

A．3　　B．−1　　C．2　　D．0

【变式 4-2】（2023 春·山东临沂·八年级统考期末）若点 $P(m,n)$ 在函数 $y=\frac{1}{5}x+1$ 的图象上，则代数式 $5n-m$ 的值为_____.

【变式 4-3】（2023 春·河北廊坊·八年级统考期末）已知一次函数 $y=x+3$.

(1)当 $x=2$ 时，求 y 的值；

(2)当 $y=9$ 时，求 x 的值；

(3)判断点 $(-1,3)$ 是否在直线 $y=x+3$ 上.

考点五：列一次函数解析式并求值

例 5.（2023 春·全国·八年级专题练习）已知点 A（8，0）及在第一象限的动点 P（x，y），且 $x+y=10$，设 $\triangle OPA$ 的面积为 S.

(1)求出 S 关于 x 的函数解析式，并求出 x 的取值范围；

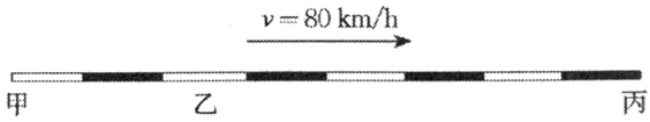
(2)当 $S=12$ 时，求 P 的坐标.

【变式 5-1】（2023 春·上海·八年级专题练习）甲、乙两地相距 120km，现有一列火车从乙地出发，以 80km/h 的速度向甲地行驶．设 x（h）表示火车行驶的时间，y（km）表示火车与甲地的距离．

（1）写出 y 与 x 之间的关系式，并判断 y 是否为 x 的一次函数；

（2）当 $x=0.5$ 时，求 y 的值.

【变式 5-2】（2023 秋·全国·八年级随堂练习）如图，甲、乙两地相距100km，现有一列火车从乙地出发，以80km/h的速度向丙地行驶.



设$x(\mathrm{h})$表示火车行驶的时间，$y(\mathrm{km})$表示火车与甲地的距离.

（1）写出y与x之间的关系式，并判断y是否为x的一次函数；

（2）当$x=0.5$时，求y的值.

【变式 5-3】（2023·陕西咸阳·校考一模）尊老爱幼是中华民族的传统美德，为鼓励在“争做孝心好少年”主题活动中表现优秀的同学，某班准备购买钢笔和笔记本作为奖品．某文具商店给出了两种优惠方案：①买一支钢笔赠送一本笔记本，多于钢笔数的笔记本按原价收费；②钢笔和笔记本均按定价的八折收费．已知每支钢笔定价为 15 元，每本笔记本定价为 4 元．该班班长准备购买x支钢笔和$(x+10)$本笔记本，设选择第一种方案购买所需费用为y_1元，选择第二种方案购买所需费用为y_2元.

(1)请分别写出y_1，y_2与x之间的关系式；

(2)若该班班长准备购买 10 支钢笔，且只能选择其中一种优惠方案，请你通过计算说明选择哪种方案更为优惠.

考点六：根据正比例函数的定义求函数表达式

例 6.（23-24 八年级下·吉林·期中）已知y与x成正比例，且当$x=-2$时，$y=6$.

(1)求y与x之间的函数关系式；

(2)若点$(m,3)$在这个函数的图象上，求m的值.

【变式 6-1】（23-24 八年级下·江苏南通·期中）已知$y-3$与$4x-2$成正比例，且当$x=1$时，$y=5$.

(1)求 y 与 x 的函数关系式；

(2)设点 $(a,-2)$ 在（1）中函数的图象上，求 a 的值．

【变式 6-2】（23-24 八年级下·广东中山·期中）已知 y 与 $x+2$ 成正比例，当 $x=2$ 时 $y=-5$；

(1)求 y 关于 x 的函数解析式；

(2)当 $y=\frac{2}{3}$ 时，求 x 的值．

【变式 6-3】（23-24 八年级上·江苏泰州·阶段练习）已知 $y-1$ 与 $x+3$ 成正比例，当 $x=-1$ 时，$y=3$．

(1)求出 y 与 x 的函数关系式；

(2)设点 $(a,-2)$ 在这个函数的图象上，求 a 的值．

(3)试判断点 $(-2,5)$ 是否在此函数图像上，说明理由．

模块四 小试牛刀过关测

一、单选题

1．（23-24 八年级下·黑龙江哈尔滨·阶段练习）下列函数中，y 是 x 的正比例函数的是（　）

A．$y=2x-1$　　B．$y=\sqrt{2}x$　　C．$y=2x^2$　　D．$y=\frac{5}{x}$

2．（23-24 八年级下·广东惠州·阶段练习）下列函数中，y 是 x 的一次函数的有（　）

①$y=\frac{1}{2}x$；②$y=3x+1$；③$y=\frac{5}{x}$；④$y=kx-2$．

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

3．（2024·陕西西安·三模）若关于x的方程$kx+b=0$的解是$x=-1$，则直线$y=kx+2b$一定经过点（　）

A．$(0,-2)$　　B．$(0,-1)$　　C．$(1,0)$　　D．$(-2,0)$

4．（23-24 八年级下·全国·课后作业）下列问题中，两个变量之间是正比例函数关系的是（　　）

A．矩形的周长一定，它的长y与宽x

B．书的总页数一定，未读的页数与已读的页数

C．某场电影票价固定，该场电影售票收入为y元与售票数量为x张

D．圆的面积y（cm^2）与它的半径x（cm）之间的关系

5．（23-24 八年级下·河北石家庄·期中）新定义：$[a,b]$是一次函数$y=ax+b$（$a\neq0$，a，b为实数）的“关联数”．若“关联数”是$[3,m-2]$的一次函数是正比例函数，则点$(1-m,1+m)$所在的象限是（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

二、填空题

6．（23-24 八年级下·辽宁大连·期中）若点$P(m,5)$在函数$y=2x-1$的图象上，则m的值为____.

7．（23-24 八年级下·河南洛阳·期中）已知$y=(m+3)x^{m^2-8}+m-5$是y关于x的一次函数，则一次函数解析式是_____.

8．（23-24 八年级下·内蒙古鄂尔多斯·期中）在平面直角坐标系中，直线$y=3x+4$过点$P(a,b)$，则$3a-b+2024$的值为_____.

9．（2024 八年级下·上海·专题练习）已知一次函数$y=x+5$的图象经过点$P(a,b)$，$Q(c,d)$，则$a(c-d)-b(c-d)$的值为_____.

10．（2024 九年级下·广东·专题练习）拖拉机开始工作时，油箱中有油24升，如果每小时耗油4升，那么油箱中的剩余油量y（升）和工作时间x（时）之间的函数关系式是____，自变量x必须满足____.

三、解答题

11．（23-24 八年级下·重庆·期中）一个正比例函数$y=kx(k\neq0)$的图象经过点$P(-4,8)$.

(1)求正比例函数的解析式；

(2)当$y=-10$时，求x的值.

12．（23-24 八年级下·全国·假期作业）已知$y=(m+1)x^{2-|m|}+n+5$.

(1)当m，n为何值时，y是x的一次函数？

(2)当m，n为何值时，y是x的正比例函数？

13．（20-21 八年级下·湖北武汉·阶段练习）已知$y=y_1+y_2$，且y_1-3与x成正比例，y_2与x- 2

成正比例，当$x=2$时，$y=7$，当$x=1$时，$y=0$

(1)求出y与x之间的函数关系式；

(2)计算$x=4$时，y的值．

14．（23-24八年级上·甘肃兰州·期中）写出下列各题中y关于x的函数关系式，并判断y是否为x的一次函数，是否为正比例函数．

(1)长方形的面积为3，长方形的长y与宽x之间的关系；

(2)刚上市时西瓜每千克3.6元，买西瓜的总价y元与所买西瓜x千克之间的关系；

(3)仓库内有粉笔400盒，如果每个星期领出36盒，仓库内余下的粉笔盒数y与星期数x之间的关系；

(4)小林的爸爸为小林存了一份教育储蓄，首次存入10000元，以后每个月存入500元，存入总数y元与月数x之间的关系．

15．（2024·陕西渭南·一模）书法是文字美的艺术表现形式，中国书法历史悠久，书体沿革流变，书法艺术异采迷人，是中国汉字特有的一种传统艺术．某校举办以“发扬艺术之光，传承书法风采”为主题的书法比赛活动，校团委计划购买某种标价为120元/套的书法套具，文具店老板给出了如下优惠条件：如果一次性购买不超过10套，单价为120元/套；如果一次性购买超过10套，那么每增加1套，购买的所有书法套具的单价每套降低5元，但单价不得低于60元/套．设校团委一次性购买书法套具$x\left(10<x\leq 20\right)$套，购买的实际单价为$y$元/套．

(1)求y与x之间的函数关系式；

(2)当$x=20$时，求校团委购买这些书法套具的实际付款总额．

16．（22-23八年级下·山东济宁·阶段练习）定义：如果函数的图象经过点(m,n)，我们就把此函数称作“(m,n)族函数”．比如：正比例函数$y=2x$的图象经过点$(1,2)$，所以正比例函数$y=2x$就是“$(1,2)$族函数”．

(1)①以下数量关系中，y不是x的函数的是_____（填选项）

②以下是“$(-1,1)$族函数”的是_____（填选项）

A．$y=\frac{1}{x}$　B．$|y|=x$　C．$y=x^2+2x-4$　D．$y=|x|+1$　E．$y^2=-x$　F．$y=2x+3$

(2)已知一次函数$y=kx-k+1(k$为常数，$k\neq 0)$.

①若该函数是“$(-\frac{1}{2},4)$族函数”，求k的值.

②无论k取何值，该函数必经过一定点，请写出该定点的坐标.

第 16 讲 一次函数与正比例函数

模块导航

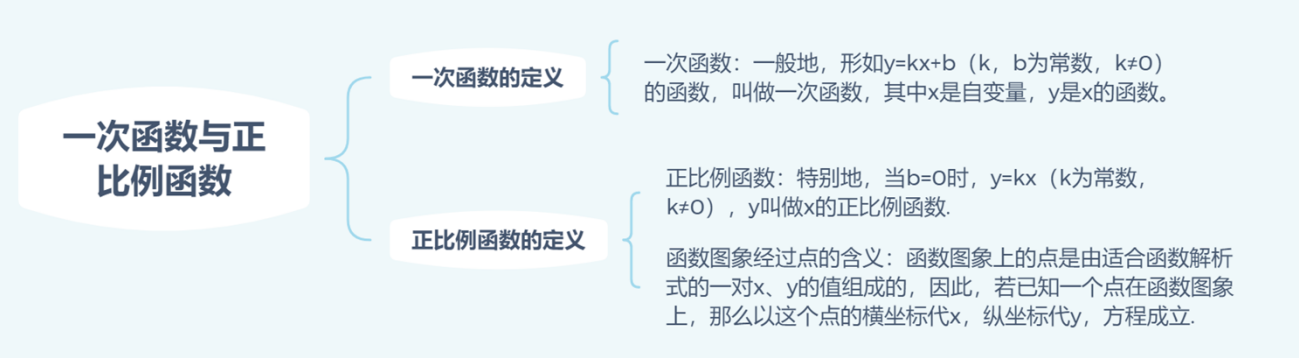
模块一　思维导图串知识
模块二　基础知识全梳理（吃透教材）
模块三　核心考点举一反三
模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．掌握正比例函数的概念；

2．掌握一次函数的概念，能根据条件写出一次函数的关系式；

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一 一次函数的定义

一次函数：一般地，形如 $y=kx+b$（k，b 为常数，$k\neq0$）的函数，叫做一次函数，其中 x 是自变量，y 是 x 的函数。

知识点二 正比例函数的定义

正比例函数：特别地，当 $b=0$ 时，$y=kx$（k 为常数，$k\neq0$），y 叫做 x 的正比例函数.

函数图象经过点的含义：函数图象上的点是由适合函数解析式的一对 x、y 的值组成的，因此，若已知一个点在函数图象上，那么以这个点的横坐标代 x，纵坐标代 y，方程成立.

模块三 核心考点举一反三

考点一：正比例函数的定义

例 1．（23-24 八年级下·辽宁铁岭·期中）下列函数：①$y=-\sqrt{2}x$；②$y=kx$；③$y=\left(k^2+1\right)x$；④$y=\dfrac{2}{x}$；⑤$y=2x-3$．其中 y 是 x 的正比例函数的有（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】B

【分析】本题考查的是正比例函数的识别，形如$y=kx\left(k\neq 0\right)$，这样的函数是正比例函数，根据定义逐一分析即可.

【详解】解：$y=-\sqrt{2}x$是正比例函数；

当$k\neq 0$时，$y=kx$是正比例函数；

$y=\left(k^2+1\right)x$是一次函数；

$y=\dfrac{2}{x}$不是正比例函数，

$y=2x-3$不是正比例函数.

故是正比例函数的有①③，共 2 个，

故选：B.

【变式 1-1】（2023 春·吉林松原·八年级统考阶段练习）下列函数是正比例函数的是（　）

A．$y=\dfrac{2}{x}$　　B．$y=2x^2$　　C．$y=x+2$　　D．$y=-2x$

【答案】D

【分析】根据正比例函数的定义，形如$y=kx\left(k\neq 0\right)$，进行判断即可.

【详解】A：$y=\dfrac{2}{x}$是反比例函数，不是正比例函数，不符合题意；

B：$y=2x^2$是二次函数，不是正比例函数，不符合题意；

C：$y=x+2$是一次函数，不是正比例函数，不符合题意；

D：$y=-2x$是正比例函数，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查正比例函数的定义，熟练掌握正比例函数的定义是解题的关键.

【变式 1-2】（2023 春·四川广元·八年级统考期末）下列函数是正比例函数的是（　）

A．$y=-3x$　　B．$y=x+5$　　C．$y=\dfrac{1}{2x}$　　D．$y=-x^2$

【答案】A

【分析】根据正比例函数的定义即可解答.

【详解】解：A．$y=-3x$，符合正比例函数的含义，故本选项正确；

B．$y=x+5$是和的形式，故本选项错误；

C．$y=\dfrac{1}{2x}$自变量次数不为 1，故本选项错误；

D．$y=-x^2$自变量次数不为 1，故本选项错误，

故选 A.

【点睛】本题主要考查了正比例函数的定义，形如$y=kx$（k为常数且$k\neq 0$），自变量次数为 1 的函数是正比例函数.

【变式 1-3】（2023 秋·辽宁沈阳·八年级沈阳市沈东初级中学校考开学考试）若 $y=(a-1)x+a^2-1$ 是关于 x 的正比例函数，则 a^{2023} 的值为_____.

【答案】-1

【分析】利用正比例函数的定义分析得出 a，再代入计算即可求解.

【详解】解：Q $y=(a-1)x+a^2-1$ 是关于 x 的正比例函数，

$\therefore a^2-1=0$ 且 $a-1\neq 0$，

解得：$a=-1$，

$\therefore a^{2023}=(-1)^{2023}=-1$.

故答案为：-1.

【点睛】此题主要考查了正比例函数的定义，正确把握定义是解题关键.

考点二：一次函数的识别

例 2.（2023 春·河南驻马店·八年级校考阶段练习）下列函数中，是一次函数的是（　）

A．$y=1-x$　　B．$y=x^{-1}$　　C．$y=kx+1$　　D．$y=x^2+1$

【答案】A

【分析】根据一次函数的定义条件进行逐一分析即可.

【详解】解：A、$y=1-x$ 是一次函数，故此选项符合题意；

B、$y=x^{-1}=\dfrac{1}{x}$ 是反比例函数，故此选项不符合题意；

C、当 $k=0$ 时不是一次函数，故此选项不符合题意；

D、$y=x^2+1$ 是二次函数，故此选项不符合题意.

故选：A.

【点睛】本题考查了一次函数．解题的关键是掌握一次函数的定义，一次函数 $y=kx+b$ 的定义条件是：k、b 为常数，$k\neq 0$，自变量次数为 1.

【变式 2-1】（2023 春·贵州铜仁·八年级统考阶段练习）下列函数：①$y=x$；②$y=-\dfrac{1}{x}$；③$y=\dfrac{x}{5}$；④$y=\dfrac{1}{2}x^2+1$，其中一次函数的个数是（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】B

【分析】根据形如 $y=kx+b(k\neq 0$，k、b 是常数）的函数，叫做一次函数进行分析即可.

【详解】解：①$y=x$；③$y=\dfrac{x}{5}$ 是一次函数，共 2 个.

故选：B.

【点睛】此题主要考查了一次函数定义，关键是掌握一次函数形如$y=kx+b(k\neq 0)$，k、b是常数），一次函数解析式的结构特征：$k\neq 0$；自变量的次数为1；常数项b可以为任意实数.

【变式2-2】（2023秋·陕西西安·八年级校考开学考试）函数①$y=5x$；②$y=2x-1$；③$y=-\frac{3}{x}$；④$y=\frac{1}{3}x+3$；⑤$y=x^2-2x+1$．是一次函数的有（　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

【答案】C

【分析】根据一次函数的定义，函数式为整式且自变量的最高次数为1，一次项系数不为0，逐一判断.

【详解】解：①$y=5x$是一次函数；

②$y=2x-1$是一次函数；

③$y=-\frac{3}{x}$是反比例函数，不是一次函数；

④$y=\frac{1}{3}x+3$是一次函数；

⑤$y=x^2-2x+1$是二次函数，

综上分析可知，①②④是一次函数，共3个，故C正确.

故选：C.

【点睛】本题考查了一次函数的定义.关键是明确一次函数解析式为整式，自变量的最高次数为1，一次项系数不为0.

【变式2-3】（2023秋·黑龙江哈尔滨·九年级哈尔滨市虹桥初级中学校校考开学考试）给出下列函数：①$y=2x$；②$y=\frac{x}{2}$；③$y=2x+1$；④$y=2x^2+1$．其中是一次函数的有（　）

A．4个　　B．3个　　C．2个　　D．1个

【答案】B

【分析】根据一次函数的定义逐一判断即可求解.

【详解】解：①、$y=2x$是一次函数，故符合题意；

②、$y=\frac{x}{2}$是一次函数，故符合题意；

③、$y=2x+1$是一次函数，故符合题意；

④、$y=2x^2+1$是二次函数，故不符合题意，

则是一次函数的有3个，

故选B.

【点睛】本题考查了一次函数的定义，熟练掌握其定义是解题的关键.

考点三：根据一次函数的定义求参数

例 3.（2023 秋·黑龙江哈尔滨·九年级哈尔滨市虹桥初级中学校校考开学考试）已知 $y=(m-1)x^{|m|}+m+2$，y 是 x 的一次函数，则 $m=$_____.

【答案】-1

【分析】先根据一次函数的定义列出关于 m 的不等式组，求出 m 的值即可.

【详解】解：因为 $y=(m-1)x^{|m|}+m+2$ 是 x 的一次函数，

可得：$\begin{cases}|m|=1\\ m-1\neq 0\end{cases}$，

解得：$m=-1$.

故答案为：-1.

【点睛】本题考查的是一次函数的定义，根据一次函数的定义列出关于 m 的不等式是解答此题的关键.

【变式 3-1】（2023 秋·吉林长春·八年级吉林大学附属中学校考阶段练习）函数 $y=(2m-1)x^{n+3}+(m-5)$ 是关于 x 的一次函数的条件为（　）

A．$m\neq 5$ 且 $n=-2$　B．$n=-2$　　C．$m\neq\frac{1}{2}$ 且 $n=-2$　　D．$m\neq\frac{1}{2}$

【答案】C

【分析】根据一次函数的定义进行求解即可.

【详解】解：$\because y=(2m-1)x^{n+3}+(m-5)$ 是关于 x 的一次函数，

$\therefore\begin{cases}n+3=1\\ 2m-1\neq 0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}n=-2\\ m\neq\frac{1}{2}\end{cases}$，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了一次函数的定义，解题的关键是熟练掌握定义，一般地，形如 $y=kx+b$（k，b 为常数，$k\neq 0$）的函数，叫作一次函数.

【变式 3-2】（2023 春·河南安阳·八年级统考阶段练习）已知函数 $y=(k-4)x^{|k-3|}+3$ 是一次函数，则 k 的值为_____.

【答案】2

【分析】直接利用一次函数的定义分析得出 k 的值即可.

【详解】解：$\because$函数 $y=(k-4)x^{|k-3|}+3$ 是一次函数，

$\therefore k-4\neq 0,|k-3|=1$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/608053122020006111