

江苏省苏锡常镇四市 2024 届高三教学情况调研数学试题

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

注意事项:

1. 本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 考生务必将姓名、考生号等个人信息填写在答题卡指定位置.
3. 考生作答时, 请将答案答在答题卡上. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答. 超出答题区域书写的答案无效, 在试题卷、草稿纸上作答无效.

一、选择题 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $2 - zi = 1 + i$, 则 $z =$ ()
A. $-1 - i$ B. $1 - i$ C. $1 + i$ D. $-1 + i$
2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x + 1 > 0\}$, $B = \{x | x \leq a\}$, 若 $A \cap B$ 中有 2 个元素, 则 a 的取值范围是 ()
A. $[2, 4)$ B. $[1, 2)$ C. $[2, 4]$ D. $[1, 2]$
3. 某学生通过计步仪器, 记录了自己最近 30 天每天走的步数, 数据从小到大排序如下:
5588 6054 8799 9851 9901 10111 11029 11207 12634 12901
13001 13092 13127 13268 13562 13621 13761 13801 14101 14172
14191 14292 14426 14468 14562 14621 15061 15601 15901 19972
估计该学生最近 30 天每天走的步数数据的第 75 百分位数为 ()
A. 14292 B. 14359 C. 14426 D. 14468
4. 若函数 $y = f(x) - 1$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 则 $f(-1) + f(0) + f(1) =$ ()
A. 3 B. 2 C. -2 D. -3
5. 有 4 个外包装相同的盒子, 其中 2 个盒子分别装有 1 个白球, 另外 2 个盒子分别装有 1 个黑球, 现准备将每个盒子逐个拆开, 则恰好拆开 2 个盒子就能确定 2 个白球在哪个盒子中的概率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

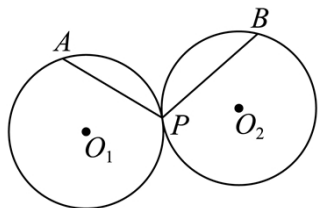
6. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点, M 是双曲线 C 右支上的一个动点, 且 “ $|MF_1|^2 - |MF_2|^2$ ” 的最小值是 $8\sqrt{6}$, 则双曲线 C 的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm \frac{1}{2}x$ B. $y = \pm \sqrt{2}x$
 C. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

7. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, 过点 $A(2, 0)$ 的直线 l 与圆 O 交于 B, C 两点, 且 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$, 则 $|BC| =$ ()

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

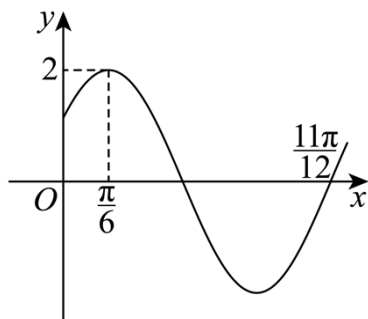
8. 如图, 圆 O_1 和圆 O_2 外切于点 P , A, B 分别为圆 O_1 和圆 O_2 上的动点, 已知圆 O_1 和圆 O_2 的半径都为 1, 且 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = -1$, 则 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|^2$ 的最大值为 ()



- A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 ()



- A. $f(0) = 1$
 B. $f(x)$ 在区间 $(\frac{4\pi}{3}, \frac{11\pi}{6})$ 单调递减

C. $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 的值域为 $[-1, \sqrt{3}]$

D. $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$ 有 3 个极值点

10. 已知正四棱锥 $S-ABCD$ 的所有棱长均相等, O 为顶点 S 在底面内的射影, 则下列说法正确的有 ()

A. 平面 $SAD \perp$ 平面 SBC

B. 侧面 SBC 内存在无穷多个点 P , 使得 $OP \parallel$ 平面 SAD

C. 在正方形 $ABCD$ 的边上存在点 Q , 使得直线 SQ 与底面所成角大小为 $\frac{\pi}{3}$

D. 动点 M, N 分别在棱 AB 和 BC 上 (不含端点), 则二面角 $S-MN-O$ 的范围是 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$

11. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 0]$ 上单调递增, 且满足 $f(4-x) = f(x)$,

$f(2-x) = -f(x)$, 则 ()

A. $\sum_{k=1}^{10} f(k) = 0$

B. $f(0.9) + f(1.2) < 0$

C. $f(2.5) > f(\log_2 80)$

D. $f(\sin 1) < f\left(\ln \frac{1}{2}\right)$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x > 0 \\ f(x+2), & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f\left(\log_3 \frac{1}{16}\right) =$ _____.

13. 已知 $A(-1, 0), B(-4, 0), |PB| = 2|PA|$, 若平面内满足到直线 $l: 3x + 4y + m = 0$ 的距离为 1 的点 P 有且只有 3 个, 则实数 $m =$ _____.

14. 有序实数组 $(x_1, x_2, \dots, x_n) (n \in \mathbf{N}^*)$ 称为 n 维向量, $|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$ 为该向量的范数, 范数在度量向量的长度和大小方面有着重要的作用. 已知 n 维向量 $\vec{a} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 其中 $x_i \in \{0, 1, 2\}, i = 1, 2, \dots, n$. 记范数为奇数的 \vec{a} 的个数为 A_n , 则 $A_4 =$ _____; $A_{2n+1} =$ _____ (用含 n 的式子表示)

四、解答题 本题共 5 小题, 第 15 小题 13 分, 第 16、17 小题 15 分, 第 18、19 小题 17 分, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\frac{2\tan A}{\tan A + \tan B} = \frac{a}{c}$.

(1) 求角 B ;

(2) 若 $a^2 + b^2 = 4c^2$, 且 $\triangle ABC$ 的周长为 $5 + \sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. 单位面积穗数、穗粒数、千粒重是影响小麦产量的主要因素, 某小麦品种培育基地在一块试验田种植了一个小麦新品种, 收获时随机选取了 100 个小麦穗, 对每个小麦穗上的小麦粒数进行统计得到如下统计表:

穗粒数	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)
穗数	4	10	56	22	8

其中同一组中的数据用该组区间的中点值作代表. 从收获的小麦粒中随机选取 5 组, 每组 1000 粒, 分别称重, 得到这 5 组的质量 (单位: g) 分别为: 38, 46, 42, 40, 44.

(1) 根据抽测, 这块试验田的小麦亩穗数为 40 万, 试估计这块试验田的小麦亩产量 (结果四舍五入到 1kg);

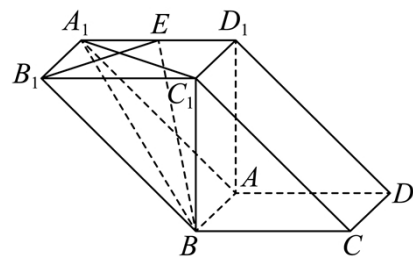
公式: 亩产量 = 亩穗数 \times 样本平均穗粒数 $\times \frac{\text{样本平均千粒重}}{1000}$.

(2) 已知该试验田穗粒数 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 近似为样本平均数, σ^2 近似为样本方差. 若小麦穗粒数不低于 28 粒的穗数超过总体的 80%, 则称该小麦品种为优质小麦品种, 试判断该试验田中的小麦品种是否为优质小麦品种.

参考数据: 若 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$.

17. 如图, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是面积相等的矩形,

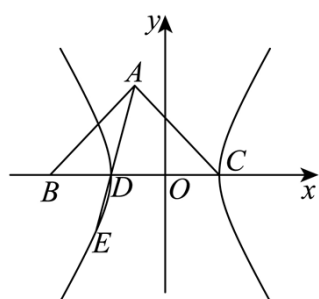
$AB = 1$, $AD = \sqrt{2}$, 平面 $A_1B_1C_1D_1 \perp$ 平面 ABC_1D_1 , E 为 A_1D_1 的中点.



(1) 求点 B_1, E 到平面 A_1BC_1 距离的差;

(2)求直线 AB 与平面 BB_1E 所成角的正弦值.

18. 三等分角是古希腊几何尺规作图的三大问题之一, 如今数学上已经证明三等分任意角是尺规作图不可能问题, 如果不局限于尺规, 三等分任意角是可能的. 下面是数学家帕普斯给出的一种三等分角的方法: 已知角 $\alpha(0 < \alpha < \pi)$ 的顶点为 A , 在 α 的两边上截取 $|AB|=|AC|$, 连接 BC , 在线段 BC 上取一点 O , 使得 $|BO|=2|CO|$, 记 BO 的中点为 D , 以 O 为中心, C, D 为顶点作离心率为 2 的双曲线 M , 以 A 为圆心, AB 为半径作圆, 与双曲线 M 左支交于点 E (射线 AE 在 $\angle BAC$ 内部), 则 $\angle BAE = \frac{1}{3}\angle BAC$. 在上述作法中, 以 O 为原点, 直线 BC 为 x 轴建立如图所示的平面直角坐标系, 若 $B(-2, 0)$, 点 A 在 x 轴的上方.



(1)求双曲线 M 的方程;

(2)若过点 A 且与 x 轴垂直的直线交 x 轴于点 G , 点 E 到直线 AG 的距离为 d .

证明: ① $\frac{|BE|}{d}$ 为定值;

② $\angle BAE = \frac{1}{3}\angle BAC$.

19. 已知函数 $f(x) = (x - 2e^2)\ln x - ax - 2e^2 (a \in \mathbf{R})$.

(1)若 $a = 1$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)已知存在 $x_0 \in (1, e^2)$, 使得 $f(x) \geq f(x_0)$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 若方程 $f(x_0) = -e^{kx_0} - 2e^2 kx_0$ 有解, 求实数 k 的取值范围.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/615103233102011211>