# 2022-2023 学年天津市五区县高三下学期第一次摸底考试数学试题理试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

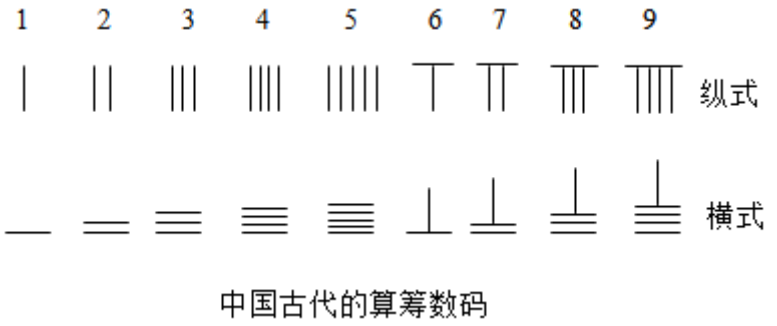
3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．中国古代用算筹来进行记数，算筹的摆放形式有纵横两种形式（如图所示），表示一个多位数时，像阿拉伯记数一样，把各个数位的数码从左到右排列，但各位数码的筹式需要纵横相间，其中个位、百位、方位……用纵式表示，十位、千位、十万位……用横式表示，则 **56846** 可用算筹表示为（　　）




中国古代的算筹数码

**A．** 　　**B．** 　　**C．** 

**D．** 

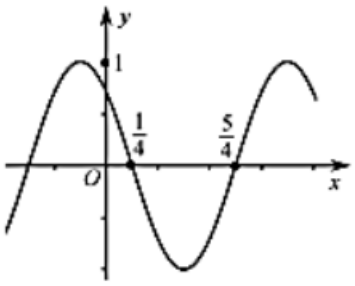
2．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左，右焦点分别为 $F_1$、$F_2$，过 $F_1$ 的直线 $l$ 交双曲线的右支于点 $P$，以双曲线的实轴为直径的圆与直线 $l$ 相切，切点为 $H$，若 $|F_1P|=3|F_1H|$，则双曲线 $C$ 的离心率为（　　）

**A．** $\frac{\sqrt{13}}{2}$　　**B．** $\sqrt{5}$　　**C．** $2\sqrt{5}$　　**D．** $\sqrt{13}$

3．2019 年 10 月 1 日，中华人民共和国成立 70 周年，举国同庆.将 2,0,1,9,10 这 5 个数字按照任意次序排成一行，拼成一个 6 位数，则产生的不同的 6 位数的个数为

**A．96**　　**B．84**　　**C．120**　　**D．360**

4．函数 $f\left(x\right)=\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为（　　）




**A.** $\left[-\frac{5}{4}+k\pi,-\frac{1}{4}+k\pi\right],k\in Z$　　**B.** $\left[-\frac{5}{4}+2k\pi,-\frac{1}{4}+2k\pi\right],k\in Z$

**C.** $\left[-\frac{5}{4}+k,-\frac{1}{4}+k\right],k\in Z$　　**D.** $\left[-\frac{5}{4}+2k,-\frac{1}{4}+2k\right],k\in Z$

5．圆锥底面半径为$\sqrt{5}$，高为$2$，$SA$是一条母线，$P$点是底面圆周上一点，则$P$点到$SA$所在直线的距离的最大值是（　）

**A.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　**B.** $\frac{4\sqrt{5}}{3}$　　**C.** $3$　　**D.** $4$

6．已知集合$M=\left\{(x,y)\,|\,x+y<4,x、y\in N^*\right\}$，则集合$M$的非空子集个数是（　　）

**A．2**　　**B．3**　　**C．7**　　**D．8**

7．下列不等式正确的是（　　）

**A.** $\sin 130^\circ>\sin 40^\circ>\log_3 4$　　**B.** $\tan 226^\circ<\ln 0.4<\tan 48^\circ$

**C.** $\cos\left(-20^\circ\right)<\sin 65^\circ<\lg 11$　　**D.** $\tan 410^\circ>\sin 80^\circ>\log_5 2$

8．设非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，满足$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}|=1$，且$\vec{b}$与$\vec{a}$的夹角为$\theta$，则“$|\vec{b}-\vec{a}|=\sqrt{3}$”是“$\theta=\frac{\pi}{3}$”的（　　）.

**A．充分非必要条件**　　**B．必要非充分条件**

**C．充分必要条件**　　**D．既不充分也不必要条件**

9．甲、乙、丙三人参加某公司的面试，最终只有一人能够被该公司录用，得到面试结果以后甲说：丙被录用了；乙说：甲被录用了；丙说：我没被录用.若这三人中仅有一人说法错误，则下列结论正确的是（　）

**A．丙被录用了**　　**B．乙被录用了**　　**C．甲被录用了**　　**D．无法确定谁被录用了**

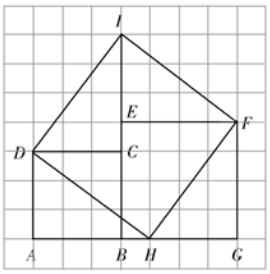
10．已知平行于$x$轴的直线分别交曲线$\ln y=2x+1,y^2=2x-1(y\geq 0)$于$A,B$两点，则$4|AB|$的最小值为（　　）

**A．**$5+\ln 2$　　**B．**$5-\ln 2$　　**C．**$3+\ln 2$　　**D．**$3-\ln 2$

11．在$\triangle ABC$中，角$A$、$B$、$C$所对的边分别为$a$、$b$、$c$，若$a\cos B-b\cos A=\frac{c}{4}$，则$\frac{a^2-b^2}{2c^2}=$（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{8}$

12．刘徽是我国魏晋时期伟大的数学家，他在《九章算术》中对勾股定理的证明如图所示.“勾自乘为朱方，股自乘为青方，令出入相补，各从其类，因就其余不移动也.合成弦方之幂，开方除之，即弦也”.已知图中网格纸上小正方形的边长为1，其中“正方形$ABCD$为朱方，正方形$BEFG$为青方”，则在五边形$AGFID$内随机取一个点，此点取自朱方的概率为（　　）




A．$\frac{16}{37}$　　B．$\frac{9}{49}$　　C．$\frac{9}{37}$　　D．$\frac{3}{11}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．设函数$f(x)=\begin{cases}2-\left|\left(\frac{k+17}{4}\right)x+2\right|, x\le 0\\ x^2, x>0\end{cases}$，$g(x)=k\left(x-\frac{4}{3}\right)$，其中$k>0$．若存在唯一的整数$x$，使得$f(x)<g(x)$，则实数$k$的取值范围是_____.

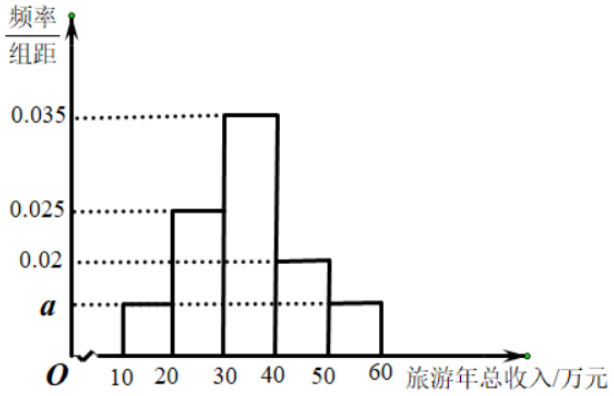
14．已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，对于任意$x$都有$f(\frac{\pi}{6}+x)=f(\frac{\pi}{6}-x)$，则$f(\frac{\pi}{6})$的值为_____.

15．随着国力的发展，人们的生活水平越来越好，我国的人均身高较新中国成立初期有大幅提高.为了掌握学生的体质与健康现状，合理制定学校体育卫生工作发展规划，某市进行了一次全市高中男生身高统计调查，数据显示全市30000名高中男生的身高$\xi$（单位：$cm$）服从正态分布$N(172,\sigma^2)$，且$P(172<\xi\le 180)=0.4$，那么该市身高高于$180cm$的高中男生人数大约为_____.

16．已知函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx$，若关于$x$的不等式$f(x)<0$的解集是$(-\infty,-1)\cup(0,2)$，则$\frac{b+c}{a}$的值为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）2019年9月26日，携程网发布《2019国庆假期旅游出行趋势预测报告》，2018年国庆假日期间，西安共接待游客1692.56万人次，今年国庆有望超过2000万人次，成为西部省份中接待游客量最多的城市.旅游公司规定：若公司某位导游接待旅客，旅游年总收入不低于40(单位：万元)，则称该导游为优秀导游.经验表明，如果公司的优秀导游率越高，则该公司的影响度越高.已知甲、乙家旅游公司各有导游40名，统计他们一年内旅游总收入，分别得到甲公司的频率分布直方图和乙公司的频数分布表如下：




| 分组 | [10,20) | [20,30) | [30,40) | [40,50) |
|---|---|---|---|---|
| 频数 | 2 | $b$ | 20 | 10 |

（1）求 $a$，$b$ 的值，并比较甲、乙两家旅游公司，哪家的影响度高？

（2）从甲、乙两家公司旅游总收人在 $[10,20)$ (单位：万元)的导游中，随机抽取 3 人进行业务培训，设来自甲公司的人数为 $X$，求 $X$ 的分布列及数学期望.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-ae^{x}-2a^{2}x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)\geq 0$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围.

19.（12 分）某景点上山共有 $999$ 级台阶，寓意长长久久．甲上台阶时，可以一步走一个台阶，也可以一步走两个台阶，若甲每步上一个台阶的概率为 $\frac{1}{3}$，每步上两个台阶的概率为 $\frac{2}{3}$．为了简便描述问题，我们约定，甲从 $0$ 级台阶开始向上走，一步走一个台阶记 $1$ 分，一步走两个台阶记 $2$ 分，记甲登上第 $n$ 个台阶的概率为 $P_n$，其中 $n\in N^{*}$，且 $n\leq 998$.

（1）若甲走 $3$ 步时所得分数为 $X$，求 $X$ 的分布列和数学期望；

（2）证明：数列 $\{P_{n+1}-P_n\}$ 是等比数列；

（3）求甲在登山过程中，恰好登上第 $99$ 级台阶的概率.

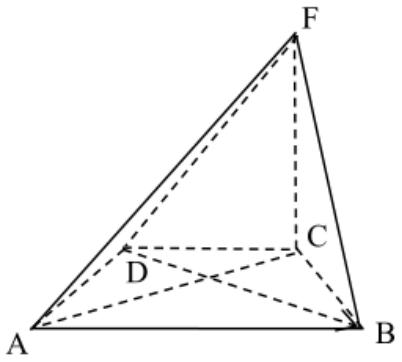
20.（12 分）已知函数 $f(x)=ax-\ln x-1(a\in R)$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性并指出相应单调区间；

（2）若 $g(x)=\frac{1}{2}x^{2}-x-1-f(x)$，设 $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ 是函数 $g(x)$ 的两个极值点，若 $a\geq\frac{3}{2}$，且 $g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\geq k$ 恒成立，求实数 $k$ 的取值范围.

21.（12 分）若正数 $a,b,c$ 满足 $a+b+c=1$，求 $\frac{1}{3a+2}+\frac{1}{3b+2}+\frac{1}{3c+2}$ 的最小值.

22.（10 分）在如图所示的四棱锥 $F-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$AB//CD$，$\angle ABC=60°$，$FC\perp$ 平面 $ABCD$，$AC\perp BF$，$CB=CD=1$.




（1）求证：$AC\perp$ 平面 $BCF$；

（2）已知二面角 $F-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$，求直线 $AF$ 与平面 $DFB$ 所成角的正弦值.

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据题意表示出各位上的数字所对应的算筹即可得答案.

【详解】

解：根据题意可得，各个数码的筹式需要纵横相间，个位，百位，万位用纵式表示；十位，千位，十万位用横式表示，

$\therefore 56846$ 用算筹表示应为：纵 5 横 6 纵 8 横 4 纵 6，从题目中所给出的信息找出对应算筹表示为 $B$ 中的.

故选：$B$.

【点睛】

本题主要考查学生的合情推理与演绎推理，属于基础题.

2、A

【解析】

在 $\Delta PF_1F_2$ 中，由余弦定理，得到 $|PF_2|$，再利用 $|PF_1|-|PF_2|=2a$ 即可建立 $a,b,c$ 的方程.

【详解】

由已知，$|HF_1|=\sqrt{F_1O^2-OH^2}=\sqrt{c^2-a^2}=b$，在$\Delta PF_1F_2$中，由余弦定理，得

$|PF_2|=\sqrt{PF_1^2+F_1F_2^2-2PF_1\cdot F_1F_2\cdot\cos\angle PF_1F_2}=\sqrt{4c^2+9b^2-2\times2c\times3b\times\frac{b}{c}}=$

$\sqrt{4a^2+b^2}$，又$|PF_1|=3|HF_1|=3b$，$|PF_1|-|PF_2|=2a$，所以$3b-\sqrt{4a^2+b^2}=2a$，

$\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{3}{2}\therefore e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$，

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的计算问题，处理双曲线离心率问题的关键是建立$a,b,c$三者间的关系，本题是一道中档题.

3、B

【解析】

2,0,1,9,10 按照任意次序排成一行，得所有不以 0 开头的排列数共$4A_4^4=96$个，其中含有 2 个 10 的排列数共$A_4^2=12$个，

所以产生的不同的 6 位数的个数为$96-12=84$.故选 B.

4、D

【解析】

由图象可以求出周期，得到$\omega$，根据图象过点$(\frac{3}{4},-1)$可求$\varphi$，根据正弦型函数的性质求出单调增区间即可.

【详解】

由图象知$\frac{T}{2}=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}=1$，

所以$T=2$，$\omega=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

又图象过点$(\frac{3}{4},-1)$，

所以$-1=\sin(\frac{3\pi}{4}+\varphi)$，

故$\varphi$可取$\frac{3\pi}{4}$，

所以$f(x)=\sin(\pi x+\frac{3\pi}{4})$

令$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le\pi x+\frac{3\pi}{4}\le2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，

解得$2k-\frac{5}{4}\le x\le2k-\frac{1}{4},k\in Z$

所以函数的单调递增区间为$\left[-\frac{5}{4}+2k,-\frac{1}{4}+2k\right],k\in Z$

故选：$D$.

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象与性质，利用“五点法”求函数解析式，属于中档题.

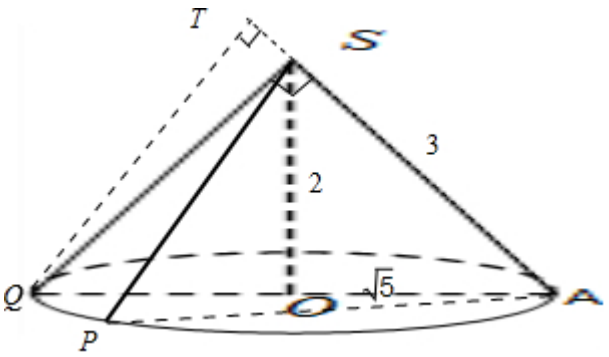
5、C

【解析】

分析：作出图形，判断轴截面的三角形的形状，然后转化求解$P$的位置，推出结果即可.

详解：圆锥底面半径为$\sqrt{5}$，高为2，$SA$是一条母线，$P$点是底面圆周上一点，$P$在底面的射影为$O$；

$SA=\sqrt{5+4}=3$，$OA>SO$，过$SA$的轴截面如图：




$\angle ASQ>90°$，过$Q$作$QT\perp SA$于$T$，则$QT<QS$，在底面圆周，选择$P$，使得$\angle PSA=90°$，则$P$到$SA$的距离的最大值为3，故选：C

点睛：本题考查空间点线面距离的求法，考查空间想象能力以及计算能力，解题的关键是作出轴截面图形，属中档题.

6、C

【解析】

先确定集合$M$中元素，可得非空子集个数.

【详解】

由题意$M=\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$，共3个元素，其子集个数为$2^3=8$，非空子集有7个.

故选：C.

【点睛】

本题考查集合的概念，考查子集的概念，含有$n$个元素的集合其子集个数为$2^n$，非空子集有$2^n-1$个.

7、D

【解析】

根据$\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$，利用排除法，即可求解.

【详解】

由$\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \cos 20^\circ = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$，

可排除 A、B、C 选项，

又由$\tan 410^\circ = \tan 50^\circ > 1 > \sin 80^\circ > \frac{1}{2} = \log_5 \sqrt{5} > \log_5 2$，

所以$\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象与性质，以及对数的比较大小问题，其中解答熟记三角函数与对数函数的性质是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

8、C

【解析】

利用数量积的定义可得$\theta$，即可判断出结论.

【详解】

解：$|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{3}$，$\therefore \vec{b}^2 + \vec{a}^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b} = 3$，$\therefore 2^2 + 1 - 2 \times 2 \times 1 \times \cos\theta = 3$，

解得$\cos\theta = \frac{1}{2}$，$\theta \in [0, \pi]$，解得$\theta = \frac{\pi}{3}$，

$\therefore$ “$|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{3}$”是“$\theta = \frac{\pi}{3}$”的充分必要条件.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查平面向量数量积的应用，考查推理能力与计算能力，属于基础题.

9、C

【解析】

假设若甲被录用了，若乙被录用了，若丙被录用了，再逐一判断即可.

【详解】

解：若甲被录用了，则甲的说法错误，乙，丙的说法正确，满足题意，

若乙被录用了，则甲、乙的说法错误，丙的说法正确，不符合题意，

若丙被录用了，则乙、丙的说法错误，甲的说法正确，不符合题意，

综上可得甲被录用了，

**故选：C.**

【点睛】

本题考查了逻辑推理能力，属基础题.

10、A

【解析】

设直线为$y=a(a>0),A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$，用$a$表示出$x_1$，$x_2$，求出$4|AB|$，令$f(a)=a^2+2-\ln a$，利用导数求出单调区间和极小值、最小值，即可求出$4|AB|$的最小值.

【详解】

解：设直线为$y=a(a>0),A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$，则$\ln a=2x_1+1$，$\therefore x_1=\frac{1}{2}(\ln a-1)$，

而$x_2$满足$a^2=2x_2-1$，$\therefore x_2=\frac{a^2+1}{2}$

那么$4|AB|=4(x_2-x_1)=4\left[\frac{a^2+1}{2}-\frac{1}{2}(\ln a-1)\right]=2\left(a^2+2-\ln a\right)$

设$f(a)=a^2+2-\ln a$，则$f'(a)=\frac{2a^2-1}{a}$，函数$f(a)$在$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$上单调递增，

所以$4|AB|_{\min}=2f(a)_{\min}=2f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=5+\ln 2$

故选：$A$.

【点睛】

本题考查导数知识的运用：求单调区间和极值、最值，考查化简整理的运算能力，正确求导确定函数的最小值是关键，属于中档题.

11、D

【解析】

利用余弦定理角化边整理可得结果.

【详解】

由余弦定理得：$a\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}-b\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{c}{4}$，

整理可得：$a^2-b^2=\frac{c^2}{4}$，$\therefore\frac{a^2-b^2}{2c^2}=\frac{1}{8}$.

故选：$D$.

【点睛】

本题考查余弦定理边角互化的应用，属于基础题.

12、C

【解析】

首先明确这是一个几何概型面积类型，然后求得总事件的面积和所研究事件的面积，代入概率公式求解.

【详解】

因为正方形 $ABCD$ 为朱方，其面积为 9，

五边形 $AGFID$ 的面积为 $S_{ABCD}+S_{BGFE}+S_{\Delta DCI}+S_{\Delta IEF}=37$，

所以此点取自朱方的概率为 $\frac{9}{37}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了几何概型的概率求法，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$[\frac{17}{3},6]$

【解析】

根据分段函数的解析式画出图像,再根据存在唯一的整数 $x$ 使得 $f(x)<g(x)$ 数形结合列出临界条件满足的关系式求解即可.

【详解】

解：Q 函数 $f(x)=\begin{cases}2-\left|\left(\frac{k+17}{4}\right)x+2\right|, x\le 0\\ x^2, x>0\end{cases}$ ,且 $k>0$,

画出 $f(x)$ 的图象如下：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/608064105043006061