

山东省德州市齐河县第一中学 2023-2024 学年高三高考模拟测试 (二) 数学试题

注意事项

1. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.
4. 作答选择题, 必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑; 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 作答非选择题, 必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答, 在其他位置作答一律无效.
5. 如需作图, 须用 2B 铅笔绘、写清楚, 线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 函数 $f(x) = 2x - |3x + 1|$ 在 $[-2, 1]$ 上的最大值和最小值分别为 ()

- A. $\frac{2}{3}, -2$ B. $-\frac{2}{3}, -9$ C. $-2, -9$ D. $2, -2$

2. 若复数 z 满足 $iz - 2 = i$, 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

3. 曲线 $x^2 = 4y$ 在点 $(2, t)$ 处的切线方程为 ()

- A. $y = x - 1$ B. $y = 2x - 3$ C. $y = -x + 3$ D. $y = -2x + 5$

4. 函数 $f(x) = \cos \frac{\pi x}{2}$ 与 $g(x) = kx - k$ 在 $[-6, 8]$ 上最多有 n 个交点, 交点分别为 (x_i, y_i) ($i = 1, \dots, n$), 则

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = ()$$

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

5. 博览会安排了分别标有序号为“1号”“2号”“3号”的三辆车, 等可能随机顺序前往酒店接嘉宾. 某嘉宾突发奇想, 设计两种乘车方案. 方案一: 不乘坐第一辆车, 若第二辆车的车序号大于第一辆车的车序号, 就乘坐此车, 否则乘坐第三辆车; 方案二: 直接乘坐第一辆车. 记方案一与方案二坐到“3号”车的概率分别为 P_1, P_2 , 则 ()

- A. $P_1 \cdot P_2 = \frac{1}{4}$ B. $P_1 = P_2 = \frac{1}{3}$ C. $P_1 + P_2 = \frac{5}{6}$ D. $P_1 < P_2$

6. 《周易》历来被人们视作儒家群经之首, 它表现了古代中华民族对万事万物的深刻而又朴素的认识, 是中华人文文化的基础, 它反映出中国古代的二进制计数的思想方法. 我们用近代术语解释为: 把阳爻“—”当作数字“1”, 把阴爻“--”当作数字“0”, 则八卦所代表的数表示如下:

卦名	符号	表示的二进制数	表示的十进制数
坤		000	0

震		001	1
坎		010	2
兑		011	3

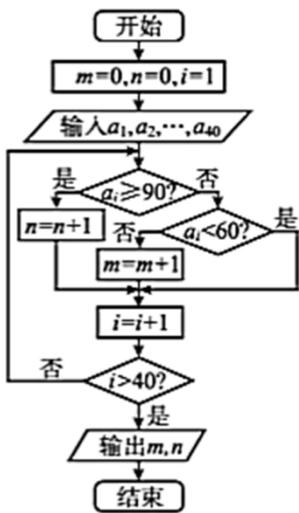
依此类推，则六十四卦中的“屯”卦，符号“”表示的十进制数是（ ）

- A. 18 B. 17 C. 16 D. 15

7. 某校在高一年级进行了数学竞赛（总分 100 分），下表为高一·一班 40 名同学的数学竞赛成绩：

55	57	59	61	68	64	62	59	80	88
98	95	60	73	88	74	86	77	79	94
97	100	99	97	89	81	80	60	79	60
82	95	90	93	90	85	80	77	99	68

如图的算法框图中输入的 a_i 为上表中的学生的数学竞赛成绩，运行相应的程序，输出 m, n 的值，则 $m-n = (\quad)$



- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

8. 已知复数 z 满足： $(1+i)(z-1) = 1-i$ ，则 z 的共轭复数为（ ）

- A. $1-2i$ B. $1+i$ C. $-1+i$ D. $1+2i$

9. 若 $x > 0, y > 0$ ，则“ $x+2y = 2\sqrt{2xy}$ ”的一个充分不必要条件是

- A. $x = y$ B. $x = 2y$
 C. $x = 2$ 且 $y = 1$ D. $x = y$ 或 $y = 1$

10. 若复数 z 满足 $(1+3i)z = (1+i)^2$, 则 $|z| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

11. 已知 m, n 为两条不重合直线, α, β 为两个不重合平面, 下列条件中, $\alpha \perp \beta$ 的充分条件是 ()

- A. $m \parallel n, m \subset \alpha, n \subset \beta$ B. $m \parallel n, m \perp \alpha, n \perp \beta$
 C. $m \perp n, m \parallel \alpha, n \parallel \beta$ D. $m \perp n, m \perp \alpha, n \perp \beta$

12. 抛物线 $\square^2 = \square\square (\square > 0)$ 的准线与双曲线 $\square: \frac{\square^2}{8} - \frac{\square^2}{4} = 1$ 的两条渐近线所围成的三角形面积为 $2\sqrt{2}$, 则 \square 的值为 ()

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 为正项等比数列, $a_3 a_6 a_9 = 27$, 则 $a_2 a_{10} + a_6 a_2 + a_6 a_{10}$ 的最小值为_____.

14. 若正实数 \square, \square , 满足 $\square + 2\square = 5$, 则 $\frac{\square^2-3}{\square+1} + \frac{2\square^2-1}{\square}$ 的最大值是_____.

15. 满足线性的约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq y \\ x + y \leq 2 \end{cases}$ 的目标函数 $z = 2x - y$ 的最大值为_____.

16. 已知圆柱的两个底面的圆周在同一个球的球面上, 圆柱的高和球半径均为 2, 则该圆柱的底面半径为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以原点 O 为极点, 以 x 轴正

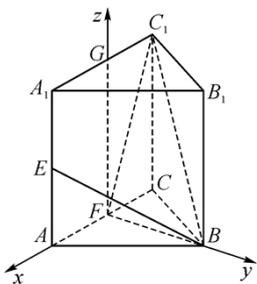
半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = 2$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程与曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设 A, B 为曲线 C_1 上位于第一, 二象限的两个动点, 且 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$, 射线 OA, OB 交曲线 C_2 分别于 D, C , 求 $\triangle AOB$ 面积的最小值, 并求此时四边形 $ABCD$ 的面积.

18. (12 分) 在正三棱柱 $ABCA_1B_1C_1$ 中, 已知 $AB=1, AA_1=2$, E, F, G 分别是棱 AA_1, AC 和 A_1C_1 的中点, 以

$\{\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FG}\}$ 为正交基底, 建立如图所示的空间直角坐标系 $F-xyz$.



- (1) 求异面直线 AC 与 BE 所成角的余弦值；
 (2) 求二面角 $F-BC_1-C$ 的余弦值.

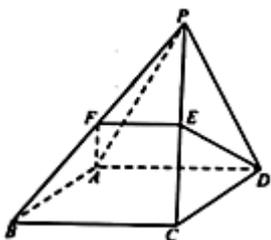
19. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + (1-a)x - \ln x, a \in R$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
 (2) 若 $a \in (-\infty, 1)$, 设 $g(x) = xe^x - x - \ln x + a$, 证明: $\forall x_1 \in (0, 2], \exists x_2 \in (0, +\infty)$, 使 $f(x_1) - g(x_2) > 2 - \ln 2$.

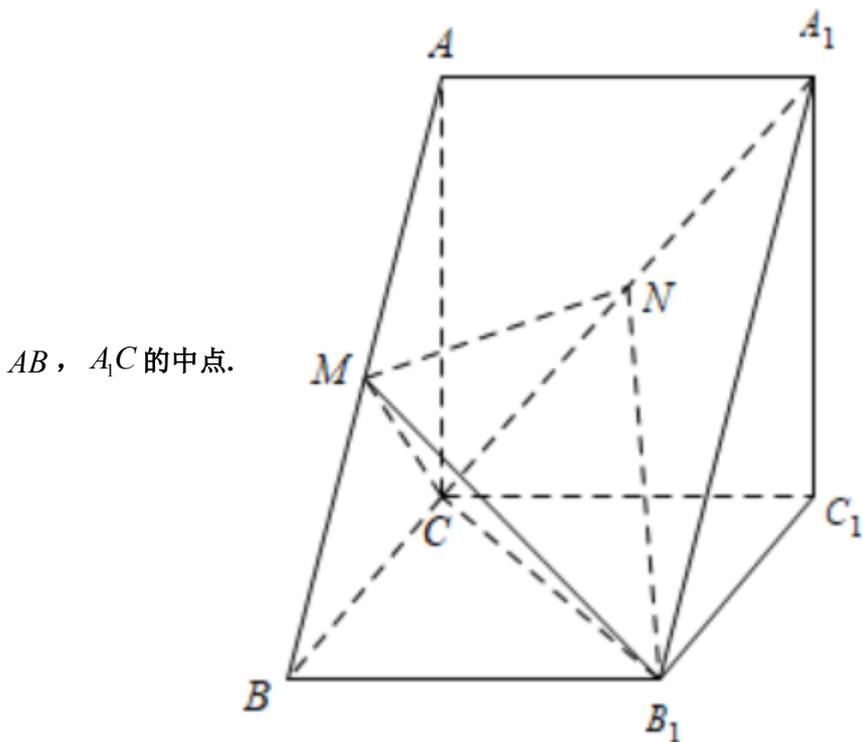
20. (12分) 在直角坐标系 l 中, 已知直线 l 的直角坐标方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以直角坐标系原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4 \sin(\theta + \frac{\pi}{3})$.

- (1) 求曲线 C_1 和直线 l 的极坐标方程；
 (2) 已知直线 l 与曲线 C_1, C_2 相交于异于极点的点 A, B , 若 A, B 的极径分别为 ρ_1, ρ_2 , 求 $|\rho_1 - \rho_2|$ 的值.

21. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB = \frac{\sqrt{3}}{2}AD$, $\triangle PAD$ 为正三角形, 且平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, E, F 分别为 PC, PB 的中点.



- (1) 证明: 平面 $ADEF \perp$ 平面 PBC ；
 (2) 求二面角 $B-DE-C$ 的余弦值.
22. (10分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $\angle ACB = 90^\circ, AC = CB = 2$, M, N 分别为



(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 BB_1C_1C ;

(2) 若平面 $CMN \perp$ 平面 B_1MN , 求直线 AB 与平面 B_1MN 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

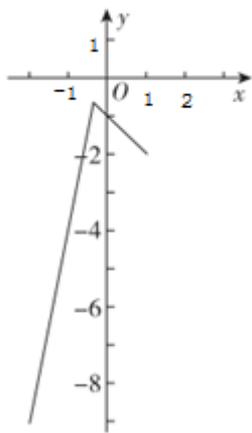
【解析】

由函数解析式中含绝对值, 所以去绝对值并画出函数图象, 结合图象即可求得在 $[-2, 1]$ 上的最大值和最小值.

【详解】

$$\text{依题意, } f(x) = 2x - |3x + 1| = \begin{cases} 5x + 1, & -2 \leq x < -\frac{1}{3} \\ -x - 1, & -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \end{cases},$$

作出函数 $f(x)$ 的图象如下所示;



由函数图像可知，当 $x = -\frac{1}{3}$ 时， $f(x)$ 有最大值 $-\frac{2}{3}$ ，

当 $x = -2$ 时， $f(x)$ 有最小值 -9 。

故选：B.

【点睛】

本题考查了绝对值函数图象的画法，由函数图象求函数的最值，属于基础题.

2、D

【解析】

把已知等式变形，利用复数代数形式的乘除运算化简，再由复数模的计算公式计算.

【详解】

解：由题意知， $iz = 2 + i$ ，

$$\therefore z = \frac{2+i}{i} = \frac{(2+i)i}{i^2} = \frac{-1+2i}{-1} = 1-2i,$$

$$\therefore |z| = |1-2i| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5},$$

故选：D.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数模的求法.

3、A

【解析】

将点代入解析式确定参数值，结合导数的几何意义求得切线斜率，即可由点斜式求的切线方程.

【详解】

$$\text{曲线 } x^2 = 4y, \text{ 即 } y = \frac{1}{4}x^2,$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, 代入可得 } t = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1, \text{ 所以切点坐标为 } (2, 1),$$

求得导函数可得 $y' = \frac{1}{2}x$,

由导数几何意义可知 $k = y' = \frac{1}{2} \times 2 = 1$,

由点斜式可得切线方程为 $y - 1 = x - 2$, 即 $y = x - 1$,

故选: A.

【点睛】

本题考查了导数的几何意义, 在曲线上一点的切线方程求法, 属于基础题.

4、C

【解析】

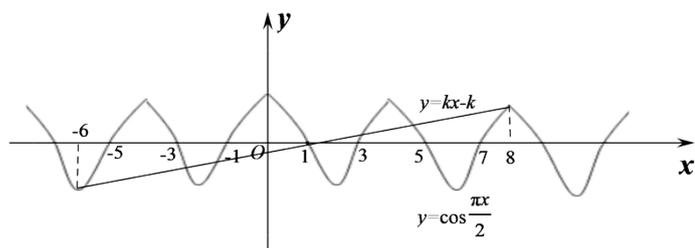
根据直线 $g(x)$ 过定点 $(1, 0)$, 采用数形结合, 可得最多交点个数, 然后利用对称性, 可得结果.

【详解】

由题可知: 直线 $g(x) = kx - k$ 过定点 $(1, 0)$

且 $f(x) = \cos \frac{\pi x}{2}$ 在 $[-6, 8]$ 是关于 $(1, 0)$ 对称

如图



通过图像可知: 直线 $g(x)$ 与 $f(x)$ 最多有 9 个交点

同时点 $(1, 0)$ 左、右边各四个交点关于 $(1, 0)$ 对称

$$\text{所以 } \sum_{i=1}^9 (x_i + y_i) = 2 \times 4 + 1 = 9$$

故选: C

【点睛】

本题考查函数对称性的应用, 数形结合, 难点在于正确画出图像, 同时掌握基础函数 $y = \cos x$ 的性质, 属难题.

5、C

【解析】

将三辆车的出车可能顺序一一列出, 找出符合条件的即可.

【详解】

三辆车的出车顺序可能为：123、132、213、231、312、321

方案一坐车可能：132、213、231，所以， $P_1 = \frac{3}{6}$ ；

方案二坐车可能：312、321，所以， $P_1 = \frac{2}{6}$ ；

所以 $P_1 + P_2 = \frac{5}{6}$

故选 C.

【点睛】

本题考查了古典概型的概率的求法，常用列举法得到各种情况下基本事件的个数，属于基础题.

6、B

【解析】

由题意可知“屯”卦符号“”表示二进制数字 010001，将其转化为十进制数即可.

【详解】

由题意类推，可知六十四卦中的“屯”卦符号“”表示二进制数字 010001，转化为十进制数的计算为 $1 \times 2^0 + 1 \times 2^4 = 1$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查数制是转化，新定义知识的应用等，意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

7、D

【解析】

根据程序框图判断出 n, m 的意义，由此求得 m, n 的值，进而求得 $m - n$ 的值.

【详解】

由题意可得 n 的取值为成绩大于等于 90 的人数， m 的取值为成绩大于等于 60 且小于 90 的人数，故 $m = 24$ ， $n = 12$ ，

所以 $m - n = 24 - 12 = 12$.

故选：D

【点睛】

本小题考查利用程序框图计算统计量等基础知识；考查运算求解能力，逻辑推理能力和数学应用意识.

8、B

【解析】

转化 $(1+i)(z-1) = 1-i$ ，为 $z-1 = \frac{1-i}{1+i}$ ，利用复数的除法化简，即得解

【详解】

复数 z 满足： $(1+i)(z-1) = 1-i$

$$\text{所以 } z-1 = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{2} = -i$$

$$\Rightarrow z = 1-i$$

$$\therefore \bar{z} = 1+i$$

故选：B

【点睛】

本题考查了复数的除法和复数的基本概念，考查了学生概念理解，数学运算的能力，属于基础题.

9、C

【解析】

$$\because x > 0, y > 0,$$

$$\therefore x+2y \geq 2\sqrt{2xy}, \text{ 当且仅当 } x=2y \text{ 时取等号.}$$

故“ $x=2$, 且 $y=1$ ”是“ $x+2y=2\sqrt{2xy}$ ”的充分不必要条件.选 C.

10、D

【解析】

先化简得 $z = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$, 再求 $|z|$ 得解.

【详解】

$$z = \frac{2i}{1+3i} = \frac{2i(1-3i)}{10} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i,$$

$$\text{所以 } |z| = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查复数的运算和模的计算，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

11、D

【解析】

根据面面垂直的判定定理，对选项中的命题进行分析、判断正误即可.

【详解】

对于 A, 当 $m \parallel n$, $m \subset \alpha$, $n \subset \beta$ 时, 则平面 α 与平面 β 可能相交, $\alpha \perp \beta$, $\alpha \parallel \beta$, 故不能作为 $\alpha \perp \beta$ 的充分条件, 故 A 错误;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/617132110114010001>