

广东省广州市第七中学 2023-2024 学年九年级下学期月考数

学试题

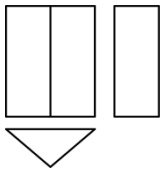
学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题

1. 中国是最早采用正负数表示相反意义的量的国家. 如果水位上升 3m 记作 +3m, 那么水位下降 2m 记作 ()

- A. +2m B. -2m C. +1m D. -1m

2. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体是 ()

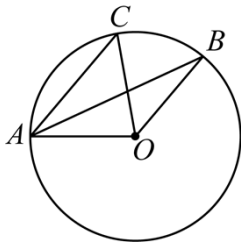


- A. 三棱柱 B. 三棱锥 C. 四棱柱 D. 圆锥

3. 下列运算正确的是 ()

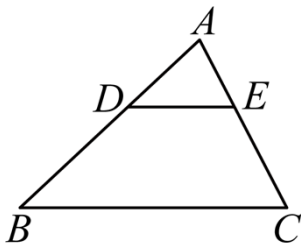
- A. $\sqrt{(-5)^2} = -5$ B. $|2 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 2$ C. $(-2a^2)^3 = -8a^6$ D. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

4. 如图, 点 A、B、C 在 $\odot O$ 上, $AC \parallel OB$, $\angle AOB = 130^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()



- A. 25° B. 50° C. 40° D. 80°

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在 AB、AC 上, $DE \parallel BC$, 且 $AD:DB = 2:3$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的周长比是 ()



- A. 2:3 B. 4:9 C. 2:5 D. 4:25

6. “绿水青山就是金山银山”. 为了改造水质, 某工程队对 2400 平方公里的水域进行水质净化, 实际工作时每天的工作效率比原计划提高了 20%

，结果提前了 40 天完成任务．设原计划每天净化的水域面积为 x 平方公里，则下列方程中正确的是（ ）

A. $\frac{2400 \times (1+20\%)}{x} - \frac{2400}{x} = 40$

B. $\frac{2400}{(1+20\%)x} - \frac{2400}{x} = 40$

C. $\frac{2400}{x} - \frac{2400 \times (1+20\%)}{x} = 40$

D. $\frac{2400}{x} - \frac{2400}{(1+20\%)x} = 40$

7. 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 3x+y=6n \\ x+3y=2n-4 \end{cases}$ 的解满足 $x-y=1$ ，则 $n =$ （ ）

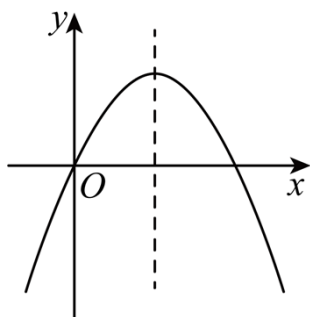
A. $\frac{3}{2}$

B. $-\frac{3}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

8. 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象如图所示，则 $\sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2} =$ （ ）



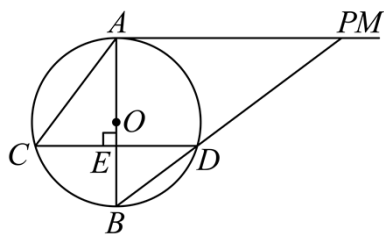
A. $2a-b$

B. $-2a+b$

C. $-2a-b$

D. $-b$

9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的弦， $CD \perp AB$ ，垂足为 E ，连接 BD 并延长，与过点 A 的切线 AM 相交于点 P ，连接 AC ．若 $\odot O$ 的半径为 5， $AC = 8$ ，则 PD 的长是（ ）．



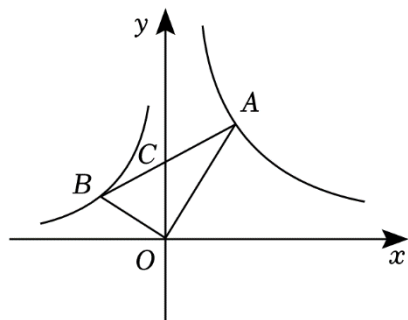
A. $\frac{32}{3}$

B. 10

C. $\frac{35}{3}$

D. 11

10. 如图， $\text{Rt}\triangle AOB$ 的直角顶点 O 为坐标原点，点 A 在反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象上， $\angle OAB = 30^\circ$ ，则 k 的值为（ ）



A. -1

B. -2

C. -3

D. -4

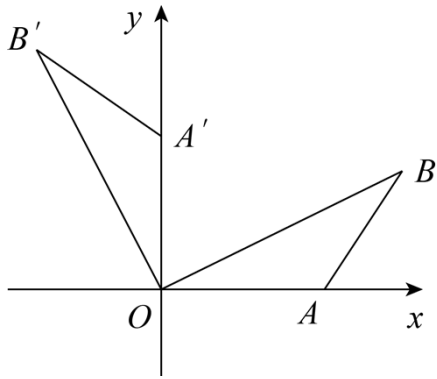
二、填空题

11. 若 $|a|=8$, 则 $a=$ _____.

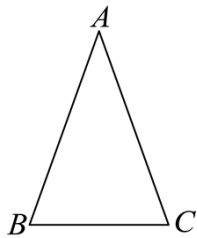
12. 若式子 $\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

13. 在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象的每一支上, y 都随 x 的增大而增大, 且整式 $x^2+kx+16$ 是完全平方式, 则该反比例函数的解析式为_____.

14. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle OAB$ 为等腰三角形, $OA=AB=5$, 点 B 到 x 轴的距离为4, 若将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle OA'B'$, 则点 B' 的坐标为_____.



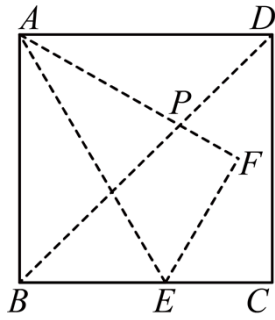
15. 如图, 是一个圆锥的主视图, $\angle ABC$ 的余弦值等于 $\frac{1}{3}$, 则该圆锥侧面展开扇形的圆心角的度数为_____.



16. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 为边 BC 上的一个动点, 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠得到 $\triangle AFE$, AF 交 BD 于点 P .

当 $\angle BAE=30^\circ$ 时, $\angle APD=$ _____;

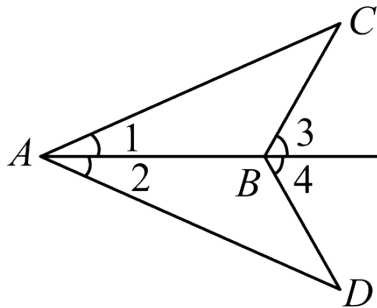
当 E 为 BC 的中点时, $\frac{DP}{BP}=$ _____.



三、解答题

17. 解不等式组:
$$\begin{cases} x+1 \leq 2 \\ 6-3x > 0 \end{cases}$$

18. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 求证: $AC = AD$.



19. 已知 $P = \left(1 - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2-1}{3a+3}$.

(1) 化简 P ;

(2) 若关于 x 的方程 $x^2 + (a+1)x + \frac{3}{2} = 0$ 有两个相等的实数根, 求 P 的值.

20. 某中学为了解学生“诵读经典”的情况, 在全校范围内随机抽查了部分学生的阅读量,

学校将阅读量分成优秀、良好、较好、一般四个等级, 绘制如下统计表:

等级	一般	较好	良好	优秀
阅读量/本	3	4	5	6
频数	12	a	14	4
频率	0.24	0.40	b	0.08

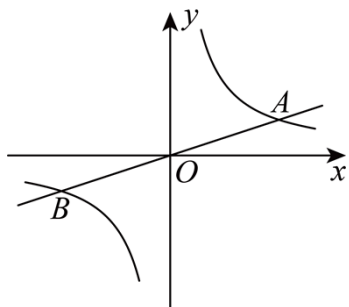
根据统计表中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 本次调查一共随机抽取了 _____ 名学生;

(2) 求所抽查学生阅读量的平均数;

(3) 样本数据中优秀等级学生有 4 人，其中只有 1 名男生，其余都是女生。现从中任选派 2 名学生去参加读书分享会，请用树状图法或列表法求所选 2 名同学中有男生的概率。

21. 如图，已知正比例函数 $y = \frac{1}{3}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A, B 两点，点 A 的横坐标为 6。

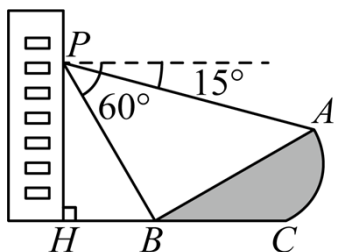


(1) 求 k 的值；

(2) 结合图象，直接写出不等式 $\frac{1}{3}x > \frac{k}{x}$ 的解集；

(3) 点 P 是 y 轴上一点，连接 PA, PB ，若 $S_{\triangle PAB} = 24$ ，求点 P 的坐标。

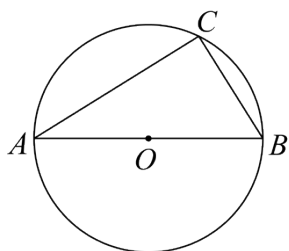
22. 如图，在某大楼观测点 P 处进行观测，测得山坡 AB 上 A 处的俯角为 15° ，测得山脚 B 处的俯角为 60° 。已知该山坡 AB 的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$ ， $BH = 10$ 米，点 P, H, B, C, A 在同一个平面上，点 H, B, C 在同一条直线上，且 $PH \perp HC$ 。



(1) 求观测点 P 与山脚 B 点之间的距离；

(2) 求观测点 P 与山顶 A 点之间的距离。

23. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上。



(1) 尺规作图：在弦 BC 的右侧作 $\angle BCD = \angle CAB$ ，交 AB 的延长线于点 D ；（保留作图痕迹，不写作法）

(2) 在 (1) 所作的图中，

- ①求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；
- ②若 $BD = 2OB$ ，求 $\tan \angle CAB$ 的值.

24. 已知抛物线 $y = -x^2 - 2x + a$ ($a > 0$) 与 y 轴相交于点 A , 顶点为 M .

(1) 求点 M 的坐标; (用含 a 的式子表示)

(2) 直线 $y = \frac{1}{2}x - a$ 与直线 MA 相交于点 N , 与抛物线的对称轴相交于点 B .

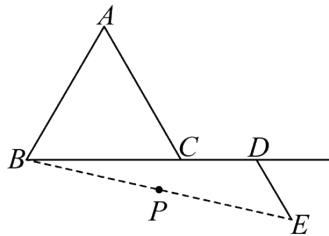
① 求 $\triangle BNM$ 的面积取值范围;

② 直线 $y = \frac{1}{2}x - a$ 与 y 轴相交于点 C , 抛物线上是否存在点 P , 使得以 P, A, C, N 为

顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求 $y = -x^2 - 2x + a$ 在 $-2 \leq x \leq 1$ 时的取值范围;

若不存在, 请说明理由.

25. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, 点 D 在 BC 边的延长线上, 将线段 DC 绕点 D 逆时针旋转 120° 得到线段 DE , P 为 BE 的中点.



(1) 求 A 到 BC 的距离;

(2) 连接 AP, PD , 求 $\angle APD$ 的度数;

(3) 连接 CP , 求 $PD + \frac{\sqrt{3}}{3}CP$ 的最小值.

参考答案:

1. B

【分析】

本题考查了正数和负数，在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示，据此求解即可.

【详解】解：如果水位上升3m记作+3m，那么水位下降2m记作-2m，

故选：B.

2. A

【分析】

本题主要考查由三视图判断几何体.由主视图和左视图得出该几何体是柱体，再结合俯视图可得答案.

【详解】解：根据题意得：该几何体是三棱柱.

故选：A

3. C

【分析】本题考查了整式的运算，实数的运算，解题的关键是掌握二次根式概念，绝对值和整式的运算法则.根据二次根式的概念、绝对值、同底数幂的乘法和幂的乘方逐一判断即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ ，故该选项错误，不符合题意；

B、 $|2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$ ，故该选项错误，不符合题意；

C、 $(-2a^2)^3 = (-2)^3 a^6 = -8a^6$ ，故该选项正确，符合题意；

D、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故该选项错误，不符合题意；

故选：C.

4. B

【分析】

本题考查的是圆周角定理，熟知在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键.

先根据三角形内角和定理， $OA = OB$ ，得出 $\angle B = 25^\circ$ ，再由平行线的性质得出 $\angle B = \angle CAB = 25^\circ$ ，根据圆周角定理即可得出结论.

【详解】

解：∵ $OA = OB$ ， $\angle AOB = 130^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ .$$

∵ $AC \parallel OB$ ，

$$\therefore \angle B = \angle CAB = 25^\circ ,$$

∴ $\angle BOC = 2\angle CAB = 50^\circ$. (同弧所对的圆心角等于圆周角的 2 倍)

故选：B.

5. C

【分析】

本题考查了相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题关键. 先求出 $AD : AB = 2 : 5$ ，再证出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，然后根据相似三角形的周长比等于相似比即可得.

【详解】解：∵ $AD : DB = 2 : 3$ ，

$$\therefore AD : AB = 2 : 5 ,$$

∵ $DE \parallel BC$ ，

∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，

则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的周长比等于 $AD : AB = 2 : 5$ ，

故选：C.

6. D

【分析】 本题主要考查了分式方程的应用. 根据题意列出分式方程，即可得到结果；

【详解】解：∵ 设原计划每天净化的水域面积为 x 平方公里，实际工作时每天的工作效率比原计划提高了 20%，

∴ 实际工作时每天净化的水域面积为 $(1 + 20\%)x$ 平方公里.

依题意，得：
$$\frac{2400}{x} - \frac{2400}{(1 + 20\%)x} = 40 ,$$

故选：D.

7. C

【分析】

本题考查根据方程组的解的情况求参数，根据 $x - y = 1$ ，得到 $x = y + 1$ ，将方程组转化为未知数为 y, n 的方程组，进行求解即可.

【详解】解：∵ $x - y = 1$ ，

$$\therefore x = y + 1,$$

$$\therefore \text{原方程组化为: } \begin{cases} 3(y+1) + y = 6n \\ y+1 + 3y = 2n-4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} y = -\frac{3}{2} \\ n = -\frac{1}{2} \end{cases};$$

故选 C.

8. D

【分析】

本题考查了二次函数的性质，以及二次根式的化简，根据二次函数图象得到 $a < 0$ ， $b - a > 0$ ，

再利用二次根式性质化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ ，即可解题.

【详解】解：由图知，二次函数开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

对称轴在 y 轴右侧，

$$\therefore b > 0,$$

$$\therefore b - a > 0,$$

$$\text{则 } \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2} = -a - (b-a) = -b,$$

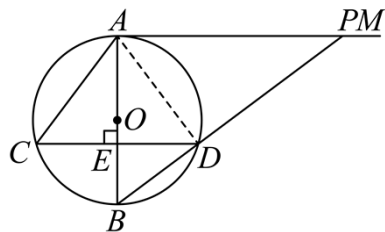
故选：D.

9. A

【分析】

本题考查了切线的性质、圆周角定理，垂径定理、勾股定理、相似三角形的判定和性质. 连接 AD ，根据勾股定理可求出 BD ，证明 $\triangle BDA \sim \triangle BAP$ ，再根据相似三角形的性质计算，即可求得线段 PD 的长.

【详解】解：如图，连接 AD ，



$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径, } CD \perp AB,$$

$$\therefore CE = DE,$$

$$\therefore AD = AC = 8,$$

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, $\odot O$ 的半径为 5,

∴ $\angle ADB = 90^\circ$, $AB = 10$,

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

∵ AM 是圆 O 的切线,

∴ $\angle ADB = \angle BAP = 90^\circ$,

∵ $\angle B = \angle B$,

∴ $\triangle BDA \sim \triangle BAP$,

$$\therefore \frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BP},$$

$$\text{即 } \frac{6}{10} = \frac{10}{BP},$$

$$\text{解得: } BP = \frac{50}{3},$$

$$\therefore PD = BP - BD = \frac{50}{3} - 6 = \frac{32}{3}.$$

故选: A

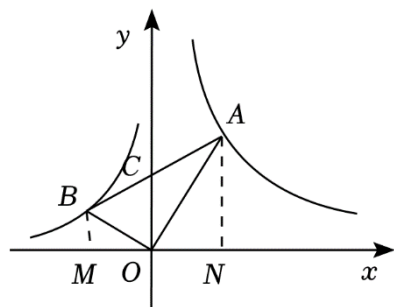
10. B

【分析】

本题考查反比例函数的图象和性质, 相似三角形的判定与性质, 作 $BM \perp x$ 轴于点 M , $AN \perp x$ 轴于点 N , 先证 $\triangle MBO \sim \triangle NOA$, 推出 $\frac{S_{\triangle MBO}}{S_{\triangle NOA}} = \left(\frac{OB}{OA}\right)^2$, $\tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 由反比例函数的图象和性质可得 $S_{\triangle NOA} = \frac{1}{2} ON \cdot NA = 3$, 进而求出 $S_{\triangle MBO}$, 即可得出 k 的值. 解题的关键是理解反比例函数比例系数 k 的几何意义.

【详解】

解: 如图, 作 $BM \perp x$ 轴于点 M , $AN \perp x$ 轴于点 N ,



则 $\angle BMO = \angle ONA = 90^\circ$,

∴ $\angle MBO + \angle BOM = 90^\circ$,

Q Rt $\triangle AOB$ 中 $\angle BOA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle AON + \angle BOM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MBO = \angle NOA,$$

$$\therefore \triangle MBO \sim \triangle NOA,$$

$$\therefore \frac{S_{MBO}}{S_{NOA}} = \left(\frac{OB}{OA}\right)^2,$$

Q $\angle OAB = 30^\circ$,

$$\therefore \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \frac{S_{MBO}}{S_{NOA}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3},$$

Q 点 A 在反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象上,

$$\therefore S_{NOA} = \frac{1}{2} ON \cdot NA = 3,$$

$$\therefore S_{MBO} = \frac{1}{3} \times 3 = 1,$$

Q 点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象上,

$$\therefore k = -2S_{MBO} = -2 \times 1 = -2,$$

故选: B.

11. ± 8

【分析】

本题考查绝对值的性质, 非负数的绝对值是它本身, 负数的绝对值是它的相反数.

【详解】解: $\because |a| = 8,$

$$\therefore a = \pm 8.$$

故答案为: ± 8 .

12. $x > -3$

【分析】

此题主要考查了二次根式有意义的条件以及分式有意义的条件. 根据二次根式有意义的条件以及分式有意义的条件, 即可求解.

【详解】解: 根据题意得: $x + 3 \geq 0$ 且 $x + 3 \neq 0$,

$$\therefore x > -3.$$

故答案为: $x > -3$

13. $y = -\frac{9}{x}$

【分析】

本题考查反比例函数的图象与性质、完全平方式，先根据反比例函数的性质得到 $k < 1$ ，再根据完全平方式的特点求得 $k = \pm 8$ ，进而求得 k 即可求解，熟知完全平方式的结构是解答的关键。

【详解】

解：∵在反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象的每一支上， y 都随 x 的增大而增大，

∴ $k-1 < 0$,

∴ $k < 1$

∵整式 $x^2 + kx + 16$ 是完全平方式，

∴ $-k = \pm 2 \times 4 = \pm 8$

∴ $k = \pm 8$

∵ $k < 1$

∴ $k = -8$

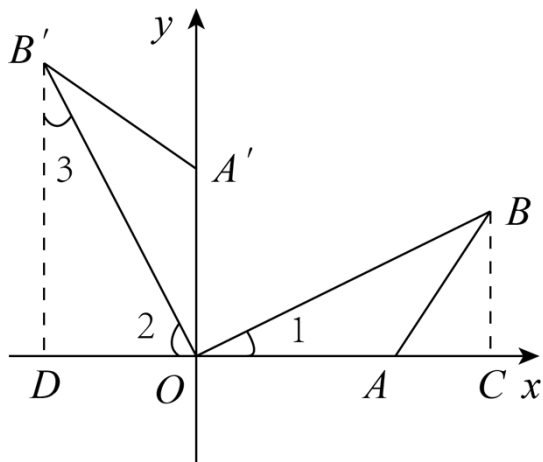
∴该反比例函数的解析式为 $y = -\frac{9}{x}$ ；

故答案为： $y = -\frac{9}{x}$.

14. $(-4, 8)$

【分析】过 B 作 $BC \perp OA$ 于 C ，过 B' 作 $BD \perp x$ 轴于 D ，构建 $\triangle OB'D \cong \triangle OBC$ ，即可得出答案。

【详解】过 B 作 $BC \perp OA$ 于 C ，过 B' 作 $BD \perp x$ 轴于 D ，



$$\therefore \angle B'DO = \angle BCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

由旋转可知 $\angle BOB' = 90^\circ$, $OB = OB'$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore OB = OB', \angle 1 = \angle 3, \angle B'DO = \angle BCO,$$

$$\therefore \triangle OB'D \cong \triangle OBC,$$

$$\therefore B'D = OC, OD = BC = 4,$$

$$\therefore AB = AO = 5,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore OC = 8,$$

$$\therefore B'D = 8,$$

$$\therefore B'(-4, 8).$$

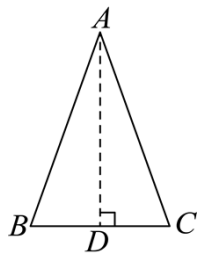
故答案为: $(-4, 8)$.

【点睛】 本题考查了旋转的性质以及如何构造全等三角形求得线段的长度, 准确构造全等三角形求得线段长度是解题的关键.

15. $120^\circ/120$ 度

【分析】 本题考查了圆锥的计算, 圆锥的侧面展开图是一个扇形, 此扇形的弧长等于圆锥底面周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长. 设圆锥的底面半径 BD 为 a , 则圆锥的母线长为 $AB = 3a$, 设圆锥侧面展开扇形的圆心角为 n° , 根据圆锥侧面积公式列方程解出即可.

【详解】 解: 作 $AD \perp BC$, 垂足为 D ,



由题意得 $AB = AC$, 则 $BD = CD$,

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \cos \angle ABC = \frac{1}{3} = \frac{BD}{AB},$$

设圆锥的底面半径 BD 为 a ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/618142032034006052>