1. 在△ABC 中，假设$C=90^0,a=6,B=30^0$，那么$c-b$等于〔　　〕

A. 1　B. -1　C. $2\sqrt{3}$　D. $-2\sqrt{3}$

2. 假设A为△ABC 的内角，那么以下函数中一定取正值的是〔　　〕

A. $\sin A$　B. $\cos A$

C. $\tan A$　D. $\dfrac{1}{\tan A}$

3. 在△ABC 中，角A,B均为锐角，且$\cos A>\sin B,$

那么△ABC 的形状是〔　　〕

A. 直角三角形　B. 锐角三角形

C. 钝角三角形　D. 等腰三角形

4. 等腰三角形一腰上的高是$\sqrt{3}$，这条高与底边的夹角为60^0，

那么底边长为〔　　〕

A. 2　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　C. 3　D. $2\sqrt{3}$

5. 在△ABC中，假设$b=2a\sin B$，那么A等于〔　　〕

A. 30^0或60^0　B. 45^0或60^0　C. 120^0或60^0　D. 30^0或150^0

6. 边长为$5,7,8$的三角形的最大角与最小角的和是〔　　〕

A. 90^0　B. 120^0　C. 135^0　D. 150^0

参考答案

一、选择题

1. C　$\dfrac{b}{a}=\tan 30^0,b=a\tan 30^0=2\sqrt{3},c=2b=4\sqrt{4},c-b=2\sqrt{3}$

2. A　$0<A<\pi,\sin A>0$

3. C　$\cos A=\sin(\dfrac{\pi}{2}-A)>\sin B,\dfrac{\pi}{2}-A,B$都是锐角，那么$\dfrac{\pi}{2}-A>B,A+B<\dfrac{\pi}{2},C>\dfrac{\pi}{2}$

4. D　作出图形

5. D　$b=2a\sin B,\sin B=2\sin A\sin B,\sin A=\dfrac{1}{2},A=30^0$或$150^0$

6. B　设中间角为θ，那么$\cos\theta=\dfrac{5^2+8^2-7^2}{2\times5\times8}=\dfrac{1}{2},\theta=60^0,180^0-60^0=120^0$为所求

7△ABC的三边分别为a，b，c且满足$b^2=ac,2b=a+c$，那么此三角形是(　　)

A．等腰三角形　　B．直角三角形

C．等腰直角三角形　　D．等边三角形

解析：$\because 2b=a+c$，$\therefore 4b^2=(a+c)^2$，

又∵$b^2=ac$，∴$(a-c)^2=0$.∴$a=c$.

∴$2b=a+c=2a$.∴$b=a$，即 $a=b=c$.

答案：D

8△ABC 中，$AB=\sqrt{3}$，$AC=1$，∠$B=30°$，那么△ABC 的面积等于(　　)

A.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　B.$\frac{\sqrt{3}}{4}$

C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\sqrt{3}$　　　　D.$\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\frac{\sqrt{3}}{4}$

解析：$\frac{1}{\sin 30°}=\frac{\sqrt{3}}{\sin C}$，∴$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∵$0°<C<180°$，∴$C=60°$或 $120°$.

(1)当 $C=60°$时，$A=90°$，∴$BC=2$，此时，$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

(2)当 $C=120°$时，$A=30°$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1\times\sin 30°=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

答案：D

9 在△ABC 中，角 A、B、C 所对的边分别是 a，b，c，假设 $b^2+c^2-bc=a^2$，且$\frac{a}{b}=\sqrt{3}$，那么角 C 的值为(　　)

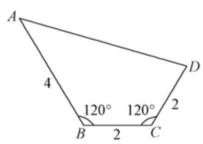
A．45°　　　　B．60°

C．90°　　　　D．120°

解析：由 $b^2+c^2-bc=a^2$，得 $b^2+c^2-a^2=bc$，

∴$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$，∴$A=60°$.

又$\frac{a}{b}=\sqrt{3}$，∴$\frac{\sin A}{\sin B}=\sqrt{3}$，



∴$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin A=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$，

∴$B=30°$，∴$C=180°-A-B=90°$.

答案：C

10 如图，四边形 $ABCD$ 中，∠B=∠$C=120°$，$AB=4$，$BC=CD=2$，那么该四边形的面积等于(　　)

A.$\sqrt{3}$

B．$5\sqrt{3}$

C．$6\sqrt{3}$

D. $7\sqrt{3}$

解析：连接 BD，在△BCD 中，$BC=CD=2$，$\angle BCD=120°$，

∴$\angle CBD=30°$，$BD=2\sqrt{3}$，

$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin 120°=\sqrt{3}$.

在△ABD 中，$\angle ABD=120°-30°=90°$，

$AB=4$，$BD=2\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot BD=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$，

∴四边形 $ABCD$ 的面积是 $5\sqrt{3}$.

答案：B

11△ABC 中，假设 $\cos(2B+C)+2\sin A\sin B=0$，那么△$ABC$ 中一定是(　　)

A．锐角三角形　　B．钝角三角形

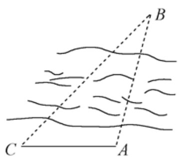
C．直角三角形　　D．等腰三角形

解析：∵$\cos(2B+C)=\cos(B+\pi-A)=-\cos(B-A)=-\cos A\cos B-\sin A\sin B$，

∴$\cos(2B+C)+2\sin A\sin B=-\cos A\cos B+\sin A\sin B=0$，

即 $\cos(A+B)=0$.∴$A+B=\frac{\pi}{2}$.

答案：C



12 如图，设 A、B 两点在河的两岸，一测量者在 A 的同侧，在所在的河岸边选定一点 C，测出 AC 的距离为 50m，$\angle ACB=45°$，$\angle CAB=105°$后，就可以计算出 A、B 两点的距离为(　　)

A．$50\sqrt{2}$m　　B．$50\sqrt{3}$m

C．$25\sqrt{2}$m　　D.$\frac{25\sqrt{2}}{2}$m

解析：由正弦定理得$\frac{AB}{\sin\angle ACB}=\frac{AC}{\sin B}$，

∴$AB=\frac{AC\cdot\sin\angle ACB}{\sin B}=\frac{50\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=50\sqrt{2}$(m).

答案：A

二、填空题

1. 在 Rt △ABC 中，$C=90^0$，那么 $\sin A\sin B$ 的最大值是______________.

2. 在△ABC 中，假设$a^2=b^2+bc+c^2$,则$A=$________.

3. 在△ABC 中，假设$b=2,B=30^0,C=135^0$,则$a=$________.

4. 在△ABC 中，假设$\sin A:\sin B:\sin C=7:8:13$，那么$C=$____________.

1. $\frac{1}{2}$　　$\sin A\sin B=\sin A\cos A=\frac{1}{2}\sin 2A\le\frac{1}{2}$

2. 120^0　　$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\frac{1}{2},A=120^0$

3. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$　　$A=15^0,\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B},a=\frac{b\sin A}{\sin B}=4\sin A=4\sin 15^0=4\times\frac{\sqrt{6}-2}{4}$

4. 120^0　　$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=7:8:13$，

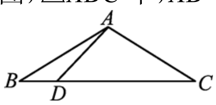
令$a=7k,b=8k,c=13k$　$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{1}{2},C=120^0$

5 在△ABC 中，假设 $b=5$，$\angle B=\frac{\pi}{4}$，$\sin A=\frac{1}{3}$，那么 $a=$________.

解析：　由正弦定理有：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，即$\frac{a}{\frac{1}{3}}=\frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$，得 $a=\frac{5\sqrt{2}}{3}$.

答案：$\frac{5\sqrt{2}}{3}$

6 如图，△ABC 中，$AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{3}$，点 D 在 BC 边上，$\angle ADC=45°$，那么 AD 的长度等于________.



解析：　在△ABC 中，由余弦定理，有

$\cos C=\frac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC\cdot BC}=\frac{(2\sqrt{3})^2}{2\times 2\times 2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，那么$\angle ACB=30°$.

在△ACD 中，由正弦定理，有

$\frac{AD}{\sin C}=\frac{AC}{\sin\angle ADC}$,

$\therefore AD=\frac{AC\cdot\sin 30°}{\sin 45°}=\frac{2\times\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{2}$，即 AD 的长度等于$\sqrt{2}$.

答案：$\sqrt{2}$

三、解答题

1 在△ABC 中，$\cos A=-\frac{5}{13}$，$\cos B=\frac{3}{5}$.

〔Ⅰ〕求$\sin C$的值；　　〔Ⅱ〕设$BC=5$，求△ABC的面积.

1 解：〔Ⅰ〕由$\cos A=-\frac{5}{13}$，得$\sin A=\frac{12}{13}$，由$\cos B=\frac{3}{5}$，得$\sin B=\frac{4}{5}$.

所以$\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\dfrac{16}{65}$.

（Ⅱ）由正弦定理得$AC=\dfrac{BC\times\sin B}{\sin A}=\dfrac{5\times\frac{4}{5}}{\frac{12}{13}}=\dfrac{13}{3}$.

所以△ABC的面积$S=\dfrac{1}{2}\times BC\times AC\times\sin C=\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{13}{3}\times\dfrac{16}{65}=\dfrac{8}{3}$.

2 在锐角△ABC 中，求证：$\sin A+\sin B+\sin C>\cos A+\cos B+\cos C$.

2 证明：∵△ABC 是锐角三角形，∴ $A+B>\dfrac{\pi}{2}$，即$\dfrac{\pi}{2}>A>\dfrac{\pi}{2}-B>0$

∴ $\sin A>\sin(\dfrac{\pi}{2}-B)$，即$\sin A>\cos B$；同理$\sin B>\cos C$；$\sin C>\cos A$

∴ $\sin A+\sin B+\sin C>\cos A+\cos B+\cos C$

3 在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$\cos 2C=-\dfrac{1}{4}$.

(1)求$\sin C$的值；

(2)当$a=2$,$2\sin A=\sin C$时，求b及c的长.

解：(1)因为$\cos 2C=1-2\sin^2 C=-\dfrac{1}{4}$及$0<C<\pi$，

所以$\sin C=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.

(2)当$a=2$,$2\sin A=\sin C$时，由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，得$c=4$.

由$\cos 2C=2\cos^2 C-1=-\dfrac{1}{4}$及$0<C<\pi$，

得$\cos C=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

由余弦定理$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，

得$b^2\pm\sqrt{6}b-12=0$.解得$b=\sqrt{6}$或$2\sqrt{6}$，

所以$\begin{cases}b=\sqrt{6},\\c=4\end{cases}$ 或$\begin{cases}b=2\sqrt{6},\\c=4.\end{cases}$

4 在ΔABC中，A,B,C的对边分别是a,b,c，$3a\cos A=c\cos B+b\cos C$.

（1）求$\cos A$的值；

(2)假设$a=1,\cos B+\cos C=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，求边$c$的值.

解〔1〕由 $3a\cos A=c\cos B+b\cos C$ 正弦定理得：

$$3\sin A\cos A=\sin C\cos B+\sin B\cos C=\sin(B+C)$$

所以 $3\sin A\cos A=\sin A$，又 $\sin A\neq 0$，所以 $\cos A=\frac{1}{3}$。

〔2〕由〔1〕得 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

又由 $\cos B+\cos C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$\cos(\pi-A-C)+\cos C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 得 $\cos(A+C)+\cos C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

展开得：$\cos A\cos C-\sin A\sin C+\cos C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以 $\cos C+\sqrt{2}\sin C=\sqrt{3}$，又 $\sin^2 C+\cos^2 C=1$ 且 $\sin C>0$，解得 $\sin C=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

而 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，所以 $c=\frac{\sqrt{3}}{2}$。

6 某港口 O 要将一件重要物品用小艇送到一艘正在航行的轮船上，在小艇出发时，轮船位于港口 O 北偏西 30°且与该港口相距 20 海里的 A 处，并正以 30 海里/小时的航行速度沿正东方向匀速行驶．假设该小艇沿直线方向以 v 海里/小时的航行速度匀速行驶，经过 t 小时与轮船相遇．(1)假设希望相遇时小艇的航行距离最小，那么小艇航行速度的大小应为多少？

(2)假设小艇的最高航行速度只能到达 30 海里/小时，试设计航行方案(即确定航行方向和航行速度的大小)，使得小艇能以最短时间与轮船相遇，并说明理由．

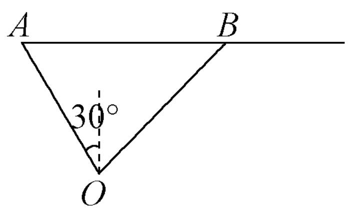
解：解法一：(1)设相遇时小艇航行的距离为 S 海里，

那么 $S=\sqrt{900t^2+400-2\cdot 30t\cdot 20\cdot\cos(90°-30°)}$

$=\sqrt{900t^2-600t+400}=\sqrt{900(t-\frac{1}{3})^2+300}$.

故当 $t=\frac{1}{3}$时，$S_{\min}=10\sqrt{3}$，此时 $v=\frac{10\sqrt{3}}{\frac{1}{3}}=30\sqrt{3}$，

即小艇以 $30\sqrt{3}$海里/小时的速度航行，相遇时小艇的航行距离最小．



(2)设小艇与轮船在 B 处相遇，

那么 $v^2t^2=400+900t^2-2\cdot 20\cdot 30t\cdot\cos(90°-30°)$，

故 $v^2=900-\frac{600}{t}+\frac{400}{t^2}$.

$\because 0<v\leqslant 30$，$\therefore 900-\frac{600}{t}+\frac{400}{t^2}\leqslant 900$，

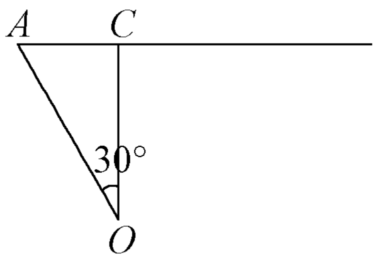
即$\frac{2}{t^2}-\frac{3}{t}\leqslant 0$，解得 $t\geqslant\frac{2}{3}$.又 $t=\frac{2}{3}$时，$v=30$，

故 $v=30$ 时，t 取得最小值，且最小值等于$\frac{2}{3}$.

此时，在$\triangle OAB$ 中，有 $OA=OB=AB=20$.

故可设计航行方案如下：

航行方向为北偏东 30°，航行速度为 30 海里/小时，小艇能以最短时间与轮船相遇.



解法二：(1)假设相遇时小艇的航行距离最小，又轮船沿正东方向匀速行驶，

那么小艇航行方向为正北方向.

设小艇与轮船在 C 处相遇，

在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中，$OC=20\cos 30°=10\sqrt{3}$，$AC=20\sin 30°=10$，

又 $AC=30t$，$OC=vt$，

此时，轮船航行时间 $t=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$，$v=\frac{10\sqrt{3}}{\frac{1}{3}}=30\sqrt{3}$，

即小艇以 $30\sqrt{3}$海里/小时的速度航行，相遇时小艇的航行距离最小.

(2)猜测 $v=30$ 时，小艇能以最短时间与轮船在 D 处相遇，此时 $AD=DO=30t$.

又$\angle OAD=60°$，

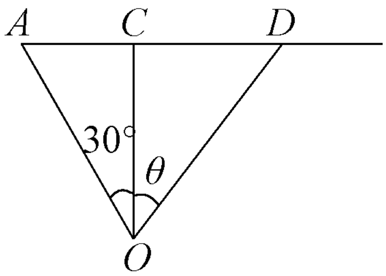
所以 $AD=DO=OA=20$，解得 $t=\frac{2}{3}$.

据此可设计航行方案如下：

航行方向为北偏东 30°，航行速度的大小为 30 海里/小时，

这样，小艇能以最短时间与轮船相遇.

证明如下：



如图，由(1)得 $OC=10\sqrt{3}$，$AC=10$，

故 $OC>AC$，且对于线段 AC 上任意点 P，

有 $OP\geqslant OC>AC$.而小艇的最高航行速度只能到达 30 海里/小时，故小艇与轮船不可能在 A，C 之间(包含 C)的任意位置相遇.

设 $\angle COD=\theta(0°<\theta<90°)$，

那么在 Rt△COD 中，$CD=10\sqrt{3}\tan\theta$，$OD=\dfrac{10\sqrt{3}}{\cos\theta}$.

由于从出发到相遇，轮船与小艇所需要的时间分别为 $t=\dfrac{10+10\sqrt{3}\tan\theta}{30}$和 $t=\dfrac{10\sqrt{3}}{v\cos\theta}$，

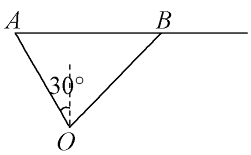
所以$\dfrac{10+10\sqrt{3}\tan\theta}{30}=\dfrac{10\sqrt{3}}{v\cos\theta}$.

由此可得，$v=\dfrac{15\sqrt{3}}{\sin(\theta+30°)}$.

又 $v\leqslant 30$，故 $\sin(\theta+30°)\geqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.从而，$30°\leqslant\theta<90°$.

由于 $\theta=30°$时，$\tan\theta$ 取得最小值，且最小值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

于是，当 $\theta=30°$时，$t=\dfrac{10+10\sqrt{3}\tan\theta}{30}$取得最小值，且最小值为$\dfrac{2}{3}$.



解法三：(1)同解法一或解法二.

(2)设小艇与轮船在 B 处相遇，

依据题意得：$v^2t^2=400+900t^2-2\cdot 20\cdot 30t\cdot\cos(90°-30°)$，

$(v^2-900)t^2+600t-400=0$.

①假设 $0<v<30$，那么由 $\Delta=360000+1600(v^2-900)=1600(v^2-675)\geqslant 0$.得 $v\geqslant 15\sqrt{3}$.

从而，$t=\dfrac{-300\pm 20\sqrt{v^2-675}}{v^2-900}$，$v\in[15\sqrt{3}，30)$.

ⅰ当 $t=\dfrac{-300-20\sqrt{v^2-675}}{v^2-900}$时，

令 $x=\sqrt{v^2-675}$，那么 $x\in[0,15)$，

$t=\dfrac{-300-20x}{x^2-225}=\dfrac{-20}{x-15}\geqslant\dfrac{4}{3}$，

当且仅当 $x=0$，即 $v=15\sqrt{3}$时等号成立.

ⅱ当 $t=\dfrac{-300+20\sqrt{v^2-675}}{v^2-900}$时，同理可得$\dfrac{2}{3}<t\leqslant\dfrac{4}{3}$.

由ⅰⅱ得，当 $v\in[15\sqrt{3}，30)$时，$t>\dfrac{2}{3}$.

②假设 $v=30$，那么 $t=\dfrac{2}{3}$;

综合①②可知，当 $v=30$ 时，t 取最小值，且最小值等于$\dfrac{2}{3}$.

此时，在△OAB 中，$OA=OB=AB=20$，

航行方向为北偏东 30°，航行速度为 30 海里/小时，小艇能以最短时间与轮船相遇.

高中数学〔必修 5〕第一章：解三角形

1．1 正弦定理与余弦定理

[根底训练 A 组]

一、选择题

1．在 ΔABC 中，角 $A:B:C=1:2:3$，那么边 $a:b:c$ 等于〔　　〕.

A．$1:2:3$　　B．$3:2:1$　　C．$1:\sqrt{3}:2$　　D．$2:\sqrt{3}:1$

2．以 4、5、6 为边长的三角形一定是〔　　〕.

A．锐角三角形　　B．直角三角形　　C．钝角三角形　　D．锐角或钝角三角形

3．在 ΔABC 中，假设 $b=2a\sin B$，那么角 A 等于〔　　〕.

A．$30^\circ,或60^\circ$　　B．$45^\circ,或60^\circ$　C．$120^\circ,或60^\circ$　　D．$30^\circ,或150^\circ$

4．边长为 $5,7,8$ 的三角形的最大角与最小角的和是〔　　〕.

A．90°　　B．120°　　C．135°　　D．150°

5．在 ΔABC 中，假设 $(a+b+c)(b+c-a)=3bc$，那么角 A 等于〔　　〕.

A．30°　　B．60°　　C．90°　　D．120°

6．在 ΔABC 中，假设 $a=7,b=8,\cos C=\dfrac{13}{14}$，那么最大角的余弦是〔　　〕.

A．$-\dfrac{1}{5}$　　B．$-\dfrac{1}{6}$　　C．$-\dfrac{1}{7}$　　D．$-\dfrac{1}{8}$

二、填空题

7．在ΔABC中，假设$a^2=b^2+bc+c^2$，那么角$A=$_________.

9．在ΔABC中，假设$b=2, B=30^\circ, C=135^\circ$，那么边$a=$_________.

10．在ΔABC中，假设$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\cos B}{b}=\dfrac{\cos C}{c}$，那么△ABC的形状是_________.

三、解答题

11．在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，证明：$\dfrac{a^2-b^2}{c^2}=\dfrac{\sin(A-B)}{\sin C}$.

12．在△ABC中，假设$(a^2+b^2)\sin(A-B)=(a^2-b^2)\sin(A+B)$，请判断三角形的形状.

13．在△ABC中，假设$A+B=120^\circ$，那么求证：$\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}=1$.

14．17．在△ABC中，$ab=60\sqrt{3}$，$\sin B=\sin C$，面积为$15\sqrt{3}$，求b边的长.

在△ABC中，最大角A为最小角C的2倍，且三边a,b,c为三个连续整数，求a,b,c值.

[提高训练B组]

一、选择题

1．在ΔABC中，假设角$A=2B$，那么边a等于（　　）.

A．$2b\sin A$　B．$2b\cos A$　C．$2b\sin B$　D．$2b\cos B$

2．在ΔABC中，$\sin A:\sin B:\sin C=2:\sqrt{6}:(\sqrt{3}+1)$，那么三角形最小的内角是（　　）.

A．60°　　B．45°　　C．30°　　D．以上都错

3．在ΔABC中，假设$C=90^\circ$，那么三边的比$\dfrac{a+b}{c}$等于（　　）.

A．$\sqrt{2}\cos\dfrac{A+B}{2}$　　B．$\sqrt{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

C．$\sqrt{2}\sin\dfrac{A+B}{2}$　　D．$\sqrt{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

4．在ΔABC中，假设$(b+c):(c+a):(a+b)=5:6:7$，那么$\cos B$的值为（　　）.

A．$\dfrac{11}{16}$　B．$\dfrac{11}{14}$　C．$\dfrac{9}{11}$　D．$\dfrac{7}{8}$

5．在ΔABC中，假设$\dfrac{\tan A}{\tan B}=\dfrac{a^2}{b^2}$，那么$\Delta ABC$的形状是（　　）.

A．直角三角形　B．等腰或直角三角形　C．不能确定　D．等腰三角形

6．在钝角ΔABC中，假设$a=1, b=2$，那么最大边c的取值范围是是（　　）.

A．$(\sqrt{5},3)$　B．$(2,3)$　C．$(\sqrt{5},4)$　D．$(\sqrt{5},\sqrt{7})$

二、填空题

7．在ΔABC中，假设$\sin A > \sin B$，那么角A一定大于角B，对吗？填__________〔对或错〕

8．在ΔABC中，∠C 是钝角，设$x=\sin C, y=\sin A+\sin B, z=\cos A+\cos B,$

那么x,y,z的大小关系是_______________________________.

9．在ΔABC中，假设$\sin^2 A=\sin^2 B+\sin B\sin C+\sin^2 C$，那么$\angle A=$_____.

10．在ΔABC中，$AB=\sqrt{6}-\sqrt{2}, C=30^\circ$，那么$AC+BC$的最大值是________.

3．在ΔABC中，假设$a=\sqrt{3}, b=\sqrt{2}, c=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$，那么角$A$的大小为〔　　〕.

A．30^0　　B．60^0　　C．90^0　　D．120^0

4．在△ABC中，$A=60^\circ$，$C=45^\circ$，$b=2$，那么此三角形的最小边长为〔　　〕.

A．$\sqrt{3}-1$　　B．$2(\sqrt{3}-1)$　　C．$\sqrt{3}+1$　　D．$2(\sqrt{3}+1)$

1．1 正弦定理与余弦定理　　[根底训练 A 组]

1．C　$A=\dfrac{\pi}{6}, B=\dfrac{\pi}{3}, C=\dfrac{\pi}{2}, a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=\dfrac{1}{2}:\dfrac{\sqrt{3}}{2}:\dfrac{2}{2}=1:\sqrt{3}:2$.

2．A　由余弦定理得：$\cos\theta=\dfrac{4^2+5^2-6^2}{2\times4\times5}=\dfrac{1}{8}>0$，且角$\theta$最大，∴最大内角为锐角.

3．D　$b=2a\sin B, \sin B=2\sin A\sin B, \sin A=\dfrac{1}{2}, A=30^\circ$，或$150^\circ$.

4．B　设中间角为θ，那么$\cos\theta=\dfrac{5^2+8^2-7^2}{2\times5\times8}=\dfrac{1}{2}, \theta=60^\circ, 180^\circ-60^\circ=120^\circ$为所求.

5．B　$(a+b+c)(b+c-a)=3bc, (b+c)^2-a^2=3bc,$

$b^2+c^2-a^2=3bc, \cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}, A=60^\circ$.

6．C　$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=9, c=3$，$B$为最大角，$\cos B=-\dfrac{1}{7}$.

7．120°　　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\dfrac{1}{2}, A=120^\circ$.

8．30°　由$a^2+b^2<c^2$得C为钝角，即角A为锐角.

9．$\sqrt{6}-\sqrt{2}$　$A=15^\circ, \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}, a=\dfrac{b\sin A}{\sin B}=4\sin A=4\sin 15^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{6}-2}{4}$.

10．等腰直角三角形

$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\cos B}{b}\Rightarrow\dfrac{\sin A}{\sin A}=\dfrac{\cos B}{\sin B}=1\Rightarrow B=\dfrac{\pi}{4}$，同理 $C=\dfrac{\pi}{4},A=\dfrac{\pi}{2}$．

11．证明：$\because\dfrac{a^2-b^2}{c^2}=\dfrac{\sin^2 A-\sin^2 B}{\sin^2 C}=\dfrac{\cos 2B-\cos 2A}{2\sin^2 C}$

$=\dfrac{2\sin(A+B)\sin(A-B)}{2\sin^2 C}=\dfrac{\sin(A-B)}{\sin C}$

所以命题成立．

12．解：$\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}=\dfrac{\sin(A+B)}{\sin(A-B)},\dfrac{a^2}{b^2}=\dfrac{\sin A\cos B}{\cos A\sin B}=\dfrac{\sin^2 A}{\sin^2 B}$，

$\dfrac{\cos B}{\cos A}=\dfrac{\sin A}{\sin B},\sin 2A=\sin 2B,2A=2B$ 或 $2A+2B=\pi$，

$\therefore$ 等腰或直角三角形．

13．证明：要证 $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}=1$，只要 证 $\dfrac{a^2+ac+b^2+bc}{ab+bc+ac+c^2}=1$，

即 $a^2+b^2-c^2=ab$，

而 $\because A+B=120^\circ,\therefore C=60^\circ$，

$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab},a^2+b^2-c^2=2ab\cos 60^\circ=ab$，

$\therefore$ 原式成立．

14．解：$\because A>B>C,\therefore a>b>c$，设 $a=n+1,b=n,c=n-1$，

那么 $\dfrac{n+1}{\sin 2C}=\dfrac{n-1}{\sin C}\Rightarrow\dfrac{n+1}{n-1}=\dfrac{\sin 2C}{\sin C}=2\cos C$，

而 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{(n+1)^2+n^2-(n-1)^2}{2(n+1)n}=\dfrac{n+4}{2n+2}$，

即 $\dfrac{n+4}{2n+2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{n+1}{n-1}\Rightarrow n=5$，

得 $a=6,b=5,c=4$．

1．1 正弦定理与余弦定理　［提高训练 B 组］

1．D　$\sin A=\sin 2B=2\sin B\cos B,a=2b\cos B$．

2．B　$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$，边 a 为最小边，$\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

3．B　$\frac{a+b}{c}=\frac{\sin A+\sin B}{\sin C}=\sin A+\sin B$

$=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}=\sqrt{2}\cos\frac{A-B}{2}$.

4．A　令$b+c=5k,c+a=6k,a=b=7k(k>0)$，那么$a+b+c=9k$，

得$a=4k,b=3k,c=2k$，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{11}{16}$.

5．B　$\frac{\sin A}{\cos A}\cdot\frac{\cos B}{\sin B}=\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B},\frac{\cos B}{\cos A}=\frac{\sin A}{\sin B},\sin A\cos A=\sin B\cos B$

$\sin 2A=\sin 2B,2A=2B\text{或}2A+2B=\pi$.

6．A　$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{5-c^2}{4}$，$C$为钝角，$-1<\cos C=\frac{5-c^2}{4}<0$，

$\sqrt{5}<c<3$.

7．对　由$\sin A>\sin B$,那么得$\frac{a}{2R}>\frac{b}{2R}\Rightarrow a>b\Rightarrow A>B$.

8．$x<y<z$　$A+B<\frac{\pi}{2},A<\frac{\pi}{2}-B,\sin A<\cos B,\sin B<\cos A,y<z$

$c<a+b,\sin C<\sin A+\sin B,x<y,x<y<z$.

9．$120°$　$\sin^2 A=\sin^2 B+\sin B\sin C+\sin^2 C\Rightarrow a^2=b^2+c^2+bc$，

即$b^2+c^2-a^2=-bc,\cos A=-\frac{1}{2}$，$\angle A=120°$.

10．4　$\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C},\frac{AC+BC}{\sin B+\sin A}=\frac{AB}{\sin C},\ AC+BC$

$=2(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sin A+\sin B)=4(\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$=4\cos\frac{A-B}{2}\le 4,(AC+BC)_{\max}=4$.

11．证明：将$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$代入右边

得右边$=c(\frac{a^2+c^2-b^2}{2abc}-\frac{b^2+c^2-a^2}{2abc})=\frac{2a^2-2b^2}{2ab}$

$=\frac{a^2-b^2}{ab}=\frac{a}{b}-\frac{b}{a}=$左边，

$\therefore\frac{a}{b}-\frac{b}{a}=c(\frac{\cos B}{b}-\frac{\cos A}{a})$

12．〔1〕证明：在△ABC中，得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

而$a=2R\sin A, b=2R\sin B, c=2R\sin C$

$(2R\sin A)^2=(2R\sin B)^2+(2R\sin C)^2-2\times 2R\sin B 2R\sin C\cos A$

得$4R^2\sin^2 A=4R^2\sin^2 B+4R^2\sin^2 C-4R^2\times 2\sin B\sin C\cos A$

所以$\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C-2\sin B\sin C\cos A$

〔2〕解；$\sin^2 20^\circ+\cos^2 50^\circ+\sin 20^\circ\cos 50^\circ$

$=\sin^2 20^\circ+\sin^2 40^\circ-2\sin 20^\circ\sin 40^\circ\cos 120^\circ$

$=\sin^2 120^\circ=\dfrac{3}{4}$.

1．2---1．3应用举例实习作业　　[根底训练A组]

1．D　仰角与俯角的定义理解．

2．A　坡底要伸长的长度刚好是斜坡长．

3．D　$\cos A=\dfrac{1}{2}, A=60^\circ, S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=6\sqrt{3}$．

4．C　$a>b\sin A$，有两个解．

5．C　$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{4}(a^2+b^2-c^2)\Rightarrow \sin C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\cos C\Rightarrow C=\dfrac{\pi}{4}$．

6．B　设货轮按北偏西30°的方向航行30分钟后N处，$\dfrac{MN}{\sin 30^\circ}=\dfrac{20}{\sin 105^\circ}$，

得$MN=10(\sqrt{6}-\sqrt{2})$，速度为$20(\sqrt{6}-\sqrt{2})$海里/小时．

7．$23\cdot 45^\circ$，$67\cdot 9^\circ$　使用计算器，注意余角．

8．直角三角形　设$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=k\,(k>0)$，

那么$\sin A=\dfrac{a}{k}$，$\sin B=\dfrac{b}{k}$，$\sin C=\dfrac{c}{k}$代入$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C$

得到$\dfrac{a^2}{k^2}+\dfrac{b^2}{k^2}=\dfrac{c^2}{k^2}$，$\therefore a^2+b^2=c^2$，$\therefore$△$ABC$为直角三角形．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/608062141071007022