冲刺2024年高考数学真题重组卷

真题重组卷03

（考试时间：120分钟 试卷满分：150分）

第Ⅰ卷（选择题）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1.（2023新课标全国Ⅰ卷）已知 $z \frac{1 i}{2 2i}$，则 $z \bar{z}$ （ ）

A． i B．i C．0 D．1

2.（2023全国乙卷数学（理））设集合 $U R$，集合 $M x|x 1$，$N x|1 x 2$，则

$x|x 2$ （ ）

A．$ð_U M N$ B．$N ð_U M$

C．$ð_U M N$ D．$M ð_U N$

3.（2023新课标全国Ⅱ卷）已知 为锐角，$\cos \frac{1 \sqrt{5}}{4}$，则 $\sin \frac{}{2}$ （ ）

A．$\frac{3 \sqrt{5}}{8}$ B．$\frac{1 \sqrt{5}}{8}$ C．$\frac{3 \sqrt{5}}{4}$ D．$\frac{1 \sqrt{5}}{4}$

4.（2023•乙卷（文））正方形ABCD 的边长是2，E是AB 的中点，则EC ED （ ）

A．$\sqrt{5}$ B．3 C．$2\sqrt{5}$ D．5

5.（2023•新高考Ⅰ）设函数 $f(x) 2^{x(x a)}$ 在区间(0,1)单调递减，则a的取值范围是（ ）

A．(， 2] B．[2，0) C．(0，2] D．[2，)

6.（2023全国乙卷数学（文））已知等差数列 a_n 的公差为 $\frac{2}{3}$，集合 $S \cos a_n|n N^*$，

若 $S a,b$，则 ab （ ）

A．−1 B．$\frac{1}{2}$ C．0 D．$\frac{1}{2}$

7.（2023全国乙卷数学（文））已知实数 x, y 满足 $x^2 y^2 4x 2y 4 0$，则 $x y$ 的最大值是（ ）

A．$1 \frac{3\sqrt{2}}{2}$ B．4 C．$1 3\sqrt{2}$ D．7

8.（2023全国乙卷数学(理)）已知圆锥PO 的底面半径为$\sqrt{3}$，O 为底面圆心，PA，PB 为圆

锥的母线， AOB　120 ，若 PAB 的面积等于 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$，则该圆锥的体积为（　）

A．　　　　　　B．$\sqrt{6}$　　　　　　C．3　　　　　　D．$3\sqrt{6}$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目的要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9.（2021 新课标全国Ⅱ卷）下列统计量中，能度量样本 $x_1,x_2,\ \ ,x_n$ 的离散程度的是（　）

A．样本 $x_1,x_2,\ \ ,x_n$ 的标准差　　　　B．样本 $x_1,x_2,\ \ ,x_n$ 的中位数

C．样本 $x_1,x_2,\ \ ,x_n$ 的极差　　　　D．样本 $x_1,x_2,\ \ ,x_n$ 的平均数

10.（2022 新课标全国Ⅱ卷）已知函数 $f(x)\ \ \sin(2x\ \ )(0\ \ \ \pi)$ 的图像关于点 $\frac{2\pi}{3},0$ 中心对称，则（ ）

A． $f(x)$ 在区间 $0,\frac{5\pi}{12}$ 单调递减

B． $f(x)$ 在区间 $\frac{\pi}{12},\frac{11\pi}{12}$ 有两个极值点

C．直线 $x\ \ \frac{7\pi}{6}$ 是曲线 $y\ \ f(x)$ 的对称轴

D．直线 $y\ \ \frac{\sqrt{3}}{2}\ \ x$ 是曲线 $y\ \ f(x)$ 的切线

11.（2022 新课标全国 I卷）已知 O 为坐标原点，点 $A(1,1)$ 在抛物线 $C:x^2\ \ 2py(p\ \ 0)$ 上，过点 $B(0,1)$ 的直线交 C 于 P，Q 两点，则（　）

A．C 的准线为 $y\ \ 1$　　　　B．直线 AB 与 C 相切

C．$|OP|\ |OQ|\ \ |OA|^2$　　　　D．$|BP|\ |BQ|\ |BA|^2$

第 II卷（非选择题）

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12.（2023・乙卷（理））已知 $\{a_n\}$ 为等比数列，$a_2a_4a_5$　a_3a_6，a_9a_{10}　8，则 a_7 ＿＿＿＿＿.

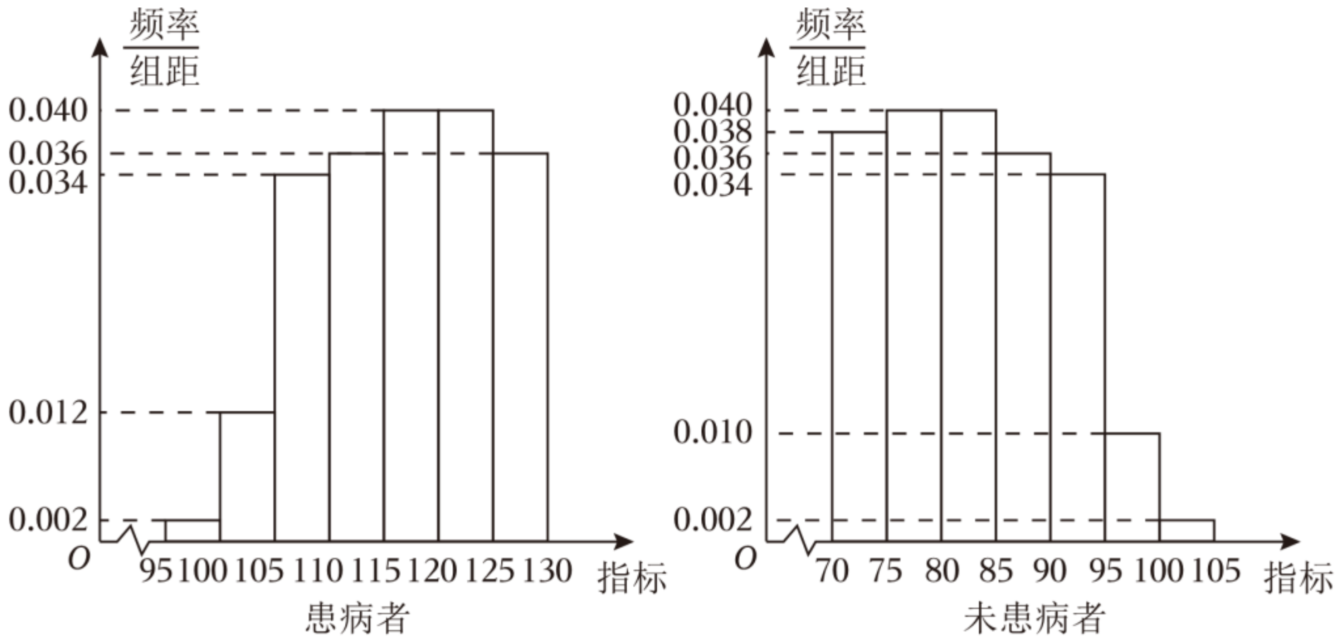
13.（2023 新高考天津卷）在 $2x^3\ \ \frac{1}{x}^{6}$ 的展开式中，x^2 项的系数为＿＿＿＿＿.

14.（2021•新高考Ⅱ）已知函数 $f(x)\ \ |e^x\ \ 1|$，x_1　0，x_2　0，函数 $f(x)$ 的图象在点 $A(x_1$，

$f(x_1)$)和点 $B(x_2$， $f(x_2)$)的两条切线互相垂直，且分别交 y 轴于 M ， N 两点，则 $\frac{|AM|}{|BN|}$ 的取值范围是 ＿＿＿＿＿.

四、解答题. 本题共 5 小题，共 77 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

15.（本小题满分 13 分）（2023•新高考Ⅱ）某研究小组经过研究发现某种疾病的患病者与未患病者的某项医学指标有明显差异，经过大量调查，得到如下的患病者和未患病者该指标的频率分布直方图：



利用该指标制定一个检测标准，需要确定临界值 c，将该指标大于 c 的人判定为阳性，小于或等于 c 的人判定为阴性，此检测标准的漏诊率是将患病者判定为阴性的概率，记为 $p(c)$；误诊率是将未患病者判定为阳性的概率，记为 $q(c)$. 假设数据在组内均匀分布，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.

（1）当漏诊率 $p(c)$ 0.5% 时，求临界值 c 和误诊率 $q(c)$；

（2）设函数 $f(c)$ $p(c)$ $q(c)$. 当 c [95，105]，求 $f(c)$ 的解析式，并求 $f(c)$ 在区间[95，105]的最小值.

16.（本小题满分 15 分）（新题型）已知椭圆 C 的中心为坐标原点，记 C 的左、右焦点分别为 F_1， F_2，上下顶点为 B_1， B_2，且△$F_1B_1B_2$ 是边长为 2 的等边三角形.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)若过点 Q $0,2$ 的直线与椭圆 C 交于 M ， N 两点，且 OM ON 0，求直线 MN 斜率范围.

17.（本小题满分 15 分）（2022•新高考Ⅰ)如图，直三棱柱 $ABC\quad A_1B_1C_1$ 的体积为 4，△A_1BC 的面积为 $2\sqrt{2}$.

（1）求 A 到平面 A_1BC 的距离；

（2）设 D 为 A_1C 的中点，$AA_1\quad AB$，平面 $A_1BC\quad$ 平面 ABB_1A_1，求二面角 $A\quad BD\quad C$ 的正弦值.

18.（本小题满分 17 分）（2023•新高考Ⅱ）（1）证明：当 $0\quad x\quad 1$ 时，$x\quad x^2\quad \sin x\quad x$；参考答案

（2）已知函数 $f(x)\quad \cos ax\quad \ln(1\quad x^2)$，若 $x\quad 0$ 为 $f(x)$ 的极大值点，求 a 的取值范围.

19.（本小题满分 17 分）（2024•江苏四校联考）已知定义域为 R 的函数 $h\ x$ 满足:对于任意的 $x\quad R$，都有 $h\ x\quad 2\pi\quad h\ x\quad h\ 2\pi$，则称函数 $h\ x$ 具有性质 P.

(1)判断函数 $f\ x\quad 2x, g\ x\quad \cos x$ 是否具有性质 P；（直接写出结论）

(2)已知函数 $f\ x\quad \sin\quad x\quad \frac{3}{2}\quad \frac{5}{2}, |\ |\quad \frac{\pi}{2}$，判断是否存在 ， ，使函数 $f\ x$ 具有性质 P？若存在，求出 ， 的值；若不存在，说明理由；

(3)设函数 $f\ x$ 具有性质 P，且在区间 $0,2\pi$ 上的值域为 $f\ 0\ ,f\ 2\pi$.函数 $g\ x\quad \sin f\ x$，满足 $g\ x\quad 2\pi\quad g\ x$，且在区间 $0,2\pi$ 上有且只有一个零点.求证：$f\ 2\pi\quad 2\pi$.

冲刺2024年高考数学真题重组卷

真题重组卷03

（考试时间：120分钟　试卷满分：150分）

第Ⅰ卷（选择题）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1.（2023新课标全国Ⅰ卷）已知 $z \quad \frac{1 \quad i}{2 \quad 2i}$，则 $z \quad \bar{z}$ （　）

A．$\quad i$　　B．i　　C．0　　D．1

【答案】A

【详解】因为 $z \quad \frac{1 \quad i}{2 \quad 2i} \quad \frac{1 \quad i \quad 1 \quad i}{2 \; 1 \quad i \quad 1 \quad i} \quad \frac{2i}{4} \quad \frac{1}{2}i$，所以 $\bar{z} \quad \frac{1}{2}i$，即 $z \quad \bar{z} \quad\quad i$．故选：A．

2.（2023全国乙卷数学（理））设集合 $U \quad R$，集合 $M \quad x|x \quad 1$，$N \quad x| \; 1 \quad x \quad 2$，则

$x|x \quad 2$ （　）

A．$ð_U \; M \quad N$　　B．$N \quad ð_U M$

C．$ð_U \; M \quad N$　　D．$M \quad ð_U N$

【答案】A

【详解】由题意可得 $M \quad N \quad x|x \quad 2$，则 $ð_U \; M \quad N \quad x|x \quad 2$，选项A正确；

$ð_U M \quad x|x \quad 1$，则 $N \quad ð_U M \quad x|x \quad 1$，选项B错误；

$M \quad N \quad x| \; 1 \quad x \quad 1$，则 $ð_U \; M \quad N \quad x|x \quad 1$ 或 $x \quad 1$，选项C错误；

$ð_U N \quad x|x \quad 1$ 或 $x \quad 2$，则 $M \quad ð_U N \quad x|x \quad 1$ 或 $x \quad 2$，选项D错误；故选：A.

3.（2023新课标全国Ⅱ卷）已知　为锐角，$\cos \quad \frac{1 \quad \sqrt{5}}{4}$，则 $\sin \frac{}{2}$ （　）.

A．$\frac{3 \quad \sqrt{5}}{8}$　　B．$\frac{1 \quad \sqrt{5}}{8}$　　C．$\frac{3 \quad \sqrt{5}}{4}$　　D．$\frac{1 \quad \sqrt{5}}{4}$

【答案】D

【详解】因为 $\cos\alpha=1-2\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$，而 α 为锐角，

解得：$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{8}}=\sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{16}}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$．故选：D．

4.（2023•乙卷（文））正方形 ABCD 的边长是 2，E 是 AB 的中点，则 $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{ED}=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　　　B．3　　　　C．$2\sqrt{5}$　　　　D．5

【答案】B

【解析】正方形 ABCD 的边长是 2，E 是 AB 的中点，

所以 $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{EA}=-1$，$\overrightarrow{EB}\perp\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{EA}\perp\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}=2\times2=4$，

则 $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{ED}=(\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC})\cdot(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}=-1+0+0+4=3$．

故选：B．

5.（2023•新高考Ⅰ）设函数 $f(x)=2^{x(x-a)}$ 在区间 $(0,1)$ 单调递减，则 a 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-2]$　　　　B．$[-2,0)$　　　　C．$(0,2]$　　　　D．$[2,+\infty)$

【答案】D

【解析】设 $t=x(x-a)=x^2-ax$，对称轴为 $x=\frac{a}{2}$，抛物线开口向上，

$\because y=2^t$ 是 t 的增函数，$\therefore$ 要使 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 单调递减，

则 $t=x^2-ax$ 在区间 $(0,1)$ 单调递减，即 $\frac{a}{2}\geqslant1$，即 $a\geqslant2$，

故实数 a 的取值范围是 $[2,+\infty)$．故选：D．

6．（2023 全国乙卷数学（文））已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{2\pi}{3}$，集合 $S=\{\cos a_n | n\in N^*\}$，若 $S=\{a,b\}$，则 $ab=$（　）

A．-1　　　　B．$-\frac{1}{2}$　　　　C．0　　　　D．$\frac{1}{2}$

【答案】B

【详解】依题意，等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n=a_1+(n-1)\cdot\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}n+(a_1-\frac{2\pi}{3})$，

显然函数 $y=\cos[\frac{2\pi}{3}n+(a_1-\frac{2\pi}{3})]$ 的周期为 3，而 $n\in N^*$，即 $\cos a_n$ 最多 3 个不同取值，又

$\{\cos a_n | n \quad N\} \quad \{a,b\}$，

则在 $\cos a_1, \cos a_2, \cos a_3$ 中，$\cos a_1 \quad \cos a_2 \quad \cos a_3$ 或 $\cos a_1 \quad \cos a_2 \quad \cos a_3$，

于是有 $\cos \quad \cos(\quad \frac{2\pi}{3})$，即有 $(\quad \frac{2\pi}{3}) \quad 2k\pi, k \quad Z$，解得 $k\pi \quad \frac{\pi}{3}, k \quad Z$，

所以 $k \quad Z$，$ab \quad \cos(k\pi \quad \frac{\pi}{3})\cos[(k\pi \quad \frac{\pi}{3}) \quad \frac{4\pi}{3}] \quad \cos(k\pi \quad \frac{\pi}{3})\cos k\pi \quad \cos^2 k\pi\cos\frac{\pi}{3} \quad \frac{1}{2}$.

故选：B

7.（2023 全国乙卷数学（文））已知实数 x,y 满足 $x^2 \quad y^2 \quad 4x \quad 2y \quad 4 \quad 0$，则 $x \quad y$ 的最大值是（　）

A．$1 \quad \frac{3\sqrt{2}}{2}$　　B．4　　C．$1 \quad 3\sqrt{2}$　　D．7

【答案】C

【详解】法一：令 $x \quad y \quad k$，则 $x \quad k \quad y$，

代入原式化简得 $2y^2 \quad 2k \quad 6 \quad y \quad k^2 \quad 4k \quad 4 \quad 0$，

因为存在实数 y，则 $\quad 0$，即 $2k \quad 6^2 \quad 4 \quad 2 \quad k^2 \quad 4k \quad 4 \quad 0$，

化简得 $k^2 \quad 2k \quad 17 \quad 0$，解得 $1 \quad 3\sqrt{2} \quad k \quad 1 \quad 3\sqrt{2}$，

故 $x \quad y$ 的最大值是 $3\sqrt{2} \quad 1$，

法二：$x^2 \quad y^2 \quad 4x \quad 2y \quad 4 \quad 0$，整理得 $x \quad 2^2 \quad y \quad 1^2 \quad 9$，

令 $x \quad 3\cos \quad 2$，$y \quad 3\sin \quad 1$，其中 $\quad 0,2\pi$，

则 $x \quad y \quad 3\cos \quad 3\sin \quad 1 \quad 3\sqrt{2}\cos \quad \frac{\pi}{4} \quad 1$，

$\quad 0,2 \quad$，所以 $\quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}$，则 $\quad \frac{\pi}{4} \quad 2\pi$，即 $\quad \frac{7}{4}$ 时，$x \quad y$ 取得最大值 $3\sqrt{2} \quad 1$，

法三：由 $x^2 \quad y^2 \quad 4x \quad 2y \quad 4 \quad 0$ 可得 $(x \quad 2)^2 \quad (y \quad 1)^2 \quad 9$，

设 $x \quad y \quad k$，则圆心到直线 $x \quad y \quad k$ 的距离 $d \quad \frac{|2 \quad 1 \quad k|}{\sqrt{2}} \quad 3$，

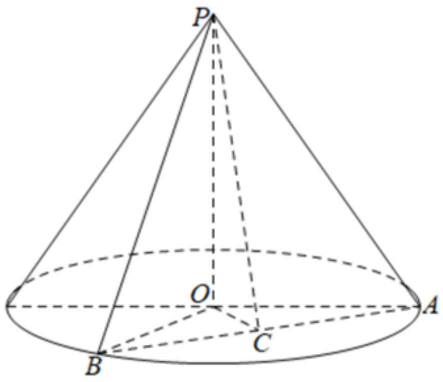
解得 $1 \quad 3\sqrt{2} \quad k \quad 1 \quad 3\sqrt{2}$ 故选：C.

8.（2023 全国乙卷数学（理））已知圆锥 PO 的底面半径为 $\sqrt{3}$，O 为底面圆心，PA，PB 为圆锥的母线，$AOB \quad 120$，若 PAB 的面积等于 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$，则该圆锥的体积为（　）

A．　　B．$\sqrt{6}$　　C．3　　D．$3\sqrt{6}$

【答案】B

【详解】在 AOB 中， AOB 120°，而 OA OB $\sqrt{3}$，取 AB 中点 C，连接 OC，PC，有 OC AB，PC AB，如图，



$\angle ABO$ 30，OC $\frac{\sqrt{3}}{2}$，AB 2BC 3，由 PAB 的面积为$\frac{9\sqrt{3}}{4}$，得$\frac{1}{2}$ 3 PC $\frac{9\sqrt{3}}{4}$，

解得 PC $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，于是 PO $\sqrt{PC^2\ \ OC^2}$ $\sqrt{(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2\ \ (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$ $\sqrt{6}$，

所以圆锥的体积 V $\frac{1}{3}\pi$ OA^2 PO $\frac{1}{3}\pi$ $(\sqrt{3})^2$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{6}\pi$.

故选：B

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目的要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9.（2021 新课标全国Ⅱ卷）下列统计量中，能度量样本 $x_1, x_2,\ \ , x_n$ 的离散程度的是（ ）

A．样本 $x_1, x_2,\ \ , x_n$ 的标准差　　B．样本 $x_1, x_2,\ \ , x_n$ 的中位数

C．样本 $x_1, x_2,\ \ , x_n$ 的极差　　D．样本 $x_1, x_2,\ \ , x_n$ 的平均数

【答案】AC

【解析】由标准差的定义可知，标准差考查的是数据的离散程度；

由中位数的定义可知，中位数考查的是数据的集中趋势；

由极差的定义可知，极差考查的是数据的离散程度；

由平均数的定义可知，平均数考查的是数据的集中趋势；故选：AC.

10.（2022 新课标全国Ⅱ卷）已知函数 $f(x)\ \ \sin(2x\ \ )(0\ \ \ \pi)$ 的图像关于点 $\frac{2\pi}{3}, 0$ 中心对称，则（ ）

A． $f(x)$ 在区间 $0, \frac{5\pi}{12}$ 单调递减

B． $f(x)$ 在区间 $\frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$ 有两个极值点

C．直线 $x \quad \frac{7\pi}{6}$ 是曲线 $y \quad f(x)$ 的对称轴

D．直线 $y \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad x$ 是曲线 $y \quad f(x)$ 的切线

【答案】AD

【解析】由题意得：$f \quad \frac{2\pi}{3} \quad \sin\frac{4\pi}{3} \qquad 0$，所以 $\frac{4\pi}{3} \qquad k\pi,\ k \quad Z$，

即 $\quad \frac{4\pi}{3} \quad k\pi, k \quad Z$，

又 $0 \qquad \pi$，所以 $k \quad 2$ 时，$\quad \frac{2\pi}{3}$，故 $f(x) \quad \sin 2x \quad \frac{2\pi}{3}$.

对 A，当 $x \quad 0, \frac{5\pi}{12}$ 时，$2x \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}$，由正弦函数 $y \quad \sin u$ 图象知 $y \quad f(x)$ 在 $0, \frac{5\pi}{12}$ 上是单调递减；

对 B，当 $x \quad \frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$ 时，$2x \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$，由正弦函数 $y \quad \sin u$ 图象知 $y \quad f(x)$ 只有 1 个极值点，由 $2x \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{3\pi}{2}$，解得 $x \quad \frac{5\pi}{12}$，即 $x \quad \frac{5\pi}{12}$ 为函数的唯一极值点；

对 C，当 $x \quad \frac{7\pi}{6}$ 时，$2x \quad \frac{2\pi}{3} \quad 3\pi$，$f(\frac{7\pi}{6}) \quad 0$，直线 $x \quad \frac{7\pi}{6}$ 不是对称轴；

对 D，由 $y \quad 2\cos\ 2x \quad \frac{2\pi}{3} \qquad 1$ 得：$\cos\ 2x \quad \frac{2\pi}{3} \qquad \frac{1}{2}$，

解得 $2x \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} \quad 2k\pi$ 或 $2x \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{4\pi}{3} \quad 2k\pi, k \quad Z$，

从而得：$x \quad k\pi$ 或 $x \quad \frac{\pi}{3} \quad k\pi, k \quad Z$，

所以函数 $y \quad f(x)$ 在点 $0, \frac{\sqrt{3}}{2}$ 处的切线斜率为 $k \quad y\big|_{x\ 0} \quad 2\cos\frac{2\pi}{3} \qquad 1$，

切线方程为：$y \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (x \quad 0)$ 即 $y \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad x$.

故选：AD .

11.（2022 新课标全国Ⅰ卷）已知 O 为坐标原点，点 $A(1,1)$ 在抛物线 $C: x^2 \quad 2py(p \quad 0)$ 上，过点 $B(0,1)$ 的直线交 C 于 P，Q 两点，则（　　）

A．C 的准线为 $y \qquad 1$

B．直线 AB 与 C 相切

C．$|OP| \ |OQ| \quad |OA|^2$

D．$|BP| \ |BQ| \ |BA|^2$

【答案】BCD

【解析】将点 A 的代入抛物线方程得 $1 \quad 2p$，所以抛物线方程为 $x^2 \quad y$，故准线方程为 $y \qquad \frac{1}{4}$， A 错误；

$k_{AB}\quad \dfrac{1\quad(\ 1)}{1\quad 0}\quad 2$，所以直线AB 的方程为 $y\quad 2x\quad 1$，

联立 $\begin{array}{l} y\quad 2x\quad 1 \\ x^2\quad y \end{array}$，可得 $x^2\quad 2x\quad 1\quad 0$，解得 $x\quad 1$，故B 正确；

设过B 的直线为l，若直线l与 y 轴重合，则直线l与抛物线C 只有一个交点，

所以，直线l的斜率存在，设其方程为 $y\quad kx\quad 1$，$P(x_1, y_1)$,$Q(x_2, y_2)$，

联立 $\begin{array}{l} y\quad kx\quad 1 \\ x^2\quad y \end{array}$，得 $x^2\quad kx\quad 1\quad 0$，

所以 $\begin{array}{l} \Delta\quad k^2\quad 4\quad 0 \\ x_1\quad x_2\quad k \\ x_1x_2\quad 1 \end{array}$，所以 $k\quad 2$ 或 $k\quad 2$，$y_1y_2\quad (x_1x_2)^2\quad 1$，

又 $|OP|\quad \sqrt{x_1^2\quad y_1^2}\quad \sqrt{y_1\quad y_1^2}$，$|OQ|\quad \sqrt{x_2^2\quad y_2^2}\quad \sqrt{y_2\quad y_2^2}$，

所以 $|OP|\,|OQ|\quad \sqrt{y_1y_2(1\quad y_1)(1\quad y_2)}\quad \sqrt{kx_1\quad kx_2}\quad |k|\quad 2\quad |OA|^2$，故C 正确；

因为 $|BP|\quad \sqrt{1\quad k^2}\,|x_1|$，$|BQ|\quad \sqrt{1\quad k^2}\,|x_2|$，

所以 $|BP|\,|BQ|\quad (1\quad k^2)|x_1x_2|\quad 1\quad k^2\quad 5$，而 $|BA|^2\quad 5$，故D 正确.

故选：BCD

第II卷（非选择题）

三、填空题：本题共3 小题，每小题5 分，共15 分。

12.（2023•乙卷（理））已知 $\{a_n\}$ 为等比数列，$a_2a_4a_5\quad a_3a_6$，$a_9a_{10}\quad 8$，则 a_7 __________.

【答案】 2 .

【解析】 等比数列 $\{a_n\}$，

$a_2a_4a_5\quad a_2a_3a_6\quad a_3a_6$，解得 $a_2\quad 1$，

而 $a_9a_{10}\quad a_2q^7a_2q^8\quad (a_2)^2q^{15}\quad 8$，可得 $q^{15}\quad (q^5)^3\quad 8$，

即 $q^5\quad 2$，

$a_7 \quad a_2 q^5 \quad 1 \ (\ 2) \quad 2$.

13.（2023 新高考天津卷）在 $2x^3 \quad \frac{1}{x}{}^{6}$ 的展开式中，x^2项的系数为_________.

【答案】60

【详解】展开式的通项公式 $T_{k\ 1} \quad C_6^k \ 2x^3{}^{6\ k} \quad \frac{1}{x}{}^{k} \quad 1^k \quad 2^{6\ k} \quad C_6^k \quad x^{18\ 4k}$，

令$18 \quad 4k \quad 2$可得，$k \quad 4$，

则x^2项的系数为 $1^4 \quad 2^{6\ 4} \quad C_6^4 \quad 4 \quad 15 \quad 60$.

14.（2021•新高考Ⅱ）已知函数 $f(x) \quad |e^x \quad 1|$，$x_1 \quad 0$，$x_2 \quad 0$，函数 $f(x)$的图象在点$A(x_1$，$f(x_1))$和点$B(x_2$，$f(x_2))$的两条切线互相垂直，且分别交 y 轴于 M ，N 两点，则$\frac{|AM|}{|BN|}$的取值范围是 __________.

【答案】$(0,1)$

【解析】当$x \quad 0$时，$f(x) \quad 1 \quad e^x$，导数为 $f(x) \quad e^x$，

可得在点$A(x_1$，$1 \quad e^{x_1})$处的斜率为$k_1 \quad e^{x_1}$，

切线AM 的方程为$y \quad (1 \quad e^{x_1}) \quad e^{x_1}(x \quad x_1)$，

令$x \quad 0$，可得 $y \quad 1 \quad e^{x_1} \quad x_1 e^{x_1}$，即$M\ (0,1\ e^{x_1} \quad x_1 e^{x_1})$，

当$x \quad 0$时，$f(x) \quad e^x \quad 1$，导数为$f(x) \quad e^x$，

可得在点$B(x_2$，$e^{x_2} \quad 1)$处的斜率为 $k_2 \quad e^{x_2}$，

令$x \quad 0$，可得 $y \quad e^{x_2} \quad 1 \quad x_2 e^{x_2}$，即$N\ (0, e^{x_2} \quad 1 \quad x_2 e^{x_2})$，

由 $f(x)$的图象在 A ，B 处的切线相互垂直，可得$k_1 k_2 \quad e^{x_1} \quad e^{x_2} \quad 1$，

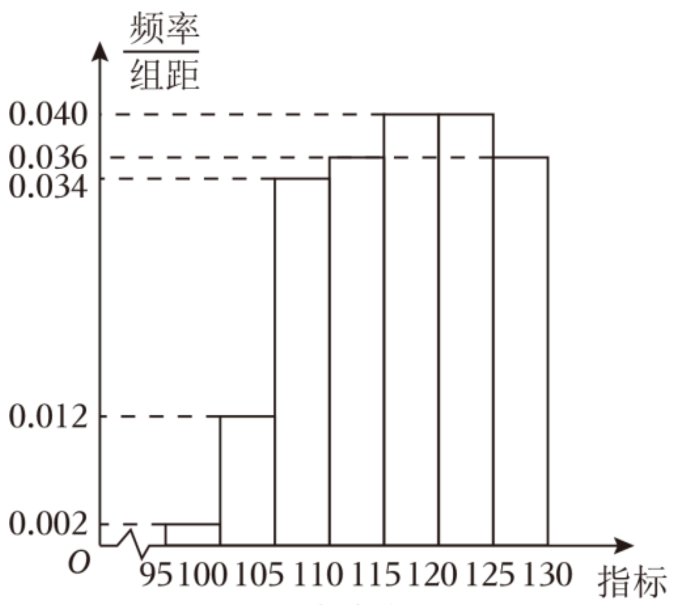
即为$x_1 \quad x_2 \quad 0$，$x_1 \quad 0$，$x_2 \quad 0$，

所以$\frac{|AM|}{|BN|} \quad \frac{\sqrt{1 \quad e^{2x_1}}\ (\ x_1)}{\sqrt{1 \quad e^{2x_2}} \quad x_2} \quad \frac{\sqrt{1 \quad e^{2x_2}}}{\sqrt{1 \quad e^{2x_2}}} \quad \frac{1}{e^{x_2}} \quad (0,1)$.

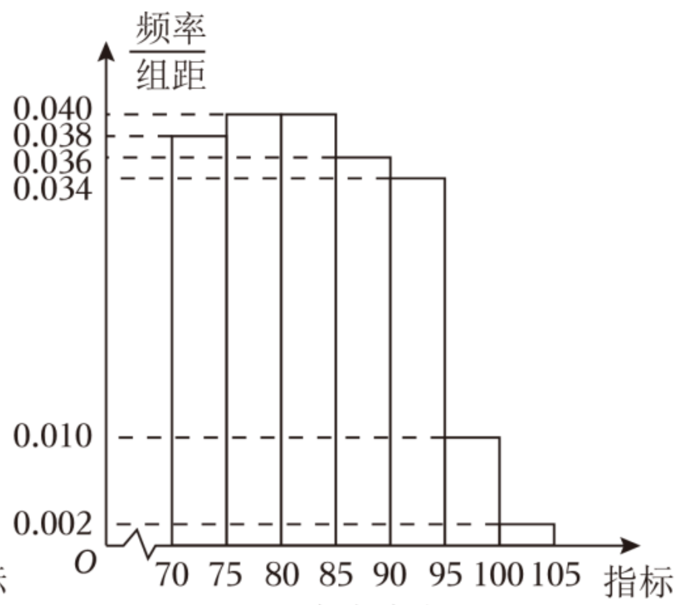
四、解答题 本题共 5 小题，共 77 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

15.（本小题满分 13 分）（2023•新高考Ⅱ）某研究小组经过研究发现某种疾病的患病者与未

患病者的某项医学指标有明显差异，经过大量调查，得到如下的患病者和未患病者该指标的频率分布直方图：



患病者



未患病者

利用该指标制定一个检测标准，需要确定临界值 c，将该指标大于 c 的人判定为阳性，小于或等于 c 的人判定为阴性，此检测标准的漏诊率是将患病者判定为阴性的概率，记为 p（c）；误诊率是将未患病者判定为阳性的概率，记为 q（c）. 假设数据在组内均匀分布，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.

（1）当漏诊率 p（c） 0.5% 时，求临界值 c 和误诊率 q（c）；

（2）设函数 f（c） p（c） q（c）. 当 c [95，105]，求 f（c）的解析式，并求 f（c）在区间[95，105]的最小值.

【解析】（1）当漏诊率 p（c） 0.5% 时，

则 $(c\ \ 95)\ 0.002\ \ 0.5\%$，解得 $c\ \ 97.5$；

q（c） $0.01\ \ 2.5\ \ 5\ \ 0.002\ \ 0.035\ \ 3.5\%$；

（2）当 c [95，100]时，

f（c） p（c） q（c） $(c\ \ 95)\ 0.002\ \ (100\ \ c)\ 0.01\ \ 5\ \ 0.002\ \ \ 0.008c\ \ 0.82\ 0.02$，

当 c (100，105]时，f（c） p（c） q（c）

$5\ \ 0.002\ \ (c\ \ 100)\ 0.012\ \ (105\ \ c)\ 0.002\ \ 0.01c\ \ 0.98\ \ 0.02$，

故 f（c） $\begin{cases} 0.008c\ \ 0.82, 95\ \ c\ \ 100 \\ 0.01c\ \ 0.98, 100\ \ c\ \ 105 \end{cases}$，