

益阳市 2023 年初中学业水平考试

数 学

考生注意：考试时量为 120 分钟，满分为 150 分。

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 四个实数 $-\frac{1}{3}$, 0, 2, $\sqrt{3}$ 中，最大的数是（ ）

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 0 C. 2 D. $\sqrt{3}$

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ B. $(x^3)^2 = x^5$ C. $(3x)^2 = 6x^2$ D. $x^3 \div x = x^2$

3. 下列正方体的展开图中，是轴对称图形的是（ ）



4. 将不等式组 $\begin{cases} x > 0, \\ x - 2 \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示，正确的是（ ）



5. 某学校为进一步开展好劳动教育实践活动，用 1580 元购进 A, B 两种劳动工具共 145 件，A, B 两种劳动工具每件分别为 10 元，12 元。设购买 A, B 两种劳动工具 件数分别为 x , y ，那么下面列出的方程组中正确的是（ ）

- A. $\begin{cases} x + y = 145 \\ 10x + 12y = 1580 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y = 145 \\ 10x + 12y = 1580 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x + y = 145 \\ 12x + 10y = 1580 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y = 145 \\ 12x + 10y = 1580 \end{cases}$

6. 乡村医生李医生在对本村老年人进行年度免费体检时，发现张奶奶血压偏高，为了准确诊断，随后 7 天，李医生每天定时为张奶奶测量血压，测得数据如下表：

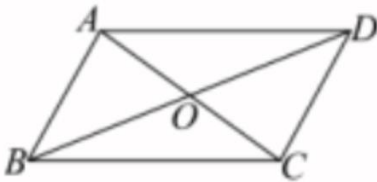
测量时间	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天
收缩压（毫米汞柱）	151	148	140	139	140	136	140

舒张压（毫米汞柱）	90	92	88	88	90	80	88
-----------	----	----	----	----	----	----	----

对收缩压，舒张压两组数据分别进行统计分析，其中错误的是（ ）

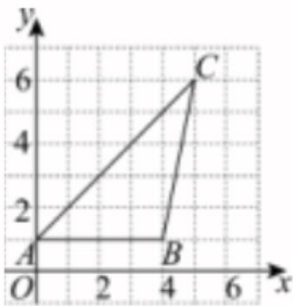
- A. 收缩压的中位数为 139
 B. 舒张压的众数为 88
 C. 收缩压的平均数为 142
 D. 舒张压的方差为 $\frac{88}{7}$

7. 如图， $YABCD$ 的对角线 AC ， BD 交于点 O ，下列结论一定成立的是（ ）



- A. $OA=OB$ B. $OA \perp OB$ C. $OA=OC$ D. $\angle OBA = \angle OBC$

8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，有三点 $A(0,1)$ ， $B(4,1)$ ， $C(5,6)$ ，则 $\sin \angle BAC =$ （ ）



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 下列因式分解正确的是（ ）

- A. $2a^2 - 4a + 2 = 2(a-1)^2$ B. $a^2 + ab + a = a(a+b)$
 C. $4a^2 - b^2 = (4a+b)(4a-b)$ D. $a^3b - ab^3 = ab(a-b)^2$

10. 关于一次函数 $y = x + 1$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 图象经过第一、三、四象限 B. 图象与 y 轴交于点 $(0,1)$
 C. 函数值 y 随自变量 x 的增大而减小 D. 当 $x > -1$ 时， $y < 0$

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

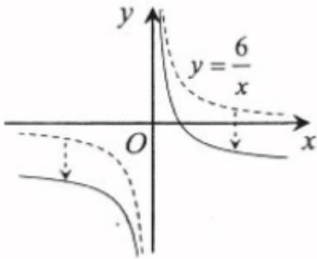
11. 据报道，2023 年我国新能源汽车发展优势不断巩固和扩大，一季度全国新能源汽车销量为 159 万辆，同比增长 27%。将 1590000 用科学记数法表示为_____。

12. 计算： $\sqrt{20} \times \sqrt{5} =$ _____。

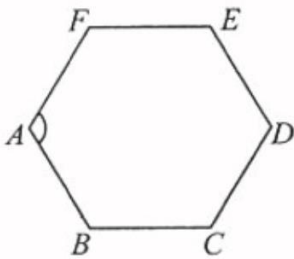
13. 从1-10这10个整数中随机抽取1个数，抽到3的倍数的概率是_____.

14. 分式方程 $\frac{4}{x-2} = \frac{2}{x}$ 的解是_____.

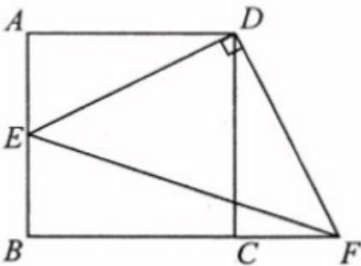
15. 我们在学习一次函数、二次函数图象的平移时知道：将一次函数 $y = 2x$ 的图象向上平移1个单位得到 $y = 2x + 1$ 的图象；将二次函数 $y = x^2 + 1$ 的图象向左平移2个单位得到 $y = (x + 2)^2 + 1$ 的图象. 若将反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象向下平移3个单位，如图所示，则得到的图象对应的函数表达式是_____.



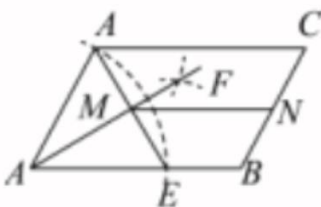
16. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 中， $\angle FAB =$ _____° .



17. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， E 为 AB 的中点，连接 DE ，将 $\triangle DAE$ 绕点 D 按逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle DCF$ ，连接 EF ，则 EF 的长为_____.



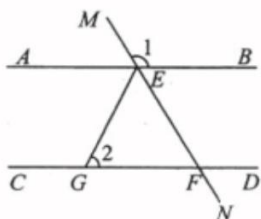
18. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $AD = 4$ ，以 A 为圆心， AD 的长为半径画弧交 AB 于点 E ，连接 DE ，分别以 D ， E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径画弧，两弧交于点 F ，作射线 AF ，交 DE 于点 M ，过点 M 作 $MN \parallel AB$ 交 BC 于点 N . 则 MN 的长为_____.



三、解答题（本题共8个小题，共78分）

19. 计算: $|\sqrt{3}-1| - (\sqrt{3})^2 - 12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$.

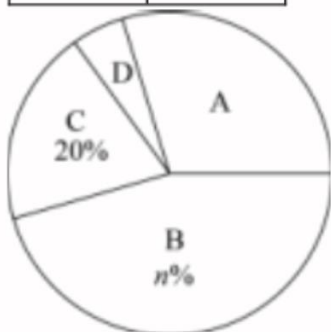
20. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 MN 与 AB, CD 分别交于点 E, F , CD 上有一点 G 且 $GE = GF$, $\angle 1 = 122^\circ$. 求 $\angle 2$ 度数.



21. 先化简, 再求值: $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{2}{(x-1)^2}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

22. 我市教育局为深入贯彻落实立德树人根本任务, 2022 年在全市中小学部署开展“六个一”德育行动. 某校为了更好地开展此项活动, 随机抽取部分学生对学校前段时间开展活动的情况进行了满意度调查, 满意度分为四个等级: A: 非常满意; B: 满意; C: 一般; D: 不满意. 根据调查数据绘制了如下两幅不完整的统计图表:

等级	人数
A	72
B	108
C	48
D	m

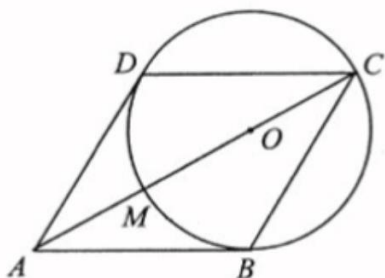


请你根据图表中的信息, 解答下列问题:

- (1) 本次被调查的学生人数是多少?
- (2) 求以上图表中 m, n 的值及扇形统计图中 A 等级对应的圆心角度数;
- (3) 若该校共有学生 1200 人, 估计满意度为 A, B 等级的学生共有多少人?

23. 如图, 线段 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B , AO 交 $\odot O$ 于点 M , 其延长线交 $\odot O$ 于点 C , 连接 BC ,

$\angle ABC = 120^\circ$, D 为 $\odot O$ 上一点且 DB 的中点为 M , 连接 AD , CD .



- (1) 求 $\angle ACB$ 的度数;
- (2) 四边形 $ABCD$ 是否是菱形? 如果是, 请证明; 如果不是, 请说明理由;
- (3) 若 $AC = 6$, 求 CD 的长.

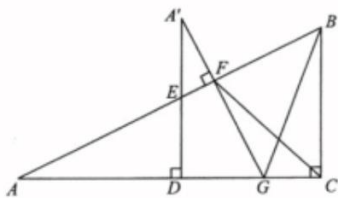
24. 某企业准备对 A , B 两个生产性项目进行投资, 根据其生产成本、销售情况等因素进行分析得知: 投资

A 项目一年后的收益 y_A (万元) 与投入资金 x (万元) 的函数表达式为: $y_A = \frac{2}{5}x$, 投资 B 项目一年后的

收益 y_B (万元) 与投入资金 x (万元) 的函数表达式为: $y_B = -\frac{1}{5}x^2 + 2x$.

- (1) 若将 10 万元资金投入 A 项目, 一年后获得的收益是多少?
- (2) 若对 A , B 两个项目投入相同的资金 m ($m > 0$) 万元, 一年后两者获得的收益相等, 则 m 的值是多少?
- (3) 2023 年, 我国对小微企业施行所得税优惠政策. 该企业将根据此政策获得 减免税款及其他结余资金共计 32 万元, 全部投入到 A , B 两个项目中, 当 A , B 两个项目分别投入多少万元时, 一年后获得的收益之和最大? 最大值是多少万元?

25. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC > BC$, 点 D 在边 AC 上, 将线段 DA 绕点 D 按顺时针方向旋转 90° 得到 DA' , 线段 DA' 交 AB 于点 E , 作 $A'F \perp AB$ 于点 F , 与线段 AC 交于点 G , 连接 FC, GB .



- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle A'DG$;
- (2) 求证: $AF \cdot GB = AG \cdot FC$;
- (3) 若 $AC = 8$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 当 $A'G$ 平分四边形 $DCBE$ 的面积时, 求 AD 的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y = a(x+2)$ ($a > 0$) 与 x 轴交于点 A , 与抛物线 $E: y = ax^2$ 交于

B, C 两点 (B 在 C 的左边).

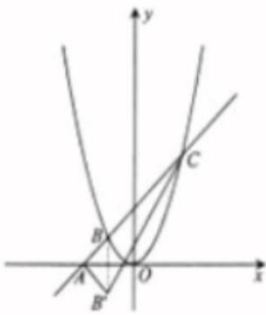


图1

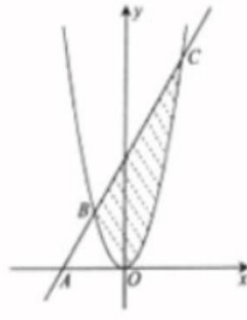


图2

- (1) 求 A 点的坐标;
- (2) 如图 1, 若 B 点关于 x 轴的对称点为 B' 点, 当以点 A, B', C 为顶点的三角形是直角三角形时, 求实数 a 的值;
- (3) 定义: 将平面直角坐标系中横坐标与纵坐标均为整数的点叫作格点, 如 $(-2, 1), (2, 0)$ 等均为格点. 如图 2, 直线 l 与抛物线 E 所围成的封闭图形即阴影部分 (不包含边界) 中的格点数恰好是 26 个, 求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 【答案】C

【分析】根据实数的大小比较法则，即可求解.

【详解】解：∵ $-\frac{1}{3} < 0 < \sqrt{3} < 2$,

∴最大的数是 2.

2. 【答案】D

【分析】根据同底数幂的乘法可判断 A，根据幂的乘方运算可判断 B，根据积的乘方运算可判断 C，根据同底数幂的除法运算可判断 D，从而可得答案.

【详解】解： $x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，故 A 不符合题意；

$(x^3)^2 = x^6$ ，故 B 不符合题意；

$(3x)^2 = 9x^2$ ，故 C 不符合题意；

$x^3 \div x = x^2$ ，故 D 符合题意；

3. 【答案】D

【分析】根据轴对称图形的定义分别判断可得出结果.

【详解】解：由轴对称图形定义可知：A，B，C 不能找到这样的一条直线使图形沿着这条直线对折后两部分完全重合，所以不是轴对称图形；

D 选项中的图形能找到这样的一条直线使图形沿着这条直线对折后两部分完全重合，是轴对称图形，

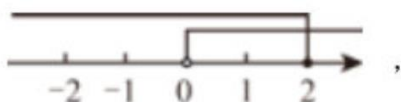
4. 【答案】B

【分析】先解不等式 $x-2 \leq 0$ ，再利用大于向右拐，小于向左拐 数轴上表示两个解集即可.

【详解】解： $\begin{cases} x > 0 \text{ ①} \\ x - 2 \leq 0 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由②得： $x \leq 2$ ，

在数轴上表示两个不等式的解集如下：



∴不等式组的解集为： $0 < x \leq 2$ ；

5. 【答案】A

【分析】设购买 A，B 两种劳动工具的件数分别为 x，y，根据“用 1580 元购进 A，B 两种劳动工具共 145 件，

A, B 两种劳动工具每件分别为 10 元, 12 元.” 列出方程组, 即可求解.

【详解】解: 设购买 A, B 两种劳动工具的件数分别为 x, y , 根据题意得:

$$\begin{cases} x+y=145 \\ 10x+12y=1580 \end{cases}$$

6. 【答案】A

【分析】把数据按照大小排序后再确定中位数可判断 A, 再利用所有数据的和除以数据总个数可得平均数, 可判断 C, 再根据出现次数最多的数据为众数可判断 C, 再根据方差公式计算可判断 D, 从而可得答案.

【详解】解: 把收缩压的数据按照从小到大的顺序排列为:

136, 139, 140, 140, 140, 148, 151;

∴ 排在最中间的数据是 140, 可得中位数为 140, 故 A 符合题意;

收缩压的平均数为: $\frac{1}{7}(136+139+140 \times 3+148+151)=142$, 故 C 不符合题意;

舒张压的数据中 88 出现 3 次, 所以舒张压的数据的众数为 88, 故 D 不符合题意;

舒张压的平均数为: $\frac{1}{7}(90+92+88 \times 3+90+80)=88$,

∴ 舒张压的方差为: $S^2 = \frac{1}{7}[2 \times (90-88)^2 + (92-88)^2 + 3 \times (88-88)^2 + (80-88)^2] = \frac{88}{7}$; 故 D 不符合

题意;

7. 【答案】C

【分析】根据平行四边形性质逐项验证即可得到答案.

【详解】解: A、根据平行四边形性质: 对角线相互平分, 在 $YABCD$ 中, $OA=OC, OB=OD$, 则 $OA=OB$ 不一定成立, 该选项不符合题意;

B、根据平行四边形性质: 对角线相互平分, 不一定垂直, 则 $OA \perp OB$ 不一定成立, 该选项不符合题意;

C、根据平行四边形性质: 对角线相互平分, 在 $YABCD$ 中, $OA=OC$, 该选项符合题意;

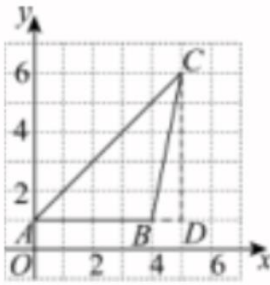
D、根据平行四边形性质, 对角线不一定平分对角, 则 $\angle OBA = \angle OBC$ 不一定成立, 该选项不符合题意;

8. 【答案】C

【分析】如图, 取格点 D , 连接 CD, AD , 则 B 在 AD 上, 由 $A(0,1), B(4,1), C(5,6)$, 证明 $\angle BAC = 45^\circ$,

可得 $\sin \angle BAC = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

【详解】解: 如图, 取格点 D , 连接 CD, AD , 则 B 在 AD 上,



$$\because A(0,1), B(4,1), C(5,6),$$

$$\therefore AD=5, CD=5, \angle ADC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC=45^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle BAC = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

9. 【答案】A

【分析】利用提公因式法，公式法对各项进行因式分解，即可求解.

【详解】解：A、 $2a^2 - 4a + 2 = 2(a^2 - 2a + 1) = 2(a-1)^2$ ，故本选项正确，符合题意；

B、 $a^2 + ab + a = a(a+b+1)$ ，故本选项错误，不符合题意；

C、 $4a^2 - b^2 = (2a+b)(2a-b)$ ，故本选项错误，不符合题意；

D、 $a^3b - ab^3 = ab(a^2 - b^2) = ab(a+b)(a-b)$ ，故本选项错误，不符合题意；

10. 【答案】B

【分析】根据一次函数的性质判断即可.

【详解】解：由题意可得： $k > 0, b > 0$ ，

\therefore 一次函数经过一、二、三象限，函数值 y 随自变量 x 的增大而增大，故 A、C 错；

当 $x=0$ 时， $y=1$ ，

\therefore 图象与 y 轴交于点 $(0,1)$ ，故 B 正确；

当 $x=-1$ 时， $y=0$ ，

\therefore 函数值 y 随自变量 x 的增大而增大，

\therefore 当 $x > -1$ 时， $y > 0$ ，故 D 错误；

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

11. 【答案】 1.59×10^6

【分析】绝对值大于 1 的数可以用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^n$ ， n 为正整数，且比原数的整数位数

少 1，据此可以解答.

【详解】解：将 1590000 用科学记数法表示为 1.59×10^6 .

12. 【答案】 10

【分析】根据二次根式的乘法法则计算即可.

【详解】 $\sqrt{20} \times \sqrt{5} = \sqrt{20 \times 5} = \sqrt{100} = 10$.

13. 【答案】 $\frac{3}{10}$ ## 0.3

【分析】直接利用概率公式求解即可.

【详解】解：由题意可得：在 1-10 中共有 10 个整数，3 的倍数只有 3, 6, 9, 共 3 个，

∴ 随机抽取一个数，抽到 3 的倍数的概率是 $\frac{3}{10}$,

14. 【答案】 $x = -2$

【分析】先去分母，再解出整式方程，然后检验，即可求解.

【详解】解：去分母得： $2(x-2) = 4x$,

解得： $x = -2$,

检验：当 $x = -2$ 时， $x(x-2) \neq 0$,

∴ 原方程的解为 $x = -2$.

15. 【答案】 $y = \frac{6}{x} - 3$

【分析】函数图象的平移规则为：上加下减，左加右减，根据平移规则可得答案.

【详解】解：将反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象向下平移 3 个单位可得平移后的解析式为：

$$y = \frac{6}{x} - 3,$$

16. 【答案】 120° ## 120 度

【分析】由正六边形的内角和为 $(6-2) \times 180^\circ$ ，结合正六边形的所有的内角都相等，再列式计算即可.

【详解】解：∵ 正六边形 $ABCDEF$,

∴ 正六边形的所有的内角都相等；

$$\therefore \angle FAB = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ;$$

17. 【答案】 $2\sqrt{10}$