

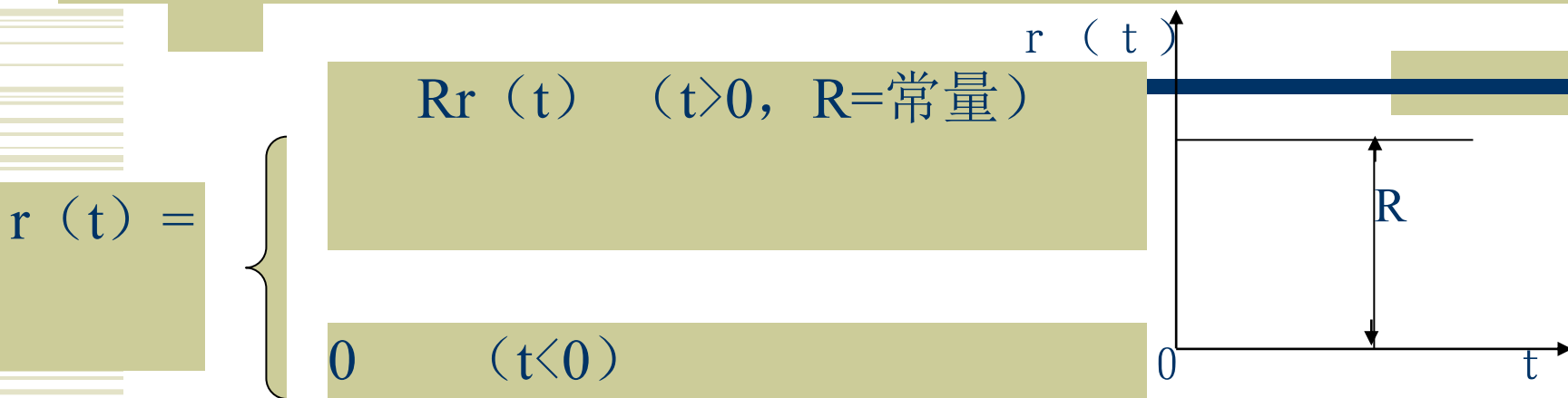
第三章 控制系统的时域分析

本章的研究内容：分析研究控制系统的动态性能和稳态性能

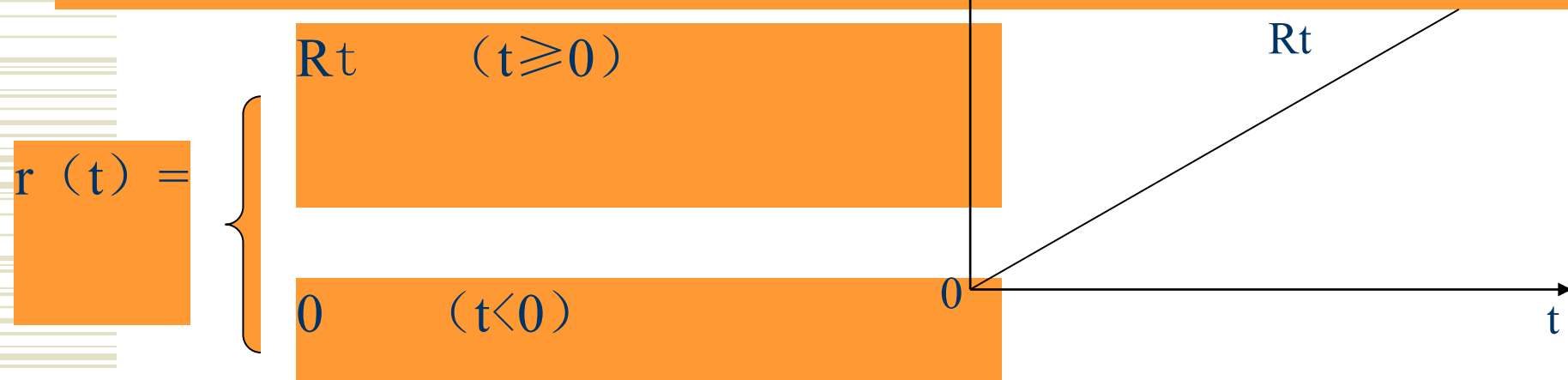
- 1、1、动态性能：典型输入信号作用下控制系统的过渡过程。
- 2、2、稳态性能：建立有关稳态误差的概念，介绍稳态误差的计算方法，讨论消除或减小稳态误差的途径。

3-1 典型输入信号

一、阶跃函数

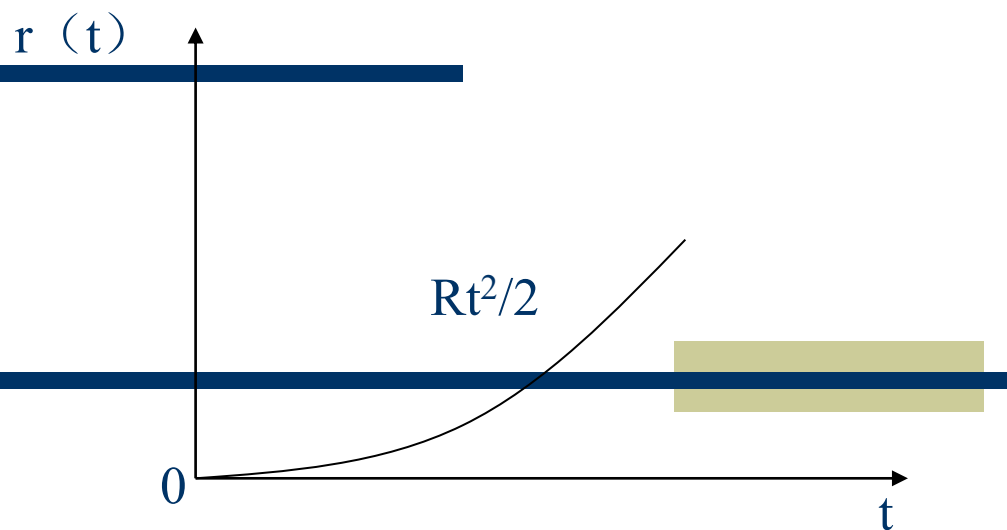


二、速度函数



三、加速度函数

$$r(t) = \begin{cases} Rt^2/2 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$



四、脉冲函数

$$r(t) = \begin{cases} 1/h & (0 < t < h) \\ 0 & (t < 0, t > h) \end{cases}$$

图3.1-3 加速度信号

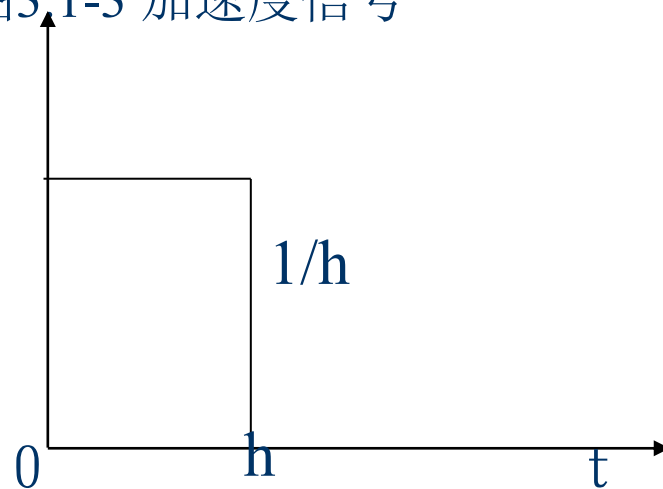


图3.1-4 脉冲信号

五、正弦函数

$$r(t) = A \sin \omega t$$

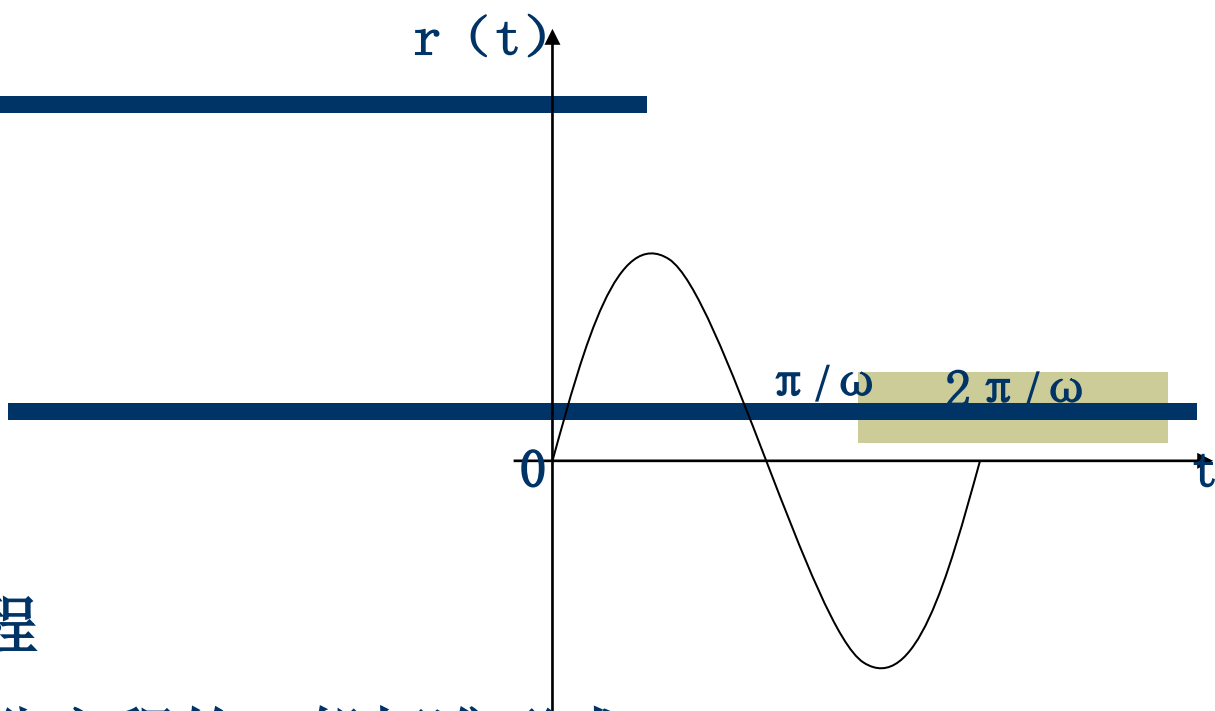


图3.1-5 正弦信号

3-2 一阶系统的过渡过程

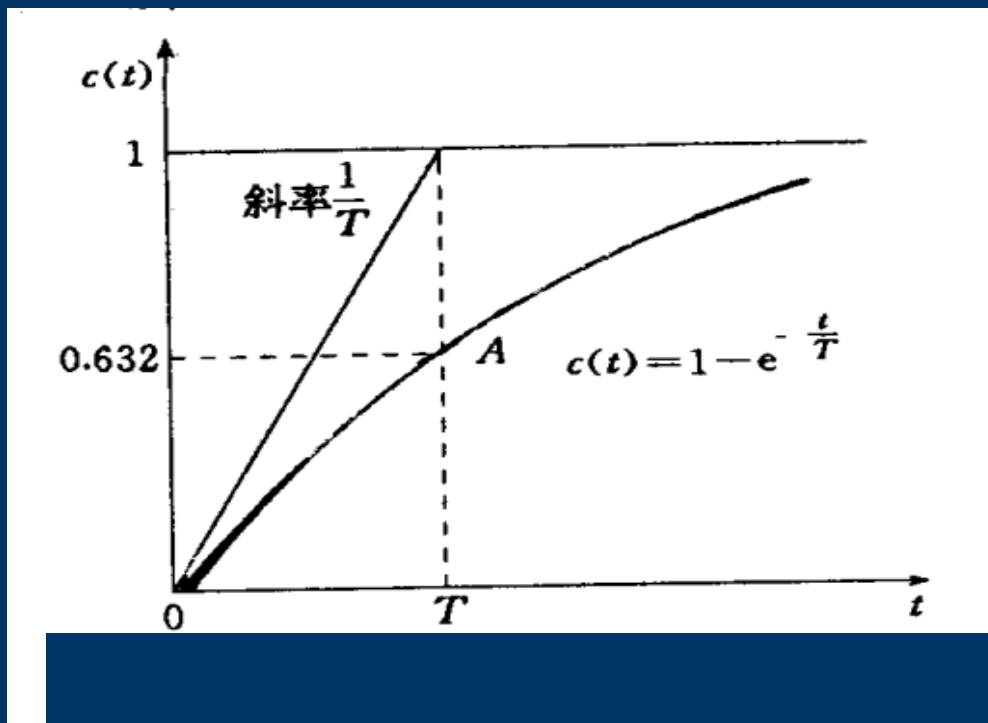
一阶系统动态特性的微分方程的一般标准形式：

$$T \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t)$$

→ 一阶系统的闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

★ 研究各典型输入信号作用下一阶系统的过渡过程的前提：初始条件为零。



$$= \frac{1}{Ts + 1}$$

$$c(t) = c_{ss} + c_{tt} = 1 - e^{-\frac{t}{T}}$$

作一阶系统单位阶跃响应曲线如图2.2.1

一阶系统的时间常数的求法: 求处的切线斜率

$$\left. \frac{dc(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} \Big|_{t=0} = \frac{1}{T}$$

...

$$t \rightarrow \infty \text{ 时, } c(\infty) = 1$$

一阶系统单位斜坡函数的响应曲线如图3.2-2

过程

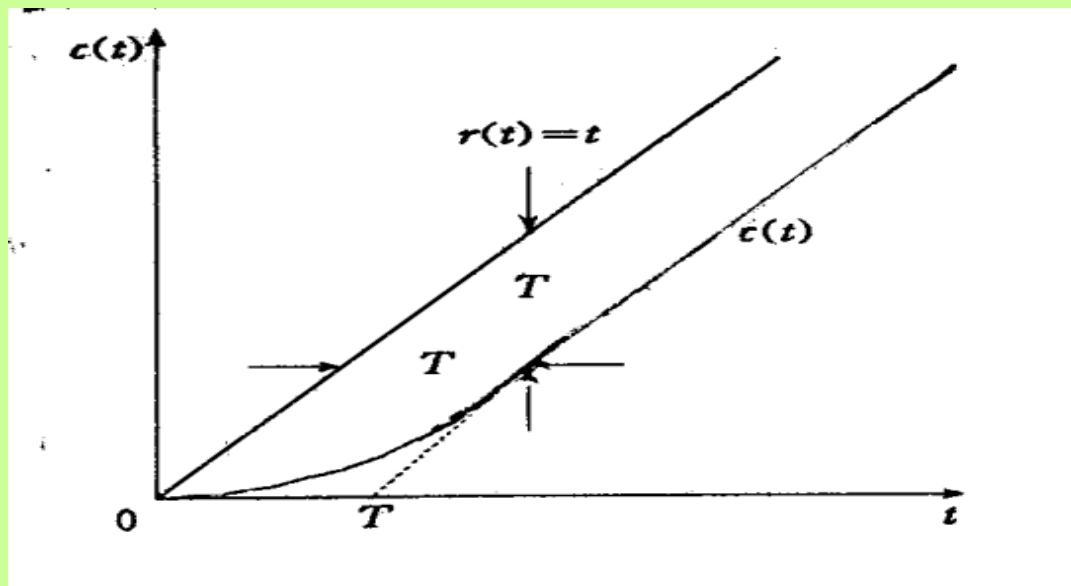


图3.2-2 一阶系统单位斜坡函数的响应曲线

$$\frac{T^2}{Ts + 1}$$

● T越小，反应越快，则跟踪误差越小，输出信号滞后输入信号的时间也越短。

$$\varepsilon(t) = r(t) - c(t) = t - (t - T) - Te^{-\frac{t-T}{T}} = T(1 - e^{-\frac{t-T}{T}})$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = T = \text{常数}$, 即跟踪误差等于常数T。

三、理想单位脉冲函数

理想单位脉冲函数 $r(t)$

对于一阶系统 $\Phi(s) =$

则输出信号的拉氏变换式

$$C(s) = \Phi(s)R(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

$$c(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{Ts + 1}\right] = \frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}} \quad t > 0$$

则一阶系统的脉冲过渡函数的响应曲线为3.2-3

- 理想单位脉冲难以得到，要求实际脉冲宽度 $h < 0.1T$ 。

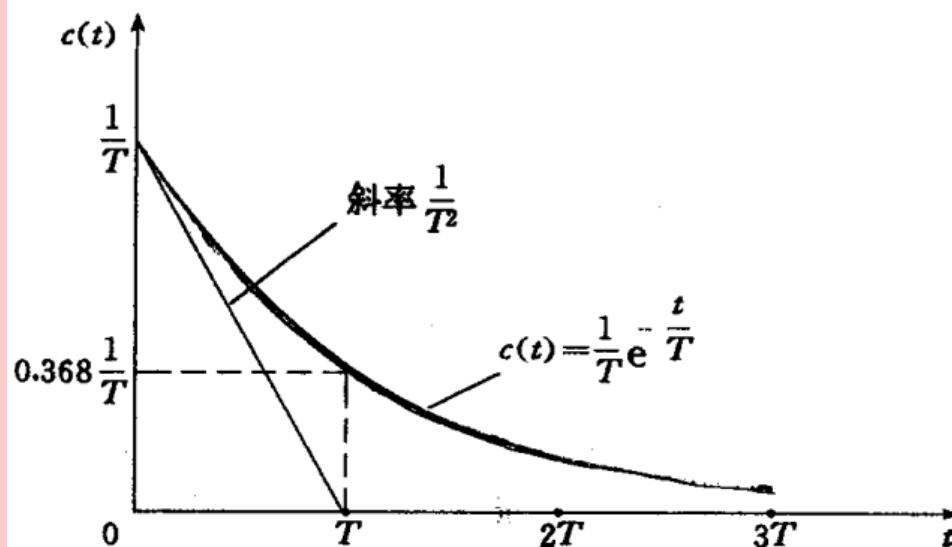


图3.2- 5 一阶系统的脉冲过渡函数

四、线性系统的重要特性

由于 $\frac{d}{dt}t = 1(t), \frac{d}{dt}1(t) = \delta(t)$

即 $r_{\text{脉冲}}(t) = \frac{d}{dt}r_{\text{阶跃}}(t) = \frac{d^2}{dt^2}r_{\text{速度}}(t)$

则有: $c_{\text{脉冲}}(t) = \frac{d}{dt}c_{\text{阶跃}}(t) = \frac{d^2}{dt^2}c_{\text{速度}}(t)$

由上式得到:

- 线性定常系统的重要特性: 系统对输入信号导数的响应, 等于系统对输入信号响应的导数。或者, 系统对于输入信号积分的响应, 等于系统对输入信号响应的积分。(积分常数由零初始条件确定)

3-3 二阶系统的过渡过程

- ◆ 一、二阶系统传递函数的标准形式
- ◆ 二阶系统的微分方程为：

将上式进行变形得：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{T_M s^2 + s + K} = \frac{K/T_M}{s^2 + s/T_M + K/T_M}$$

因此二阶系统的特征方程为：

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{T_M s^2 + s + K}$$

1、欠阻尼情况 ($0 < \xi < 1$)

则特征根 $s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

为一对共轭复数根，如图3.3-1 (a)

2、临界阻尼 ($\xi = 1$)

则特征根 $s_{1,2} = -\omega_n$

3、过阻尼 ($\xi > 1$)

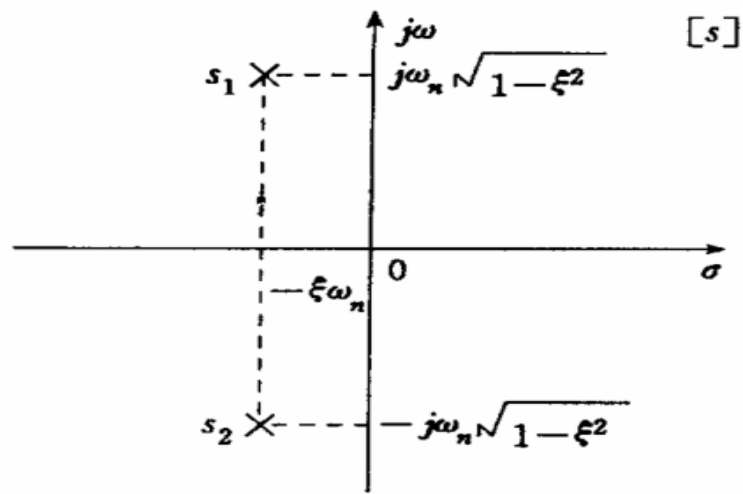
则特征根 $s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$

为两个不同的负实根，如图3.3-1 (c)

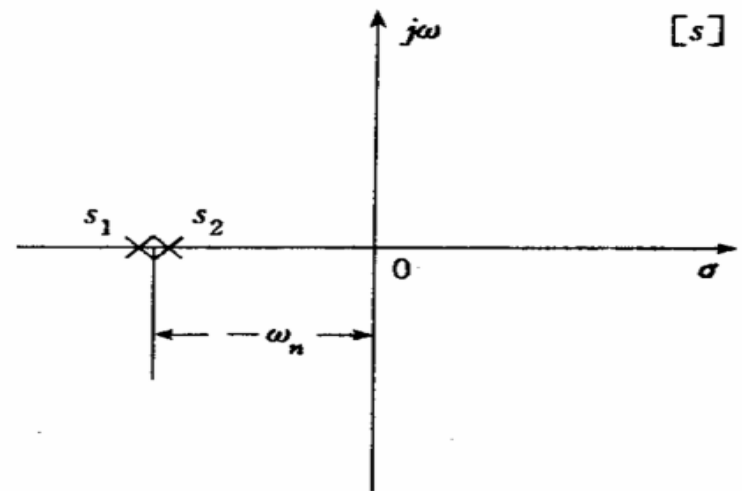
4、无阻尼 ($\xi = 0$)

则特征根 $s_{1,2} = \pm j\omega_n$

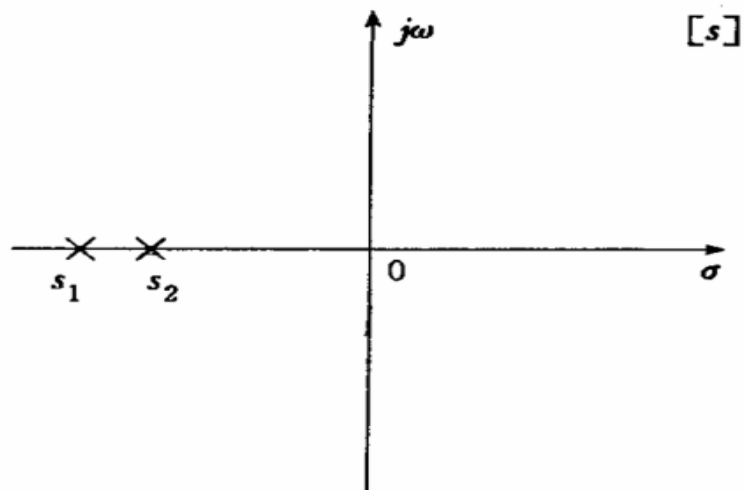
为一对共轭纯虚根，如图3.3-1 (d)



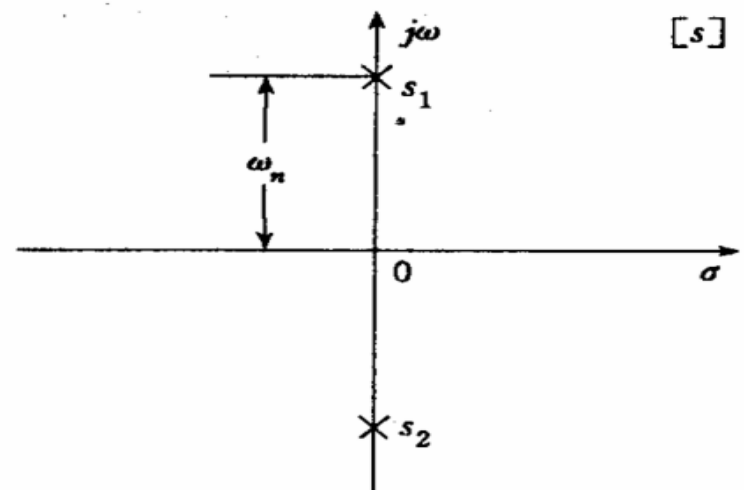
(a) $0 < \xi < 1$



(b) $\xi = 1$



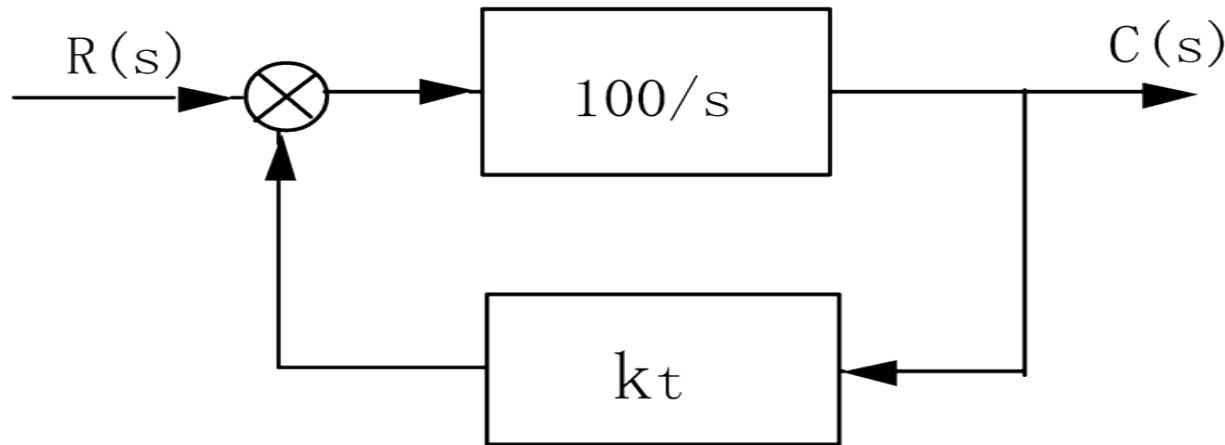
(c) $\xi > 1$



(d) $\xi = 0$

图3.3-1 s 平面上二阶系统的闭环极点分布

例1.已知系统的结构图如图所示，若 $k_t=0.1$,试求系统的调节时间 t_s ，如果要求 $t_s \leq 0.1$ 秒。试求反馈系数应取多大？



解：系统的闭环传递函数

$$\phi(s) = \frac{100/s}{1 + \frac{100}{s} \cdot k_t} = \frac{1/k_t}{\frac{0.01s}{k_t} + 1}$$

$$\text{当 } k_t = 0.1 \text{ 时, } \phi(s) = \frac{10}{0.1s + 1}$$

显然时间常数 $T = 0.1$ 秒.

因此调节时间为 $t_s = 3T = 0.3$ 秒,

$$\text{如果要求 } t_s \leq 0.1 \text{ 秒, } t_s = 3T = 3 \times \frac{0.01}{k_t} \leq 0.1,$$

$$\text{故 } k_t \geq 0.3$$

二、单位阶跃函数作用下二阶系统的过渡过程 (简称阶跃响应)

$$\text{已知: } r(t) = 1(t) \rightarrow R(s) = \frac{1}{s}$$

$$\text{又 } \Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

则输出信号的拉氏变换式可以写成:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \bullet \frac{1}{s}$$

对上式进行拉氏反变换, 得二阶系统的单位阶跃函数过渡过程:

$$c(t) = L^{-1}[C(s)]$$

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \bullet \frac{1}{s}$$

1、欠阻尼状态（ $0 < \xi < 1$ ）

则 $C(s)$ 的形式可展开成如下分式：

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} - \frac{s + 2\xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n + j\omega_d)(s + \xi\omega_n - j\omega_d)} \\ &= \frac{1}{s} - \frac{s + \xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} - \frac{\xi\omega_n}{\omega_d} \bullet \frac{\omega_d}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} \end{aligned}$$

令 $\sin \phi = \frac{\omega_d}{\omega_n}, \cos \phi = \xi \rightarrow \phi = \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$ 图3.3-2

得 $c(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$

$$c(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} (\sqrt{1-\xi^2} \cos \omega_d t + \xi \sin \omega_d t)$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/625113021300011303>