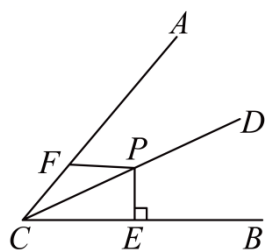


2024-2025 学年度江苏省八年级上学期期中专题复习

最值问题专题训练

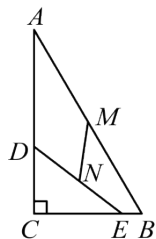
一、单选题

1. (23-24 八年级上·江苏盐城·期中) 如图, 点 P 是 $\angle ACB$ 的平分线 CD 上一点, $PE \perp BC$ 于点 E , 点 F 为射线 CA 上一点. 若 $PE = 6$, 则 PF 长的最小值是 ()



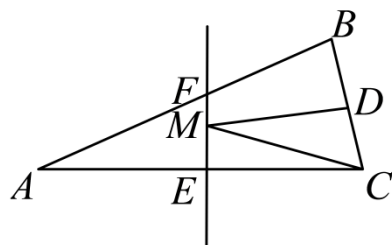
- A. 4 B. 5.5 C. 6 D. 8

2. (23-24 八年级上·江苏盐城·期中) 如图, $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$, 线段 DE 的两个端点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上滑动, 且 $DE = 6$, 若点 M 、 N 分别是 AB 、 DE 的中点, 则 MN 的最小值为 ()



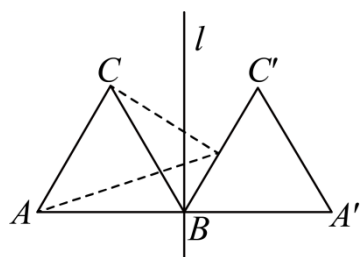
- A. 2 B. 3 C. 3.5 D. 4

3. (23-24 八年级上·江苏常州·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = 4$, 面积是 24, AC 的垂直平分线 EF 分别交 AC 、 AB 边于 E 、 F 点, 若点 D 为 BC 边的中点, 点 M 为线段上一动点, 则 $\triangle CDM$ 周长的最小值为 ()



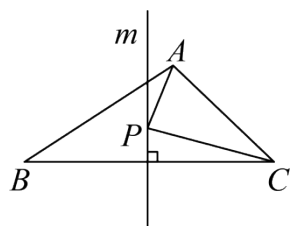
- A. 8 B. 10 C. 12 D. 14

4. (23-24 八年级上·江苏南京·期中) 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 4, 过点 B 的直线 $l \perp AB$, 且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称, D 为线段 BC' 上一动点, 则 $AD + CD$ 的最小值是 ()



- A. 6 B. 12 C. 8 D. $4\sqrt{3}$

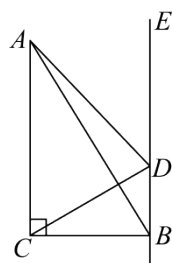
5. (23-24 八年级上·江苏镇江·期中) 如图, 直线 m 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边的垂直平分线, 点 P 是直线 m 上的一动点. 若 $AB=5$, $AC=4$, $BC=7$, 则 $\triangle APC$ 周长的最小值是 ()



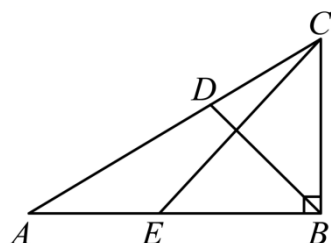
- A. 9 B. 10 C. 10.5 D. 11

二、填空题

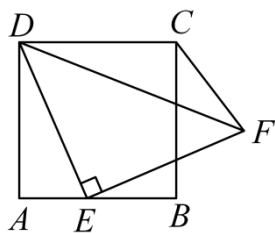
6. (23-24 八年级上·江苏常州·期中) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=2$, $AC=3$. 直线 $BE \parallel AC$, D 是 BE 上一动点. 则 $AD+CD$ 的最小值是_____.



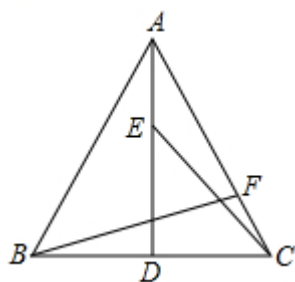
7. (23-24 八年级上·江苏无锡·期中) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是边 AC, AB 上的两点, 连接 BD, CE , $CD=AE$, 已知 $BC=6$, $AB=8$, 则 $BD+CE$ 的最小值的平方是_____.



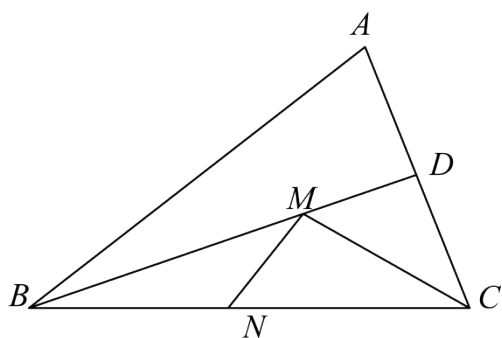
8. (23-24 八年级下·江苏扬州·期中) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 E 是 AB 边上一动点, 连接 ED , 将 ED 绕点 E 顺时针旋转 90° 到 EF , 连接 DF, CF , 则 $DF+CF$ 的最小值是_____.



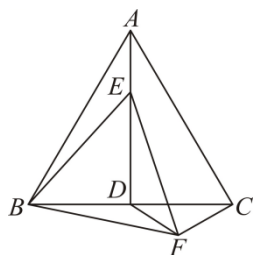
9. (22-23 八年级上·江苏无锡·期中) 如图, AD 为等边 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高, E 、 F 分别为线段 AD 、 AC 上的动点, 且 $AE = CF$, 若 $BC = 2$ 时, 则 BF 的最小值为____, 若 $BC = 1$ 时, $BF + CE$ 的最小值为_____.



10. (23-24 八年级上·江苏泰州·期中) $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 8$, $AC = 4$, BD 为 AC 边上的中线, N 为 BC 的中点, M 为 BD 上一动点, $CM + MN$ 的最小值_____

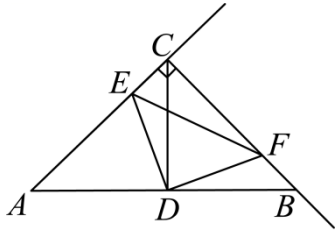


11. (23-24 八年级上·江苏无锡·期中) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2$, 点 E 为高 AD 上的一动点, 以 BE 为边作等边 $\triangle BEF$, 连接 DF 、 CF , 则 $FB + FD$ 的最小值的平方为_____.



12. (23-24 八年级上·江苏徐州·期中) 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 4$, 点 D 是 AB 的中点, E 、 F 在射线 AC 与射线 CB 上运动, 且满足 $AE = CF$

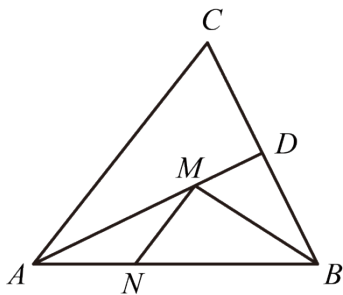
，则在运动过程中 $\triangle DEF$ 面积的最小值为_____.



13. (23-24 八年级上·江苏连云港·期中) 如图，在锐角 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=10$ ，

$S_{\triangle ABC}=25$ ， $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D ，点 M ， N 分别是 AD 和 AB 上的动点，则

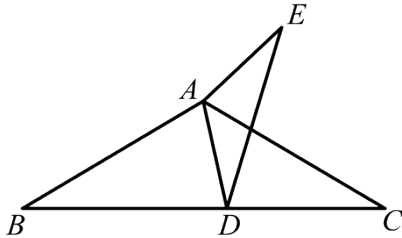
$BM+MN$ 的最小值是_____.



14. (23-24 八年级上·江苏无锡·期中) 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形， $AB=AC$ ，

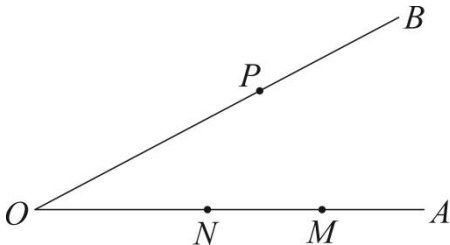
$AD=AE$ ，且 $\angle BAC=\angle DAE=120^\circ$ ， $BC=8\text{cm}$ ，点 D 是线段 BC 上一动点， $BD=_____ \text{cm}$

时，线段 BE 取得最小值.



15. (23-24 八年级上·江苏南京·期中) 已知 $\angle AOB=15^\circ$ ， M 是边 OA 上的一个定点，且

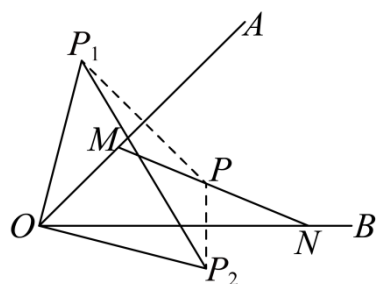
$OM=8$ ， N 、 P 分别是边 OA 、 OB 上的动点，则 $MP+PN$ 的最小值是_____.



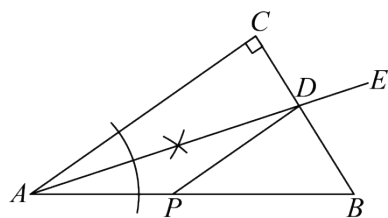
16. (23-24 八年级上·江苏无锡·期中) 如图， $\angle AOB=45^\circ$ ，点 M 、 N 分别在射线 OA 、 OB

上， $MN=5$ ， $S_{\triangle OMN}=15$ ，点 P 是直线 MN 上的一个动点，点 P 关于 OA 的对称点为 P_1 ，点

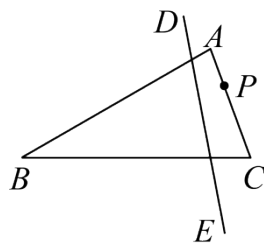
P 关于 OB 的对称点为 P_2 ，连接 OP_1 、 OP_2 、 P_1P_2 ，当点 P 在直线 MN 上运动时，则 $\triangle OP_1P_2$ 面积的最小值是_____.



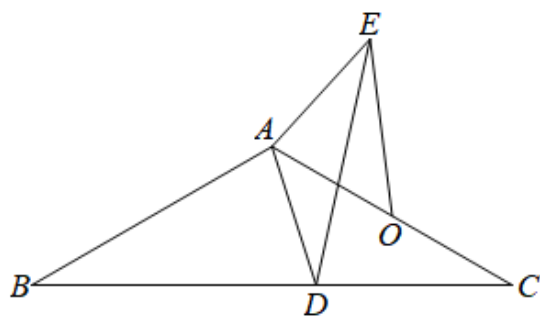
17. (23-24 八年级上·江苏连云港·期中) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，用尺规作图法作出射线 AE ， AE 交 BC 于点 D ， $CD = 5$ ， P 为 AB 上一动点，则 PD 的最小值为_____.



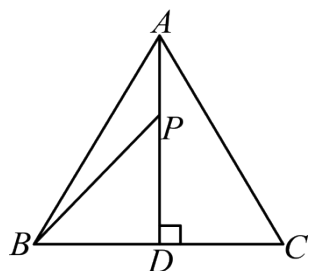
18. (23-24 八年级上·江苏盐城·期中) 如图，在锐角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 4$ ， $S_{\triangle ABC} = 16$ ， P 是边 AC 上的一动点，点 P 关于直线 AB ， BC 的对称点分别是 D ， E ，连接 DE ，则 DE 的最小值为_____.



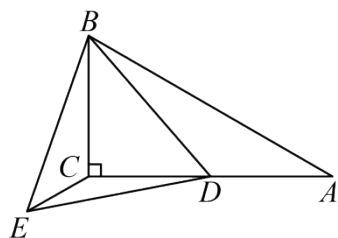
19. (23-24 八年级上·江苏南通·期中) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，点 D 是 BC 边上的一个动点，连接 AD ，以 AD 为边作 $\triangle ADE$ ，使 $AD = AE$ ， $\angle AED = \angle C$. O 为 AC 的中点，连接 OE ，则线段 OE 的最小值为_____.



20. (23-24 八年级上·江苏淮安·期中) 已知等边 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $AD=12$, 若点 P 在线段 AD 上运动时, $\frac{1}{2}AP + BP$ 的最小值为_____.

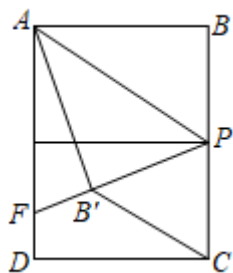


21. (23-24 八年级上·江苏泰州·阶段练习) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 6$, 点 D 是边 AC 上的动点, 连接 DB , 以 DB 为边在 DB 的左下方作等边 $\triangle DBE$, 连接 CE , 则点 D 在运动过程中, 线段 CE 长度的最小值是_____.



三、解答题

22. (23-24 八年级上·江苏苏州·期中) 如图, 长方形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 8$, 点 P 在边 BC 上, 且不与点 B 、 C 重合; 将 $\triangle APB$ 沿直线 AP 折叠得到 $\triangle APB'$, 点 B' 落在矩形 $ABCD$ 的内部, 延长 PB' 交直线 AD 于点 F .



- (1) 证明 $FA = FP$;
- (2) 当 P 为 BC 中点时, 求 AF 的值;
- (3) 连接 $B'C$, 求 $\triangle PCB'$ 周长的最小值;

23. (22-23 八年级上·江苏无锡·期中) (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, 则 $S_{\triangle ABC} =$ _____;

(2) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中 $AB = AC = 5$, $BC = 8$, 点 D 在边 AB 上且 $BD = 1$, 求点 D 到 AC

边的距离.

(3) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中 $AB = AC = 5$, $BC = 8$, 点 P 是 BC 边上一动点, 将 $\triangle ABC$ 沿着过点 P 的直线翻折, 使点 C 恰好落在 AB 边上, 求 CP 的最小值.

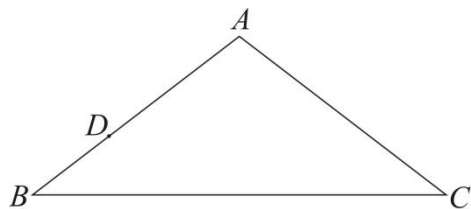


图1

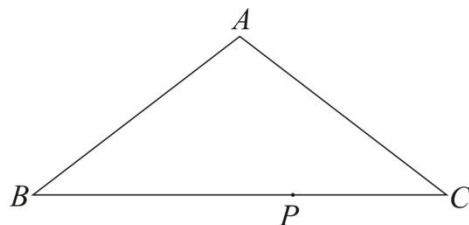


图2

24. (23-24 八年级上·江苏镇江·期中) 如图 1, 直线 $MN \perp PQ$, 垂足为 O , 直线 l 分别与射线 OP 、 ON 相交于点 A 、 B , 且 $OA = 4\text{cm}$, $OB = 3\text{cm}$, 连接 AB .

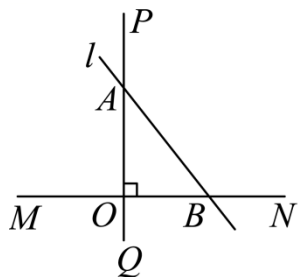


图1

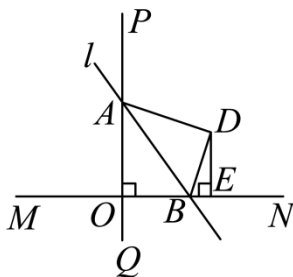


图2

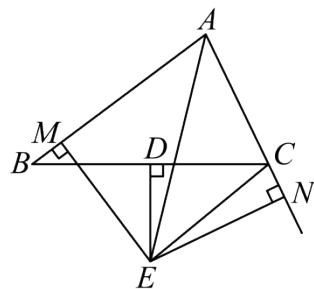
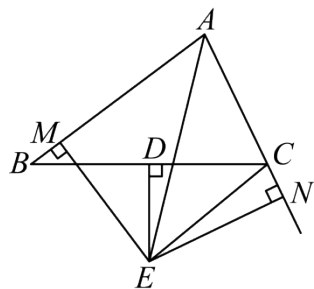
(1) 求线段 AB 的长;

(2) 若点 C 为直线 l 上的一个动点, 求点 O 到点 C 的距离的最小值;

(3) 如图 2, 将 $\triangle AOB$ 沿直线 l 折叠, 点 O 落在点 D 处, $DE \perp MN$, 垂足为点 E , 求 DE 的长;

(4) 若点 F 从点 O 出发, 速度为 1cm/s , 沿着射线 OM 方向运动, 当点 F 的运动时间 t 为何值时, 以 A 、 B 、 F 为顶点的三角形是等腰三角形 (直接写出 t 的值).

25. (23-24 八年级上·江苏泰州·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, 点 D 为 BC 的中点, $DE \perp BC$, 过点 E 分别作 $EM \perp AB$ 、 $EN \perp AC$, 垂足分别为 M 、 N , $BM = CN$, 连接 AE , CE .



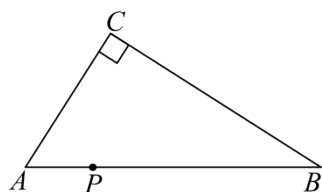
备用图

(1)求证: AE 平分 $\angle BAC$;

(2)若 $\angle BAC = 74^\circ$, 求 $\angle DCE$ 的度数;

(3)若 $AB = 5$, $AC = ME = 3$, 点 P 、 Q 分别为 AB 、 AE 上的动点, 直接写出 $MQ + PQ$ 的最小值.

26. (23-24 八年级上·江苏连云港·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 点 P 从 A 点出发, 在线段 AB 上以每秒 1 个单位长度的速度向终点 B 运动, 连接 CP . 设点 P 运动的时间为 t 秒.

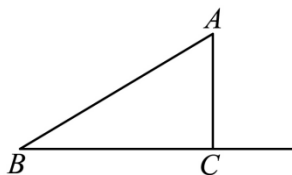
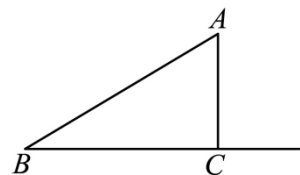


(1) AB 的长为_;

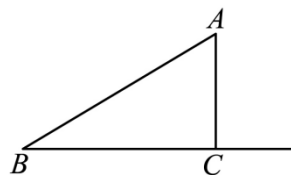
(2) 当 t 为_秒时, 线段 CP 的长最小, 且 CP 长的最小值为_;

(3) 当 t 为_秒时, $\triangle BCP$ 为等腰三角形. (请直接填空)

27. (23-24 八年级上·江苏苏州·期中) 如图: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$, 动点 P 从 B 出发沿射线 BC 以 2cm/s 的速度运动, 设运动时间为 t 秒.



备用图



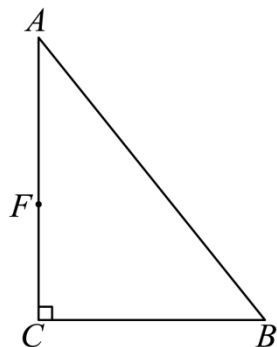
备用图

(1) 当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, AP 平分 $\triangle ABC$ 的面积.

(2) 当 $\triangle ABP$ 为等腰三角形时, 求 t 的值.

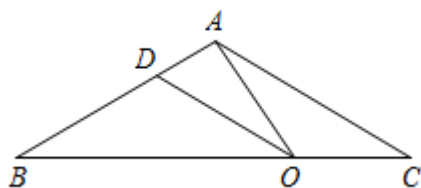
(3) 若点 E 、 F 分别为 BC 、 AB 上的动点, 请直接写出 $AE + EF$ 的最小值.

28. (23-24 八年级上·江苏常州·期中) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 12$, 点 F 是 AC 边上一点, $CF = 5$. 用直尺和圆规按要求作图 (不写作法, 保留作图痕迹), 并回答问题:



- (1)在边 AB 上作点 D ，使得点 D 到边 CA 、 CB 的距离相等；
- (2)在射线 CD 上作点 E ，使得点 E 到点 A 、点 C 的距离相等；
- (3)若点 P 是射线 CD 上一个动点，当 $FP+AP$ 取最小值时，在图中作出符合要求的点 P ， $FP+AP$ 的最小值是_.

29. (23-24 八年级上·江苏扬州·期中) 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle B=30^\circ$ ，点 O 在 BC 边上运动 (O 不与 B 、 C 重合)，点 D 在线段 AB 上，连结 AO ， OD 。点 O 运动时，始终满足 $\angle AOD = \angle B$ 。



- (1)当 $OD \parallel AC$ 时，判断 $\triangle AOB$ 的形状并说明理由；
- (2)当 AO 的最小值为 2 时，此时 $BD =$ _；
- (3)在点 O 的运动过程中， $\triangle AOD$ 的形状是等腰三角形时，求此时 $\angle BDO$ 的度数。

30. (22-23 八年级上·江苏盐城·期中) 【问题提出】如图 1， $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ 都是等边三角形，求证： $BE=DC$ 。

【方法提炼】这两个共顶点的等边三角形，其在相对位置变化的同时，始终存在一对全等三角形，即 $\triangle ADC \cong \triangle ABE$ 。如果把小等边三角形的一边看作“小手”，大等边三角形的一边看作“大手”，这样就类似“大手拉着小手”，不妨称之为“手拉手”基本图形，当图形中只有一个等边三角形时，可尝试在它的一个顶点作另一个等边三角形，构造“手拉手”基本图形，从而解决问题。

【方法应用】

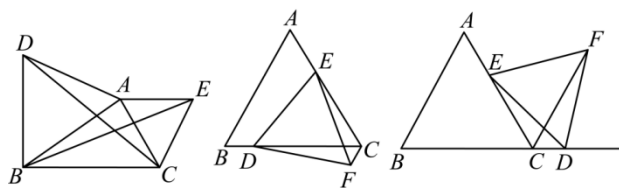


图1

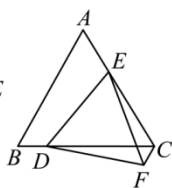


图2

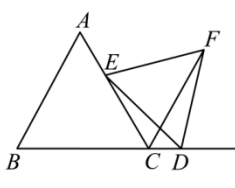


图3

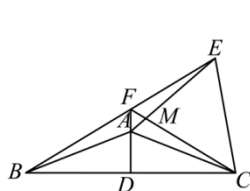


图4

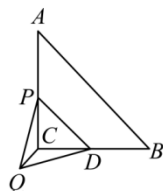


图5

(1)等边三角形 ABC 中, E 是边 AC 上一定点, D 是直线 BC 上一动点,以 DE 为一边作等边三角形 DEF , 连接 CF .

①如图 2, 若点 D 在边 BC 上, 求证: $CE + CF = CD$.

②如图 3, 若点 D 在边 BC 的延长线上, 线段 CE 、 CF 、 CD 之间的关系为_____ (直接写出结论)

(2)如图 4, 等腰 $\triangle ABC$ 中, $120^\circ < \angle BAC < 180^\circ$, $AB = AC$, $AD \perp BC$, 且交 BC 于点 D , 以 AC 为边作等边 $\triangle ACE$, 直线 BE 交直线 AD 于点 F , 连接 FC 交 AE 于点 M , 写出 FE 、 FA 、 FC 之间的数量关系, 并加以说明.

(3)如图 5, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 8$, 点 D 是 BC 的中点, 点 P 是 AC 边上的一个动点, 连接 PD , 以 PD 为边在 PD 的下方作等边三角形 PDQ , 连接 CQ , 则 CQ 是否有最小值, 如有, 求出它的最小值, 没有, 请说明理由

参考答案

1. C

【详解】解：∵直线外一点到直线的所有线段中，垂线段最短，

∴ $PF \perp AC$ 时 PF 长有最小值，

∵点 P 是 $\angle ACB$ 的平分线上一点， $PE \perp BC$ 于点 E ， $PE = 6$ ，

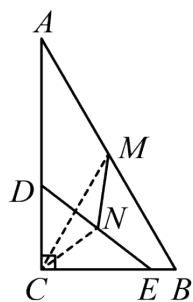
∴ $PF \perp AC$ 时， $PF = PE = 6$ ，

∴ PF 长的最小值是6，

故选C.

2. A

【详解】解：如图，连接 CM 、 CN ，



在 $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$$

∵ $DE = 6$ ，点 M 、 N 分别是 DE 、 AB 的中点，

$$\therefore CN = \frac{1}{2} DE = 3, \quad CM = \frac{1}{2} AB = 5,$$

∵ $MN + CN \geq CM$ ，

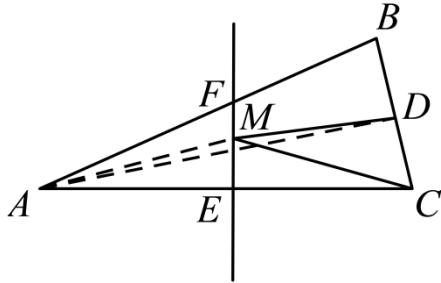
∴当 C 、 M 、 N 在同一直线上时， MN 取最小值，

∴ MN 的最小值为： $5 - 3 = 2$ 。

故选：A.

3. D

【详解】解：连接 AD ， AM .



$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形，点 D 是 BC 边的中点，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 4 \times AD = 24，$$

解得 $AD = 12$ ，

$\because EF$ 是线段 AC 的垂直平分线，

$\therefore$ 点 C 关于直线 EF 的对称点为点 A ，

$\therefore MA = MC$ ，

$\because AD \leq AM + MD$ ，

$\therefore AD$ 的长为 $CM + MD$ 的最小值，

$$\therefore \triangle CDM \text{ 的周长最短} = (CM + MD) + CD = AD + \frac{1}{2} BC = 12 + \frac{1}{2} \times 4 = 12 + 2 = 14 .$$

故选：D.

4. C

【详解】解：如图所示，连接 $A'D$ ，

$\because \triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形，

$\therefore AB = BC = 4$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称，

$\therefore \triangle A'B'C'$ 也是边长为 4 的等边三角形，

$\therefore A'B = BC$ ， $\angle A'BC' = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CBC' = 60^\circ = \angle A'BD$ ，

又 $\because BD = BD$ ，

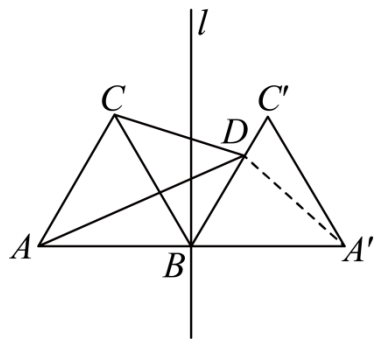
$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle BA'D (\text{SAS}),$$

$$\therefore A'D = CD,$$

$$\therefore CD + AD = AD + A'D,$$

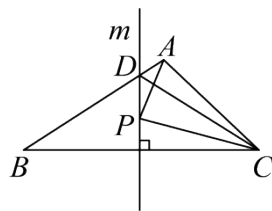
$\therefore$ 当 A 、 D 、 A' 三点共线时 $AD + A'D$ 最小，即此时 $CD + AD$ 最小，最小值为 $4 + 4 = 8$ ，

故选 C.



5. A

【详解】解：如图，直线 m 与 AB 交于点 D ，



$\therefore$ 直线 m 垂直平分 BC ，

$\therefore B$ 、 C 关于直线 m 对称，

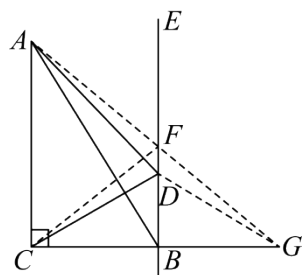
$\therefore$ 当 P 和 D 重合时， $AP + CP$ 的值最小，最小值等于 AB 的长，

$\therefore \triangle APC$ 周长的最小值是 $AB + AC = 5 + 4 = 9$ 。

故选：A

6. 5

【详解】如图，延长 CB 至点 G ，使 $BG = BC$ ，连接 AG 交 BE 于点 F ，连接 CF ，



$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ， $BE \parallel AC$ ，

$\therefore \angle CBE = 90^\circ$ ，即 $BE \perp CG$

$$\therefore CD = GD, CF = GF,$$

$$\because AD + CD = AD + GD \geq AG,$$

$\therefore$ 当 A 、 D 、 G 三点共线时， $AD + CD$ 的值最小，即线段 AG 的长度，

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad BC = 2, \quad AC = 3,$$

$$\therefore BG = 4$$

$$\therefore AG = \sqrt{AC^2 + CG^2} = 5,$$

$\therefore AD + CD$ 的值最小值为 5，

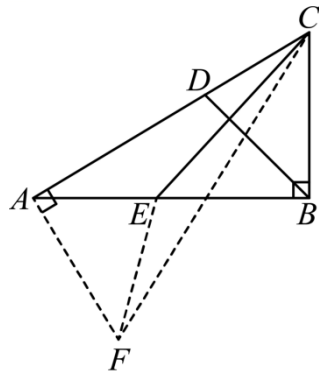
故答案为：5.

7. 136

【详解】过点 A 作 $AF \perp AC$ ，并使得 $AF = BC$ 连接 EF ，

则 $\angle FAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle FAE + \angle EAC = 90^\circ,$$



$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC + \angle BCD = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle FAE = \angle BCD,$$

$$\because AF = CB, \quad AE = CD,$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle FAE (\text{SAS}),$$

$$\therefore EF = BD,$$

$\therefore BD + CE = EF + CE$ ，连接 CF ，即可得知 CF 的长度即为 $EF + CE$ 的最小值，也就是 $BD + CE$ 的最小值，

$$\because AB = 8, \quad BC = 6, \quad \angle ABC = 90^\circ,$$

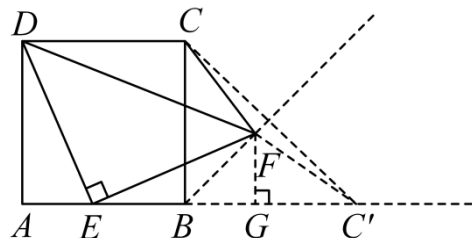
$$\therefore AF = BC = 6, \quad AC = 10,$$

$$\therefore CF^2 = AF^2 + AC^2 = 6^2 + 10^2 = 136,$$

故答案为：136.

8. $\sqrt{5}$

【详解】解：连接 BF ，过点 F 作 $FG \perp AB$ 交 AB 延长线于点 G ，



Q 将 ED 绕点 E 顺时针旋转 90° 到 EF ，

$\therefore EF \perp DE$ ，且 $EF = DE$ ，

$\therefore \angle EDA + \angle AED = \angle FEG + \angle AED = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EDA = \angle FEG$ ，

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle FGE$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle FGE \\ \angle EDA = \angle FEG, \\ DE = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle FGE$ (AAS)，

$\therefore FG = AE, AD = EG$ ，

Q $AD = AB$ ，

$\therefore AB = EG$ ，

$\therefore AE = BG$ ，

$\therefore BG = FG$ ，

$\therefore F$ 点在 BF 的射线上运动，

作点 C 关于 BF 的对称点 C' ，

Q $EG = DA, FG = AE$ ，

$\therefore AE = BG$ ，

$\therefore BG = FG$ ，

$\therefore \angle FBG = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle CBF = 45^\circ$ ，

$\therefore BF$ 是 $\angle CBC'$ 的角平分线，

即 F 点在 $\angle CBC'$ 的角平分线上运动，

$\therefore C'$ 点在 AB 的延长线上，

当 D 、 F 、 C' 三点共线时， $DF + CF = DC'$ 最小，

在 $\text{Rt}\triangle ADC'$ 中， $AD = 1$ ， $AC' = 2$ ，

$$\therefore DC' = \sqrt{AD^2 + C'A^2} = \sqrt{5}，$$

$\therefore DF + CF$ 的最小值为 $\sqrt{5}$ ，

故答案为： $\sqrt{5}$ 。

9. $\sqrt{3}$ $\sqrt{2}$

【详解】解：当 $BF \perp AC$ 时， BF 取得最小值，

$\because \triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形，

$$\therefore CF = AF = 1，$$

$$\therefore BF = \sqrt{BC^2 - CF^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}；$$

即 BF 的最小值为 $\sqrt{3}$ ；

如图，作 $CH \perp BC$ ，且 $CH = BC$ ，连接 BH 交 AD 于 M ，连接 FH ，

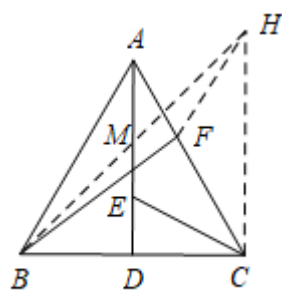


图1

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形， $AD \perp BC$ ，

$$\therefore AC = BC，\angle DAC = 30^\circ，$$

$$\therefore AC = CH，$$

$$\because \angle BCH = 90^\circ，\angle ACB = 60^\circ，$$

$$\therefore \angle ACH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ，$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACH = 30^\circ，$$

$$\because AE = CF，$$

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle CFH，$$

$$\therefore CE = FH, BF + CE = BF + FH,$$

$\therefore$ 当 B 、 F 、 H 共线时，如图 2， $BF + CE$ 的值最小，即 BH 的长，

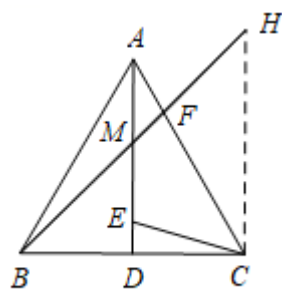


图2

此时 $\triangle CBH$ 是等腰直角三角形，且 $CH = BC = 1$ ，

$$\therefore BH = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

故答案为： $\sqrt{3}$ ； $\sqrt{2}$.

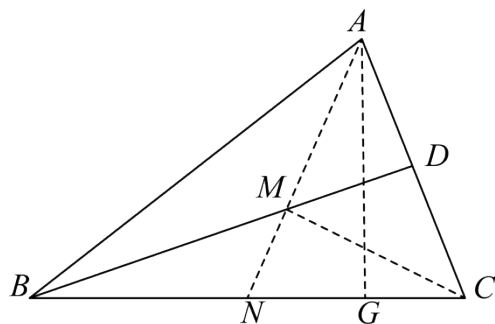
10. $2\sqrt{6}$

【详解】解： $\because AB = BC$, BD 是 AC 边上的中线，

$\therefore BD$ 垂直平分 AC ，

$\therefore$ 点 C 与点 A 关于 BD 对称，

连接 AN 交 BD 于 M ，则此时 $CM + MN$ 的值最小，且 $CM + MN = AM + MN = AN$ ，



$\because D$ 为 AC 的中点， $AC = 4$ ，

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AC = 2,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15},$$

过 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} BC \cdot AG.$$

$$\therefore AG = \frac{AC \cdot BD}{BC} = \frac{4 \times 2\sqrt{15}}{8} = \sqrt{15}$$

$$\therefore CG = \sqrt{AC^2 - AG^2} = \sqrt{4^2 - 15} = 1$$

$\therefore N$ 为 BC 的中点,

$$\therefore CN = \frac{1}{2}BC = 4$$

$$\therefore NG = 3$$

$$\therefore AN = \sqrt{NG^2 + AG^2} = \sqrt{3^2 + 15} = 2\sqrt{6},$$

$\therefore CM + MN$ 的最小值为 $2\sqrt{6}$,

故答案为: $2\sqrt{6}$

11. 3

【详解】解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $AD \perp BC$,

$$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ, \quad AB = BC,$$

$\because \triangle BEF$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle EBF = \angle ABC = 60^\circ, \quad BF = BE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBF,$$

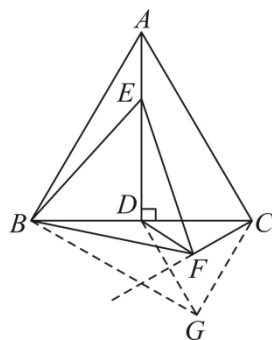
在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABE = \angle CBF, \\ BE = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BCF = 30^\circ,$$

作点 D 关于 CF 的对称点 G , 连接 CG, DG, BG, FG ,



则 $FD = FG$, $FB + FD = FB + FG$ 的最小值即为线段 BG 的长,

$$\because \angle DCF = \angle FCG = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DCG = 60^\circ,$$

$$\because CD = CG = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB = 1,$$

$\therefore \triangle DCG$ 是等边三角形,

$$\therefore BD = DG = CD, \angle GDC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DGB = \angle DBG = \frac{1}{2}\angle GDC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CGB = 90^\circ,$$

$$\therefore BG = \sqrt{BC^2 - CG^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore FB + FD \text{ 的最小值的平方为: } (\sqrt{3})^2 = 3,$$

故答案为: 3.

12. 2

【详解】解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 4$, 点 D 是 AB 的中点,

$$\therefore \angle A = \angle CBA = 45^\circ, \angle ACD = \angle BCD = 45^\circ, CD \perp AB, \text{ 且 } CD = AD = BD,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} AE = CF \\ \angle A = \angle BCD \\ AD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD (\text{SAS})$$

$$\therefore DE = DF, \angle ADE = \angle CDF,$$

$$\because \angle ADE + \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF + \angle CDE = 90^\circ, \text{ 即: } \angle EDF = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle DEF$ 为等腰直角三角形,

当 $DE \perp AC$ 时, DE 最短, $\triangle DEF$ 的面积最小,

$$\text{此时, } DE = DF = \frac{1}{2}AC = 2,$$

$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2}DE \cdot DF = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

故答案为: 2

13. 5

【详解】如图, 在 AC 上取一点 E , 使 $AE = AN$, 连接 ME ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/617050102060006163>