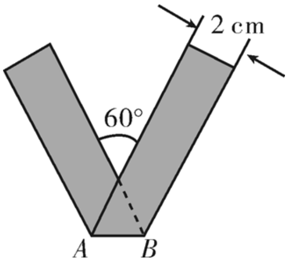
专题23 锐角三角函数 2023年中考数学一轮复习专题训练（北京专用）

一、单选题

1．（2022·房山模拟）将宽为2 cm的长方形纸条折叠成如图所示的形状，那么折痕AB的长是(　　)

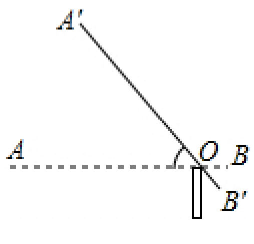


A．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$cm　　B．$2\sqrt{2}$cm　　C．4cm　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$cm

2．（2021九上·门头沟期末）在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\tan A=2$，则$\sin A$的值是（　　）

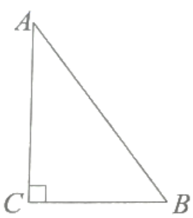
A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}$

3．（2021九上·通州期末）如图，某停车场入口的栏杆从水平位置AB绕点O旋转到AB的位置．已知$AO=4$米，若栏杆的旋转角$\angle AOA=47°$，则栏杆端点A上升的垂直距离AH为（　　）



A．4sin47°米　　B．4cos47°米　　C．4tan47°米　　D．$\frac{4}{\sin 47°}$米

4．（2021九上·石景山期末）如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$．若$AC=4$，$BC=3$，则$\sin A$的值为（　　）

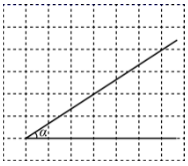


A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\frac{4}{5}$

5．（2021 九上·昌平期末）已知∠A 为锐角，且 sinA＝$\frac{1}{2}$，那么∠A 等于（　　）

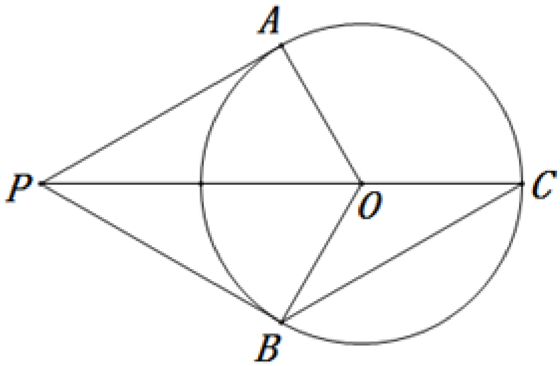
A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

6．（2021 九上·平谷期末）如图，角α在边长为 1 的正方形网格中，则$\tan\alpha$的值是（　　）



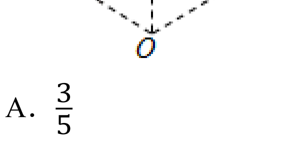
A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{3\sqrt{13}}{13}$　　C．$\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　D．$\frac{3}{2}$

7．（2021·东城模拟）如图，PA，PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别为 A，B， PO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C，连接 OA，OB，BC．若 $AO=2,OP=4$ ，则 $\angle C$ 等于（　　）



A．20°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

8．（2021 九下·海淀月考）《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表，其中《方田》章给出计算弧田面积所用公式为：弧田面积＝ $\frac{1}{2}$ （弦×矢＋矢 ^{2}），弧田（如图）是由圆弧和其所对的弦所围成，公式中“弦”指圆弧所对弦长 AB，“矢”等于半径长与圆心 O 到弦的距离之差．在如图所示的弧田中，“弦”为 8，“矢”为 3，则 cos∠OAB＝（　　）



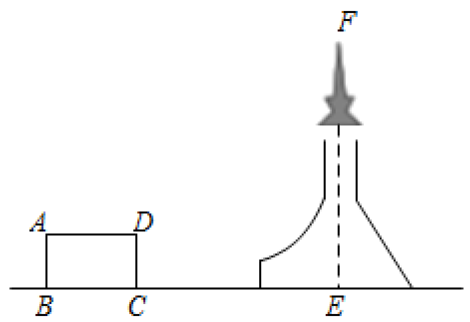
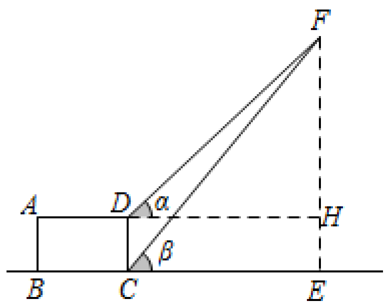
A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{24}{25}$　　C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{12}{25}$

9．（2020 九上·顺义期末）在 Rt△ABC 中， $\angle C=90^{\circ}$ ， $AB=\sqrt{5}$ ， $AC=2$ ，则

tanB 的值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10．（2021 九上·北京月考）下表是小红填写的实践活动报告的部分内容：

<table>
<tr><td>题目</td><td colspan="2">测量铁塔顶端到地面的高度</td></tr>
<tr><td>测量目标示意图</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>相关数据</td><td colspan="2">$CD=10m$，$\alpha=45^\circ$，$\beta=50^\circ$</td></tr>
</table>

设铁塔顶端到地面的高度 FE 为 xm，根据以上条件，可以列出的方程为(　　)

A．$x=(x-10)\tan50^\circ$

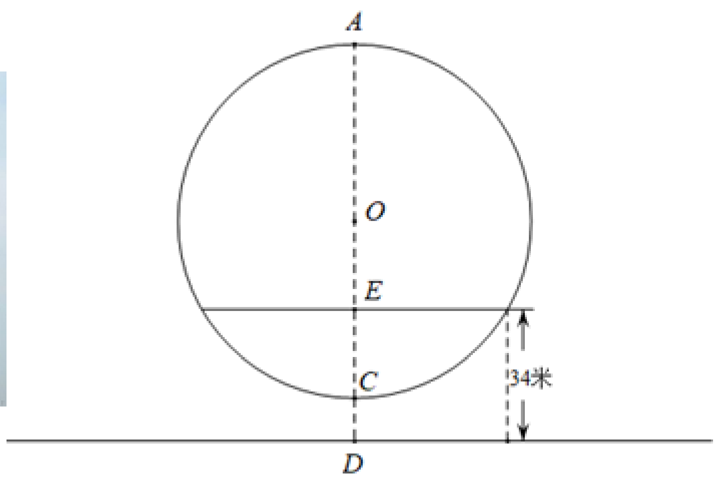
B．$x=(x-10)\cos50^\circ$

C．$x-10=x\tan50^\circ$

D．$x=(x+10)\sin50^\circ$

二、填空题

11．（2022·门头沟模拟）京西某游乐园的摩天轮采用了国内首创的横梁结构，是市民周末休闲的好去处．如图，如果该摩天轮的直径为 88 米，最高点 A 距地面 100 米，匀速运行一圈所需的时间是 18 分钟．但受周边建筑物影响，如果乘客与地面距离不低于 34 米时为最佳观景期，那么在摩天轮运行的一圈中最佳观景的时长为_________分钟．



12．（2022 九下·北京市开学考）在△ABC 中，∠C＝90°，若 AB＝3，BC＝1，则 cosA 的值为 _________.

13．（2021 九上·密云期末）如图 1 是一种手机平板支架，图 2 是其侧面结构示意图．托板 AB 固定在支撑板顶端的点 C 处，托板 AB 可绕点 C 转动，支撑板 CD 可绕点 D 转动．如图 2，若量得支撑板长 CD=8cm，∠CDE=60°，则点 C 到底座 DE 的距离为____ cm（结果保留根号）.

图 1

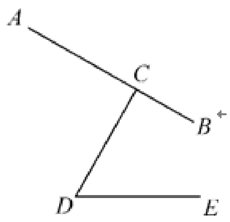
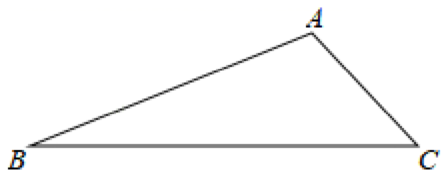


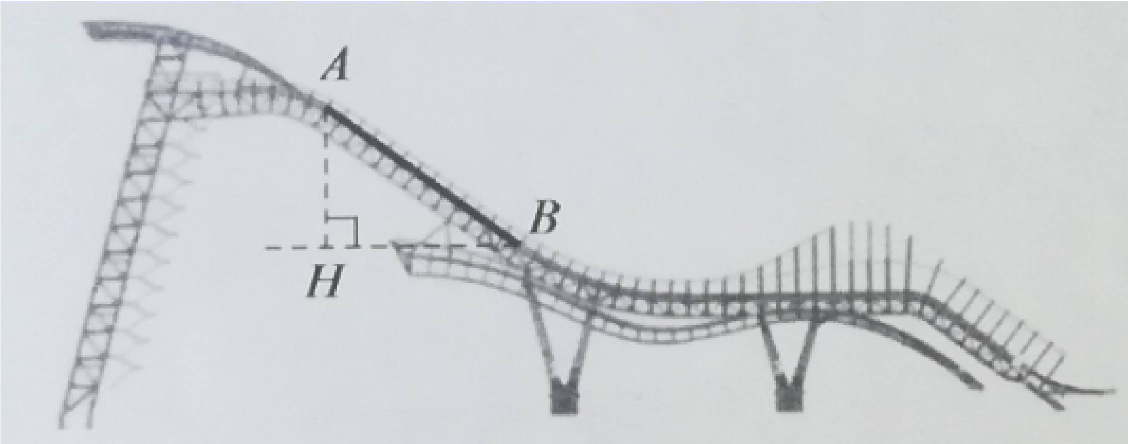
图 2

14．（2021 九上·顺义期末）如图，在ΔABC中，$\sin B=\frac{1}{3}$，$\tan C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AB=3$，则$AC$的长为_________.



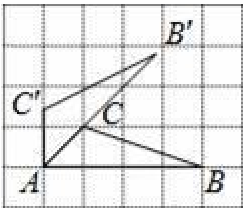
15．（2021 九上·通州期末）在 △ ABC 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\frac{4}{3}$，$BC=8$，那么AC的长为_________.

16．（2021 九上·石景山期末）北京冬奥会雪上项目竞赛场地“首钢滑雪大跳台”巧妙地融入了敦煌壁画“飞天”元素．如图，赛道剖面图的一部分可抽象为线段 AB．已知坡 AB 的长为 30m，坡角$\angle ABH$约为 37°，则坡 AB 的铅直高度 AH 约为_________m．（参考数据：$\sin 37°\approx 0.60$，$\cos 37°\approx 0.80$，$\tan 37°\approx 0.75$．）

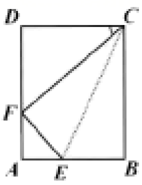


17．（2021 九上·平谷期末）在 Rt△ABC 中，∠C=90°，如果 cosA=$\frac{1}{3}$，AC=2，那么 AB 的长为_________.

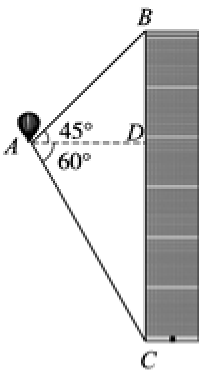
18．（2021 九上·北京月考）如图，A、B、C 三点在正方形网格线的交点处，若将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AC'B'$，则 tan B' '的值为_________.



19．（2021 九上·北京月考）如图，将矩形 $ABCD$ 沿 CE 折叠，点 B 恰好落在 AD 的 F 处，若 AB：$BC=2$：3，则 cos$\angle DCF$ 值为=_________.

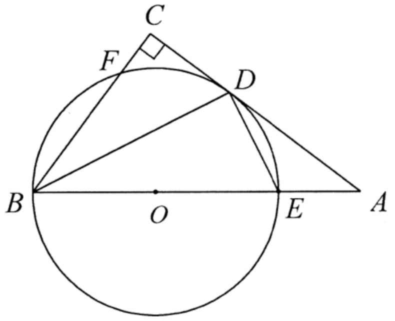


20．（2021·朝阳模拟）利用热气球探测建筑物高度（如图所示），热气球与建筑物的水平距离 AD=100m，则这栋建筑物的高度 BC 约为_________m（ $\sqrt{2}\approx 1.4,\sqrt{3}\approx 1.7$ ，结果保留整数）.



三、综合题

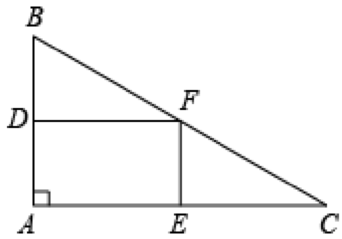
21．（2022·昌平模拟）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，BC，AC与$\odot O$交于点F，D，BE为$\odot O$直径，点E在AB上，连接BD，DE，$\angle ADE=\angle DBE$．



（1）求证：AC是$\odot O$的切线；

（2）若$\sin A=\dfrac{3}{5}$，$\odot O$的半径为3，求BC的长．

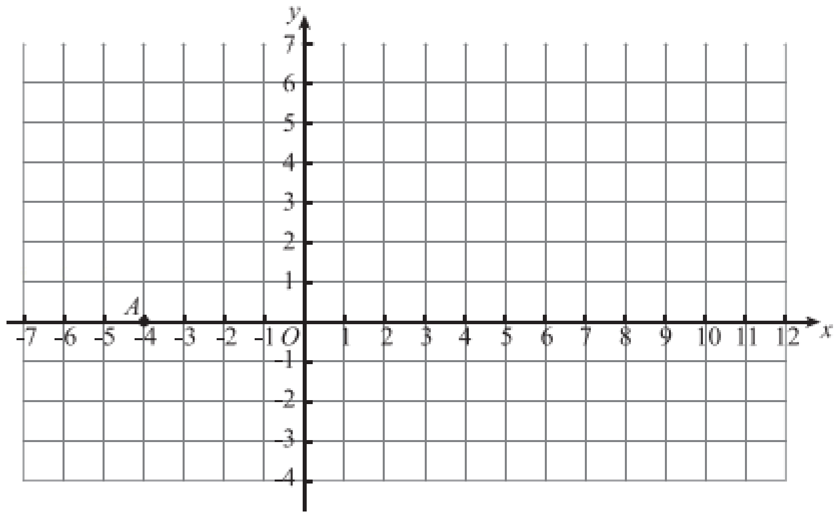
22．（2022·海淀模拟）如图，在Rt△ABC中，∠A =90°，点D，E，F分别为AB，AC，BC的中点，连接DF，EF．



（1）求证：四边形AEFD是矩形；

（2）连接BE，若AB＝2，tan C =$\dfrac{1}{2}$，求BE的长．

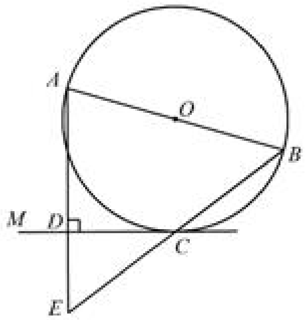
23．（2022八下·大兴期中）在平面直角坐标系xOy中，点A（－4，0），点B位于y轴正半轴，$AB=4\sqrt{2}$，点C位于x轴正半轴，$\angle OCB=30°$．



（1）求点 B，C 的坐标；

（2）垂直于 y 轴的直线 l 与线段 AB，BC 分别交于点 D，E，过点 D 作 DF⊥AC，垂足为 F，过点 E 作 EG⊥AC，垂足为 G．横、纵坐标都是整数的点叫做整点，记四边形 DFGE 围成的区域（不含边界）为 W．若点 D 的纵坐标为y_D，当区域 W 内整点个数达到最多时，直接写出y_D的取值范围．

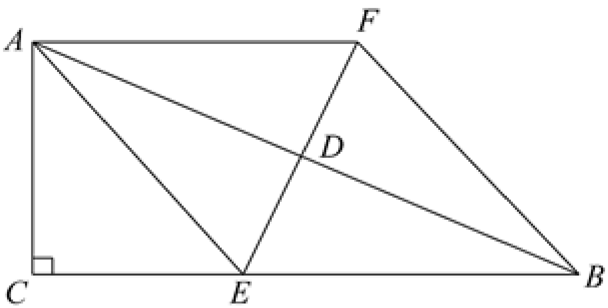
24．（2022·北京模拟）如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CM ，过点 A 作 $AD \perp CM$ 于点 D，交 BC 的延长线于点 E.



（1）求证： $AB=AE$ ；

（2）若 $AB=10$ ， $cosB=\frac{3}{5}$ ，求 CD 的长.

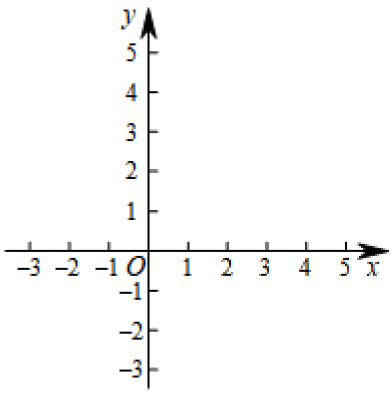
25．（2022·平谷模拟）如图，△ABC 中，∠ACB＝90°，点 D 为 AB 边中点，过 D 点作 AB 的垂线交 BC 于点 E，在直线 DE 上截取 DF，使 DF＝ED，连接 AE、AF、BF.



（1）求证：四边形 $AEBF$ 是菱形；

（2）若 $\cos\angle EBF=\dfrac{3}{5}$，$BF=5$，连接 CD，求 CD 的长．

26．（2022·门头沟模拟）我们规定：在平面直角坐标系 xOy 中，如果点 P 到原点 O 的距离为 a ，点 M 到点 P 的距离是 a 的整数倍，那么点 M 就是点 P 的 k 倍关联点．



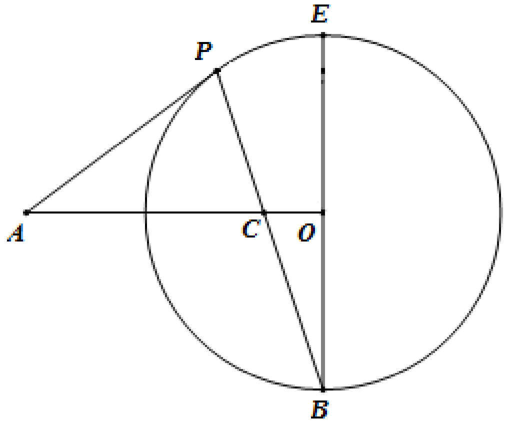
（1）当点 P_1 的坐标为 $(-1.5，0)$ 时，

①如果点 P_1 的 2 倍关联点 M 在 x 轴上，那么点 M 的坐标是___________________________________；

②如果点 $M(x，y)$ 是点 P_1 的 k 倍关联点，且满足 $x=-1.5$ ，$-3\leq y\leq 5$ ．那么 k 的最大值为__________；

（2）如果点 P_2 的坐标为 $(1，0)$ ，且在函数 $y=-x+b$ 的图象上存在 P_2 的 2 倍关联点，求 b 的取值范围．

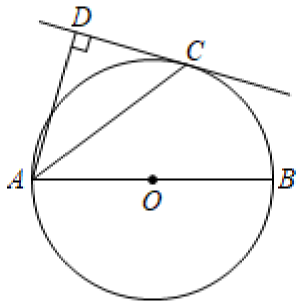
27．（2022·房山模拟）如图，BE 是⊙O 直径，点 A 是⊙O 外一点：OA⊥OB，AP 切⊙O 于点 P，连接 BP 交 AO 于点 C．



（1）求证：∠PAO=2∠PBO；

（2）若⊙O 的半径为 5，$\tan\angle PAO=\frac{3}{4}$，求 BP 的长．

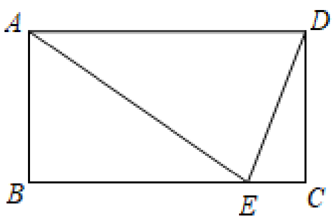
28．（2022·朝阳模拟）如图，AB为$\odot O$的直径，C 为$\odot O$上一点，AD和过点 C 的切线互相垂直，垂足为 D．



（1）求证：AC平分$\angle DAB$；

（2）若$\cos\angle CAD=\frac{4}{5}$，$AB=5$，求$CD$的长．

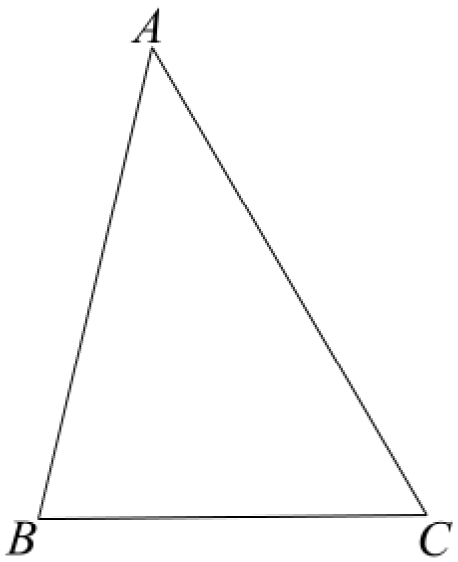
29．（2022·朝阳模拟）如图，在矩形 ABCD 中，AD=10，tan∠AEB=$\frac{3}{4}$，点 E 为 BC 上的一点，ED 平分∠AEC，



（1）求 BE 的值；

（2）求 sin∠EDC．

30．（2022·朝阳模拟）如图，已知$\triangle ABC$中，$\angle ACB=60°$，$BC<AB<AC$．



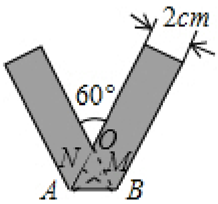
（1）求作$\angle PBC$，使得$\angle PBC = 30°$且点P在AC上：要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，若$AB = 4\sqrt{2}$，$\angle A = 45°$，求AC的长度．

答案解析部分

1．【答案】A

【解析】【解答】解：如图，



作 AM⊥OB，BN⊥OA，垂足为 M、N，

∵长方形纸条的宽为 2cm，

∴AM=BN=2cm，

∴OB=OA，

∵∠AOB=60°，

∴△AOB 是等边三角形，

在 Rt△ABN 中，AB=$\frac{BN}{\sin 60^\circ}$=$\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$=$\frac{4\sqrt{3}}{3}$cm．

故答案为：A．

【分析】先证明△AOB 是等边三角形，再利用解直角三角形的方法可得 AB=$\frac{BN}{\sin 60^\circ}$=$\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$=$\frac{4\sqrt{3}}{3}$cm。

2．【答案】C

【解析】【解答】解：由 tanA=$\frac{BC}{AC}$=2，设 BC=2x，则 AC=x，

∵Rt△ABC 中，∠C=90°，

∴根据勾股定理，得 AB=$\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x$，

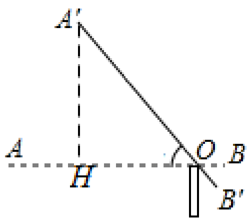
因此，sinA=$\frac{BC}{AB}=\frac{2x}{\sqrt{5}x}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

故答案为：C．

【分析】根据$\tan A=2$，设 BC=2x，则 AC=x， 再利用勾股定理求出 AB 的长，最后利用正弦的定义求解即可。

3．【答案】A

【解析】【解答】解：如图，过点 A′作 A′H⊥AB 于 H，



由题意得 OA′=OA=4 米，

在 Rt△OA′H 中，∠A′OH＝47°，$\sin\angle AOH=\frac{AH}{OA}$，

∴栏杆端点 A 上升的垂直距离$AH=\sin\angle AOH\cdot OA=4\sin 47°$米，

故答案为：A．

【分析】过点 A′作 A′H⊥AB 于 H，根据题意得出 OA′=OA=4 米，∠A′OH＝47°，sin $\angle AOH=\frac{AH}{OA}$，即可得出栏杆端点 A 上升的垂直距离。

4．【答案】A

【解析】【解答】解：在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AC＝4，BC＝3，

则 AB＝$\sqrt{AC^2+BC^2}$＝$\sqrt{4^2+3^2}$＝5，

∴sinA＝$\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，

故答案为：A．

【分析】先求出 AB 的长，然后利用正弦的定义求解即可。

5．【答案】B

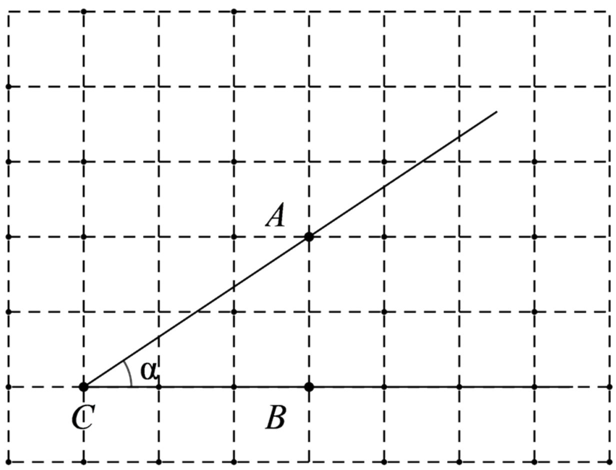
【解析】【解答】解：∵∠A 为锐角，sinA=$\frac{1}{2}$，∴∠A=30°．

故答案为：B．

【分析】直接根据 30°角的三角函数值即可求解.

6．【答案】A

【解析】【解答】解：如图



$$\tan\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$$

故答案为：A

【分析】根据图象可得 AB=2，BC=3，再利用正切的定义求解即可。

7.【答案】B

【解析】【解答】解： $\because PB$ 与 $\odot O$ 相切于点 B ，

$\therefore \angle PBO = 90°$ ．

$\because OB = OA = 2$ ， $OP = 4$ ，

$\therefore \cos\angle POB = \frac{OB}{OP} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \angle POB = 60°$ ，

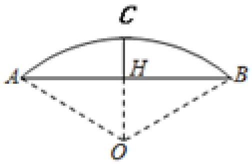
$\therefore \angle C = \frac{1}{2}\angle POB = 30°$

故答案为：B．

【分析】根据切线的性质可得 PA=PB，$\angle OAP = \angle OBP = 90°$，根据 AO=OB=2，OP=4，可得$\angle APO = \angle BPO = 30°$，进而得$\angle C$的度数。

8.【答案】B

【解析】【解答】解：如图，作 OH⊥AB 于 H．交圆弧于 C，



由题意：AB＝8，HC=3，

∴OA－OH＝3，

∵OH⊥AB，OC 为半径，

∴AH＝BH＝ $\frac{1}{2}AB$ =4，

在 Rt△OAH 中

由勾股定理得 $AH^2+OH^2=OA^2$，

∴4^2＝（OA＋OH）（OA－OH），

∴OA＋OH＝ $\frac{16}{3}$ ，

∴OA＝ $\frac{25}{6}$ ，OH＝ $\frac{7}{6}$ ，

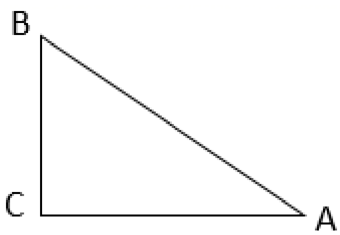
∴cos∠OAB＝ $\frac{AH}{OA}=\frac{4}{\frac{25}{6}}=\frac{24}{25}$ ，

故答案为：B．

【分析】如图，作射线 OH⊥AB 于 H．交圆弧于 C，利用垂径定理以及勾股定理构建方程组求出 OA，OH，利用余弦函数定义即可解决问题．

9．【答案】B

【解析】【解答】在 Rt△ABC 中， $\angle C=90^{\circ}$ ， $AB=\sqrt{5}$ ， $AC=2$ ，



．

∴BC= $\sqrt{AB^2-AC^2}=1$ ，

∴tanB= $\frac{AC}{BC}=2$ ，

故答案为：B．

【分析】利用勾股定理求出 BC 的长，再利用正切值的定义求解即可。

10．【答案】A

【解析】【解答】解：∵$\alpha=45°$ ，∴DH=FH，

则 FH=CE，

设 FE 为 x，CE=x-10，

在 Rt△EFC， $tan50°=\frac{EF}{CE}=\frac{x}{x-10}$

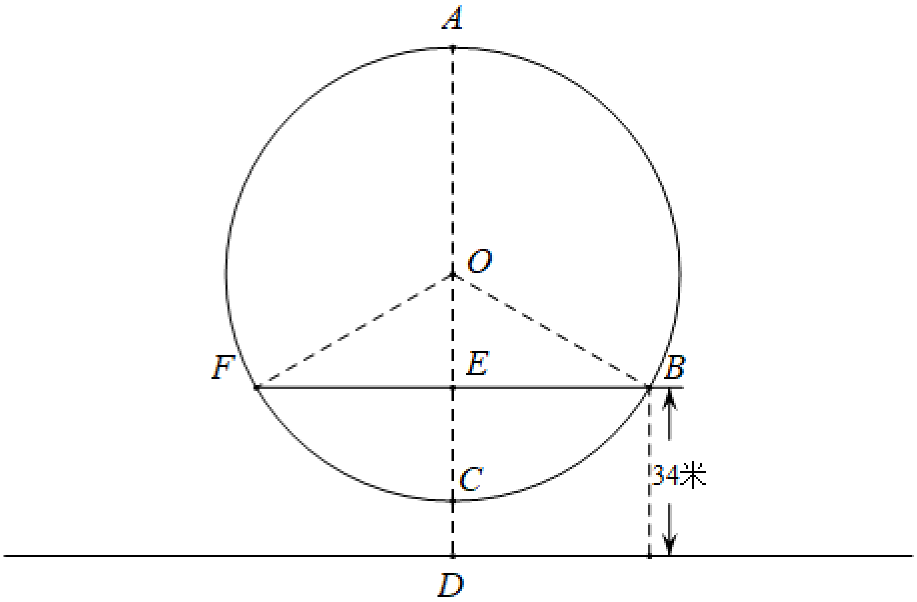
即 $x=(x-10)tan50°$ ，

故答案为：A

【分析】先求出 DH=FH，再利用特殊角的锐角三角函数计算求解即可。

11.【答案】12

【解析】【解答】解：如下图所示，



根据题意，得 *OC*=44，*CD*=*AD*-*AC*=100-88=12，*ED*=34，

∴*CE*=*ED*-*CD*=34-12=22，

∴*OE*=*OC*-*CE*=44-22=22，

在直角三角形 *OEF* 中，sin∠*OFE*= $\frac{OE}{OF}=\frac{22}{44}=\frac{1}{2}$ ，

∴∠*OFE*=30°，

∴∠*FOE*=60°，

∴∠*FOB*=120°，

∴$\overset{\frown}{FAB}=\frac{240\pi R}{180}=\frac{4\pi R}{3}$ ，

∵圆转动的速度为 $\frac{2\pi R}{18}=\frac{\pi R}{9}$ ，

∴最佳观赏时长为 $\frac{4\pi R}{3}\div\frac{\pi R}{9}$ =12（分钟），

故答案为：12．