

D、3

5. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$ ，函数 $g(x) = ax + 2$ ($a > 0$)，若 $\forall x_1 \in [-1, 2]$ 、 $\exists x_2 \in [-1, 2]$ ，使得 $f(x_1) = g(x_2)$ ，则实数 a 的取值范围为 ()。

A、 $(0, \frac{1}{2}]$

B、 $(0, 3]$

C、 $[\frac{1}{2}, 3]$

D、 $[3, +\infty)$

6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R ， $y = f(x) + e^x$ 是偶函数， $y = f(x) - 3e^x$ 是奇函数，则函数 $f(x)$ 的最小值为 ()。

A、 e

B、 $2\sqrt{2}$

C、 $2\sqrt{3}$

D、 $2e$

7. 已知各项为正的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $S_n = \frac{1}{4}(a_n + 1)^2$ ，则 $\frac{2S_n + 6}{a_n + 3}$ 的最小值为 ()。

A、2

B、3

C、4

D、 $\frac{9}{2}$

8. 若 $a = 0.001 + \sin 0.001$ 、 $b = \ln 1.001$ 、 $c = e^{0.001} - 1$ ，则 ()。

A、 $a > b > c$

B、 $a > c > b$

C、 $b > a > c$

D、 $c > b > a$

二、**选择题**：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9. 下列说法正确的是 ()。

A、关于 x 的不等式 $(2x - 1)(1 - x) < 0$ 的解集为 $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$

B、若实数 a 、 b 、 c 满足： $a \cdot c^2 > b \cdot c^2$ ，则 $a > b$

C、若 $x \in R$ ，则函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$ 的值域为 $[2, +\infty)$

D、当 $x \in R$ 时，不等式 $kx^2 - kx + 1 > 0$ 恒成立，则实数 k 的取值范围为 $(0, 4)$

10. 已知 $a > 0$ 、 $b > 0$ ，且 $a + 2b = ab$ ，则下列表达式正确的是 ()。

A、 $a > 2$ ， $b > 1$

B、 $a + b$ 的最小值为 3

C、 ab 的最小值为 8

D、 $(a - 2)^2 + (b - 1)^2$ 的最

小值为 4

11. 已知函数 $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - a$ 有 3 个零点 x_1 、 x_2 、 x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$)，则以下结论正确的是 ()。

A、 $x_1 > 0$

B、 $x_3 < 4$

C、存在实数 a ，使得 x_1 、 x_2 、 x_3 成等差数列

D、存在实数 a ，使得

x_1 、 x_2 、 x_3 成等比数列

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知命题 $p: \exists x_0 \in R, 4m \cdot |x_0| + m > 0$ ，若命题 p 为假命题，则实数 m 的取值范围为_____。

13. 已知函数 $f(x)$ 满足： $f(x + 2) = 2f(x)$ ，且当 $x \in [8, 10]$ 时， $f(x) = -(x - 8)(x - 10)$ 。若 $f(x) = t$ ， $x \in [0, 10]$ 恰有 6 个解，则实数 t 的取值范围为_____。

14. 设 a 、 b 、 c 是三个正实数，且 $a + b + 2c = \frac{bc}{a}$ ，则 $\frac{a}{3b + c}$ 的最大值为_____。

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分) 甲、乙两同学在复习数列时发现原来曾经做过的一道数列问题因纸张被破坏，导致一个条件看不清，具体如下：等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知_____。

(1) 判断 S_1 、 S_2 、 S_3 的关系；

(2) 若 $a_1 - a_3 = 3$ ，设 $b_n = \frac{n}{12} |a_n|$ ，记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，证明： $T_n < \frac{4}{3}$ 。

甲同学记得缺少的条件是首项的值，乙同学记得缺少的条件是公比的值，并且他俩都记得第（1）问的答案是 S_1 、 S_3 、 S_2 成等差数列。如果甲、乙两同学记得的答案是正确的，请你通过推理把条件补充完整并解答此题。

16.（本小题满分15分）已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R ，对 $\forall x, y \in R$ ，都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 恒成立，当 $x < 0$ 时， $f(x) > 0$ ，且 $f(1) = -2$ 。

（1）判断函数 $f(x)$ 在 R 上的奇偶性并证明；

（2）判断函数 $f(x)$ 在 R 上的单调性并证明；

（3）当 $x \in [1, 2]$ 时，不等式 $f(x^2 - mx) + f(x) < 4$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

17. (本小题满分15分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$ 都有

$$\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \cdots + \frac{a_{n-1}}{2^{n-1}} + \frac{a_n}{2^n} = n.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{(n+1) \cdot \log_2 a_n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 且数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 问是否存在正整

数 m , 对任意正整数 n 有 $T_n > \frac{m}{2024}$ 恒成立? 若存在, 求出 m 的最大值; 若不存在, 请

说明理由。

18. (本小题满分17分) 已知函数 $f(x) = x^a \cdot \ln x$ ($a > 0$)。

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x) \leq x$, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 若 $f'(x) \leq 1$, 求实数 a 的值。

19. (本小题满分17分) 已知函数 $f(x) = x - \ln(x+a)$ ($a \in \mathbb{R}$ 且 $a > 0$) 的最小值为 0。

(1) 求实数 a 的值;

(2) 若对任意的 $x \in [0, +\infty)$, 有 $f(x) \leq kx^2$ 恒成立, 求实数 k 的最小值;

(3) 证明: $\sum_{i=1}^n \frac{2}{2i-1} < \ln(2n+1) + 2$ ($n \in \mathbb{N}^*$)。

绝密★启用并使用完毕前
时____分——____时____分

测试时间：_____年____月____日

辽宁省重点高中协作校 2023-2024 学年第二学期高二期末考试模拟

卷 B

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 3 - x > 1\}$ 、集合 $B = \{0, 2, 4\}$ ，则 $A \cap B =$ ()。

A、 $\{0\}$

B、 $\{0, 2\}$

C、 $\{2, 4\}$

D、 $\{4\}$

【答案】A

【解析】由题意可知 $A = (-\infty, 2)$ ，则 $A \cap B = \{0\}$ ，故选 A。

2. 使得“函数 $f(x) = \sqrt{7 + 2ax - x^2}$ 在区间 $[-1, 1]$ 上单调递减”成立的一个充分不必要条件是 ()。

A、 $a \leq -1$

B、 $-3 < a < -1$

C、 $-3 \leq a < 0$

D、 $0 < a \leq 3$

【答案】B

【解析】令 $t = 7 + 2ax - x^2$ ， $f(t) = \sqrt{t}$ ($t \geq 0$)，

$$\text{由函数 } f(x) \text{ 在 } [-1, 1] \text{ 上单调递减得 } \begin{cases} -\frac{2a}{-2} = a \leq -1 \\ 6 + 2a \geq 0 \end{cases}, \text{ 解得 } -3 \leq a \leq -1,$$

\therefore 使 $-3 \leq a \leq -1$ 成立的一个充分不必要条件为 $-3 < a < -1$ ，故选 B。

3. 我们可以把 $1+1\%$ 看作每天的“进步”率都是 1% ，一年后是 1.01^{365} ；而把 $1-1\%$ 看作每天的“落后”率都是 1% ，一年后是 0.99^{365} ，可以计算得到，一年后的“进步”是“落后”

的 $\frac{1.01^{365}}{0.99^{365}} \approx 1484$ 倍，如果每天的“进步”率和“落后”率都是 20% ，大约经过 () 天

后，“进步”是“落后”的 10000 倍。

B.

5. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$ ，函数 $g(x) = ax + 2$ ($a > 0$)，若 $\forall x_1 \in [-1, 2]$ 、 $\exists x_2 \in [-1, 2]$ ，使得 $f(x_1) = g(x_2)$ ，则实数 a 的取值范围为 ()。

A、 $(0, \frac{1}{2}]$

B、 $(0, 3]$

C、 $[\frac{1}{2}, 3]$

D、 $[3, +\infty)$

【答案】D

【解析】 $f(x) = (x-1)^2 - 1$ ，当 $x \in [-1, 2]$ 时， $f(x)$ 的值域为 $[-1, 3]$ ，

$g(x) = ax + 2$ ($a > 0$)，当 $x \in [-1, 2]$ 时， $g(x)$ 的值域为 $[-a + 2, 2a + 2]$ ，

$\because \forall x_1 \in [-1, 2]$ 、 $\exists x_2 \in [-1, 2]$ ，使得 $f(x_1) = g(x_2)$ ，则 $[-1, 3] \subseteq [-a + 2, 2a + 2]$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2 - a \leq -1 \\ 2a + 2 \geq 3 \end{cases}, \text{解得 } a \geq 3, \text{ 故选 D.}$$

6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R ， $y = f(x) + e^x$ 是偶函数， $y = f(x) - 3e^x$ 是奇函数，则函数 $f(x)$ 的最小值为 ()。

A、 e

B、 $2\sqrt{2}$

C、 $2\sqrt{3}$

D、 $2e$

【答案】B

【解析】 \because 函数 $y = f(x) + e^x$ 为偶函数，则 $f(-x) + e^{-x} = f(x) + e^x$ ，即

$$f(x) - f(-x) = e^{-x} - e^x \text{ ①},$$

\because 函数 $y = f(x) - 3e^x$ 为奇函数，则 $f(-x) - 3e^{-x} = -f(x) + 3e^x$ ，即

$$f(x) + f(-x) = 3e^{-x} + 3e^x \text{ ②},$$

联立①②可得 $f(x) = e^x + 2e^{-x}$ ，由基本不等式可得

$$f(x) = e^x + 2e^{-x} \geq 2\sqrt{e^x \cdot 2e^{-x}} = 2\sqrt{2},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/615222211000011304>