专题08 难点探究专题：数轴上的动点问题压轴题六种模型全攻略

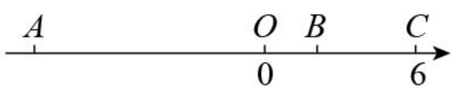
【考点导航】

目录

【典型例题】

【考点一 数轴上的动点中求运动的时间问题】

例题：（2023秋·河北沧州·七年级统考期末）综合与实践：A、B、C三点在数轴上的位置如图所示，点C表示的数为6，$BC=4$，$AB=12$．



(1)数轴上点A表示的数为 _____，点B表示的数为 _____；

(2)动点P，Q同时从A，C出发，点P以每秒4个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动．点Q以每秒2个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动，设运动时间为t（$t>0$）秒；

①求数轴上点P，Q表示的数（用含t的式子表示）；

②t为何值时，P，Q两点重合；

③请直接写出t为何值时，P，Q两点相距5个单位长度．

【答案】(1)-10；2

(2)①$-10+4t$；$6+2t$；②8；③$\frac{11}{2}$或$\frac{21}{2}$

【分析】（1）先根据点 C 表示的数为 6，$BC=4$，表示出点 B，然后根据 $AB=12$，表示出点 A 即可；

（2）①求出 AP，CQ，根据 A、C 表示的数求出 P、Q 表示的数即可；

②根据在时间 t 内，P 运动的长度-Q 运动的长度=AC 的长，列出方程，解方程即可；

③利用“点 P，Q 相距 5 个单位长度”列出关于 t 的方程，并解答即可．

【详解】（1）∵点 C 对应的数为 6，$BC=4$，

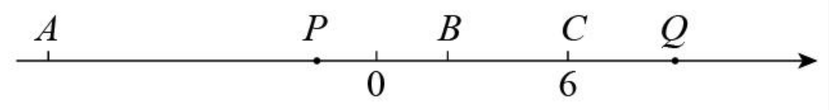
∴点 B 表示的数是 $6-4=2$，

∵ $AB=12$，

∴点 A 表示的数是 $2-12=-10$，

故答案是：-10；2．

（2）①由题意得：$AP=4t$，$CQ=2t$，如图所示：



在数轴上点 P 表示的数是 $-10+4t$，

在数轴上点 Q 表示的数是 $6+2t$；

②当点 P，Q 重合时，$4t-2t=16$，

解得：$t=8$；

③当点 P，Q 相距 6 个单位长度，P 在 Q 的左侧时：$4t-2t=16-5$，

解得 $t=\frac{11}{2}$，

P 在 Q 的右侧时：$4t-2t=16+5$，

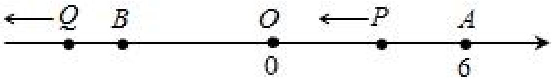
解得 $t=\frac{21}{2}$，

综上分析可知，当 $t=\frac{11}{2}$ 或 $t=\frac{21}{2}$ 时，点 P，Q 相距 5 个单位长度．

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，找出等量关系，列出方程是解题的关键．

【变式训练】

1．（2023 春·安徽安庆·七年级统考期末）已知如图，数轴上点 A 表示的数为 6，B 是数轴上在 A 左侧的一点，且 A，B 两点间的距离为 10．动点 P 从点 A 出发，以每秒 4 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，设运动时间为 $t(t>0)$ 秒．



（1）数轴上点 B 表示的数是__________；当点 P 运动到 AB 的中点时，它所表示的数是__________.

（2）动点 Q 从点 B 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，若点 P，Q 同时出发．求：

①当点 P 运动多少秒时，点 P 追上点 Q?

②当点 P 运动多少秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度？

【答案】（1）-4，1；（2）①当点 P 运动 5 秒时，点 P 追上点 Q；②当点 P 运动 1 或 9 秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度.

【分析】（1）由已知得 $OA=6$，则 $OB=AB-OA=4$，因为点 B 在原点左边，从而写出数轴上点 B 所表示的数；动点 P 从点 A 出发，以每秒 4 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，所以可得出点 P 所表示的数为 $6-4t$，当点 P 运动到 AB 的中点时，它的运动时间 $t=5\div4=1.25$ 秒，即可求出点 P 所表示的数是 1；

（2）①点 P 运动 t 秒时追上点 Q，由于点 P 要多运动 10 个单位才能追上点 Q，则 $4t=10+2t$，然后解方程得到 $t=5$；

②分两种情况：当点 P 运动 a 秒时，不超过 Q，则 $10+2a-4a=8$；超过 Q，则 $10+2a+8=4a$；由此求解即可.

【详解】解：（1）∵数轴上点 A 表示的数为 6，

∴$OA=6$，

则 $OB=AB-OA=4$，

∵点 B 在原点左边，

∴数轴上点 B 所表示的数为-4；

点 P 运动 t 秒的长度为 $4t$，

∵动点 P 从点 A 出发，以每秒 4 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，

∴P 所表示的数为：$6-4t$，

当点 P 运动到 AB 的中点时，它的运动时间为 $t=5\div4=1.25$ 秒，

∴它所表示的数是 $6-4t=6-4\times1.25=1$；

故答案为：-4，1；

（2）①点 P 运动 t 秒时追上点 Q，

根据题意得 $4t=10+2t$，

解得 $t=5$，

答：当点 P 运动 5 秒时，点 P 追上点 Q；

②设当点 P 运动 a 秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度，

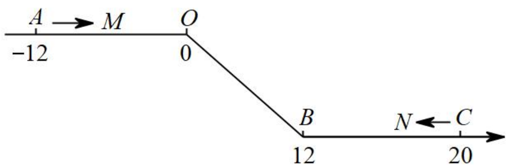
当 P 不超过 Q，则 10＋2a-4a＝8，解得 a＝1；

当 P 超过 Q，则 10＋2a＋8＝4a，解得 a＝9；

答：当点 P 运动 1 或 9 秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度.

【点睛】此题考查了数轴上的动点问题，根据已知得出各线段之间的关系等量关系是解题关键.

2.（2023 秋·湖北武汉·七年级统考期末）如图，将一条数轴在原点 O 和点 B 处各折一下，得到一条“折线数轴”．图中点 A 表示 -12，点 B 表示 12，点 C 表示 20，我们称点 A 和点 C 在数轴上相距 32 个长度单位，记为 $L_{AC}=32$．动点 M 从点 A 出发，沿着“折线数轴”的正方向运动，同时，动点 N 从点 C 出发，沿着“折线数轴”的负方向运动，它们在水平轴 AO，BC 上的速度都是 2 单位/秒，在 O，B 之间的上行速度为 1 单位/秒，下行速度为 3 单位秒．设运动的时间为 t 秒．



(1)当 $t=4$ 秒时，M，N 两点在数轴上相距多少个单位长度？

(2)当 M，N 两点相遇时，求运动时间 t 的值.

(3)若“折线数轴”上定点 P 与 O，B 两点相距的长度相等，且存在某一时刻 t，使得两点 M，N 与点 P 相距的长度之和等于 6，请直接写出 t 的值为____________.

【答案】(1)M，N 两点在数轴上相距 16 个单位长度

(2)$t=8.5$

(3)$t=3$ 或 $t=10$

【分析】（1）先计算出 AO，BC 的长度，再计算出经过 4 秒，点 M 和点 N 运动的路程，即可求解；

（2）根据相遇时，两点的路程和等于总路程，即可求解；

（3）根据题意，进行分类讨论即可.

【详解】（1）解：根据题意可得：

$AO=0-\left(-12\right)=12$，$BC=20-12=8$，

当 $t=4$ 秒时，点 M 的运动路程：$2t=8<12$，点 N 的运动路程：$2t=8$，

∴经过 4 秒，点 M 在 AO 上，点 N 和点 B 重合，

∴点 M 表示的数为：$-12+8=-4$，点 N 表示的数为：$20-8=12$，

∴M、N 两点距离为：$12-\left(-4\right)=16$.

∴M，N两点在数轴上相距 16 个单位长度.

（2）由（1）可得：$AO=12$，$BC=8$，

∴点 M 到点 O 需要时间：$\frac{12}{2}=6$ 秒，点 N 到点 B 需要时间：$\frac{8}{2}=4$ 秒，

当相遇时：$12+3(t-6)+8+(t-4)=32$，

解得：$t=8.5$.

（3）∵P 与 O，B 两点相距的长度相等，

∴点 P 为表示的数为 6，

∴点 A 与点 P 距离为 $6-(-12)=18$，点 C 与点 P 距离为 $20-6=14$，

∵M，N 与点 P 相距的长度之和等于 6，

∴点 M 和点 N 都在 OB 上，

①当点 M 在 OP 上，点 N 在 BP 上时：

∵ $PM=18-12-3(t-6)$，$PN=14-8-(t-4)$，

∴$18-12-3(t-6)+14-8-(t-4)=6$，

解得：$t=3$，

②当点 M 在 PB 上，点 N 在 BP 上时：

∵ $PM=12+3(t-6)-18$，$PN=14-8-(t-4)$，

∴$12+3(t-6)-18+14-8-(t-4)=6$，

解得：$t=10$；

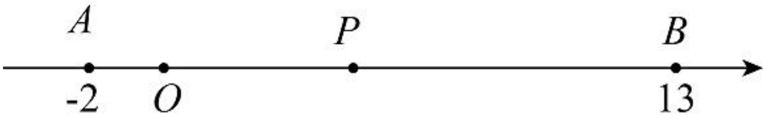
综上：$t=3$ 或 $t=10$.

【点睛】本题主要考查了数轴上数轴以及一元一次方程，解题的关键在正确理解题意，找出等量关系并列出方程求解.

3．（2022 秋·江苏·七年级专题练习）数轴体现了数形结合的数学思想，若数轴上点 A，B 表示的数分别为 a，b，则 A、B 两点之间的距离表示为 $AB=|a-b|$．如：点 A 表示的数为 2，点 B 表示的数为 3，则 $AB=|2-3|=1$．

问题提出：

(1)填空：如图，数轴上点 A 表示的数为−2，点 B 表示的数为 13，A、B 两点之间的距离 $AB=$______，线段 AB 的中点表示的数为______.



(2)拓展探究：若点 P 从点 A 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿数轴向右运动，同时点 Q 从点 B 出发．以每秒 2 个单位长度的速度向左运动．设运动时间为 t 秒（$t>0$）

①用含 t 的式子表示：t 秒后，点P表示的数为______；点 Q 表示的数为______；

②求当 t 为何值时，P、Q 两点相遇，并写出相遇点所表示的数．

(3)类比延伸：在（2）的条件下，如果 P、Q 两点相遇后按照原来的速度继续运动，当各自到达线段 AB 的端点后立即改变运动方向，并以原来的速度在线段 AB 上做往复运动，那么再经过多长时间 P、Q 两点第二次相遇．请直接写出所需要的时间和此时相遇点所表示的数．

【答案】(1)15；$\frac{11}{2}$

(2)① $-2+3t$；$13-2t$；②当 t 为 3 时，P、Q 两点相遇；相遇点所表示的数是 7

(3)所需要的时间为 9 秒；相遇点所表示的数是 1

【分析】（1）由 A 表示的数为-2，点 B 表示的数为 13，即得 $AB=15$，线段 AB 的中点表示的数为$\frac{11}{2}$；

（2）①t 秒后，点 P 表示的数为$-2+3t$，点 Q 表示的数为 $13-2t$；

②根据题意得：$-2+3t=13-2t$，即可解得 $t=3$，相遇点所表示的数为$-2+3\times3=7$；

（3）由已知返回途中，P 表示的数是 $13-3(t-5)$，Q 表示的数是$-2+2(t-\frac{15}{2})$，即得：$13-3(t-5)=-2+2(t-\frac{15}{2})$，可解得 $t=9$，第二次相遇点所表示的数为：$13-3\times(9-5)=1$．

【详解】（1）∵A 表示的数为-2，点 B 表示的数为 13，

∴$AB=|13-(-2)|=15$，线段 AB 的中点表示的数为$\frac{13-2}{2}=\frac{11}{2}$；

故答案为：15；$\frac{11}{2}$．

（2）①t 秒后，点 P 表示的数为$-2+3t$，点 Q 表示的数为 $13-2t$；

故答案为：$-2+3t$；$13-2t$．

②根据题意得：$-2+3t=13-2t$，

解得 $t=3$，

相遇点所表示的数为$-2+3\times3=7$；

答：当 t 为 3 时，P，Q 两点相遇，相遇点所表示的数是 7．

（3）由已知得：P 运动 5 秒到 B，Q 运动$\frac{15}{2}$秒到 A，

返回途中，P 表示的数是 $13-3(t-5)$，Q 表示的数是$-2+2(t-\frac{15}{2})$，

根据题意得：13-3（t-5）＝-2＋2（t-$\frac{15}{2}$），

解得 t＝9，

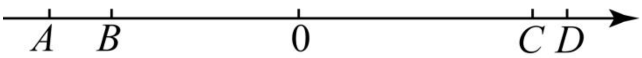
第二次相遇点所表示的数为：13-3×（9-5）＝1，

答：所需要的时间为 9 秒，相遇点所表示的数是 1．

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，解题的关键是读懂题意，用含 t 的代数式表示运动后的点所表示的数．

【考点二 数轴上的动点中求定值问题】

例题：（2023 春·湖南衡阳·七年级校考期末）如图，有两条线段，$AB=2$（单位长度），$CD=1$（单位长度）在数轴上，点 A 在数轴上表示的数是 -12，点 D 在数轴上表示的数是 15．



(1)点 B 在数轴上表示的数是_____，点 C 在数轴上表示的数是____；

(2)若线段 AB 以 1 个单位长度/秒的速度向左匀速运动，同时线段 CD 以 2 个单位长度秒的速度也向左匀速运动，设运动时间为 t 秒，当 t 为何值时，点 B 与点 C 之间的距离为 1 个单位长度？

(3)若线段 AB、线段 CD 分别以 1 个单位长度/秒、2 个单位长度/秒的速度同时向左匀速运动，与此同时，动点 P 从 -15 出发，以 4 个单位长度/秒的速度向右匀速运动．设运动时间为 t 秒，当 $0<t<5$ 时，$2AC-\frac{1}{3}PD$ 的值是否发生变化？若不变化，求出这个定值，若变化，请说明理由．

【答案】(1) -10，14

(2) $t=23$ 或 $t=25$

(3) $2AC-\frac{1}{3}PD$ 的值会发生变化，理由见解析

【分析】（1）数轴上点 A 右边的点 B 表示的数是点 A 表示的数加上这两个点的距离，数轴上点 D 左边的点 C 表示的数是点 D 表示的数减去这两个点的距离，依此方法可求出点 B 和点 C 表示的数；

（2）分两种情况，点 P 在点 Q 的左侧或点 P 在点 Q 的右侧，按追及问题的数量关系列方程求出 t 的值即可；

（3）分别表示 AC，PD 的值，然后代入 $2AC-\frac{1}{3}PD$ 求解即可．

【详解】（1）解：因为点 A 表示的数是 -12，点 B 在点 A 右侧，且 $AB=2$，

所以 $-12+2=-10$，

所以点 B 表示的数是 -10；

因为点 D 表示的数是 15，点 C 在点 D 的左侧，且 $CD=1$，

所以 $15-1=14$，

所以点 C 表示的数是 14，

故答案为：-10，14；

（2）点 B 与点 C 的距离是 $14-(-10)=24$（单位长度），

所以线段 BC 的长为 24 个单位长度，

若点 B 在点 C 的左侧，则 $t+24=1+2t$，

解得 $t=23$；

若点 B 在点 C 的右侧，则 $1+t+24=2t$，

解得 $t=25$，

答：当 $t=23$ 或 $t=25$ 时，点 B 与点 C 之间的距离为 1 个单位长度；

（3）$2AC-\frac{1}{3}PD$ 的值会发生变化，理由如下：

根据题意运动 t 秒后 A 移动到 $-12-t$，点 C 移动到 $14-2t$，点 P 移动到 $-15+4t$，

$\because 0<t<5$，

$\therefore$ 点 A 始终在点 C 的左侧，点 P 始终在点 D 的左侧，

$\therefore AC=14-2t+12+t=26-t$，

$\because PD=15-(-15+4t)=30-4t$，

$\therefore 2AC-\frac{1}{3}PD=2(26-t)-\frac{1}{3}\times(30-4t)=42-\frac{2}{3}t$，

$\therefore 2AC-\frac{1}{3}PD$ 的值会发生变化.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，数轴上表示有理数，数轴上两点之间的距离，将此题抽象成行程问题列方程求解是关键.

【变式训练】

1．（2022 秋·七年级课时练习）已知，一个点从数轴上的原点开始，先向左移动 7 个单位到达 A 点，再从 A 点向右移动 12 个单位到达 B 点，把点 A 到点 B 的距离记为 AB，点 C 是线段 AB 的中点.

(1)点 C 表示的数是_；

(2)若点 A 以每秒 2 个单位的速度向左移动，同时 C、B 点分别以每秒 1 个单位、4 个单位的速度向右移动，

设移动时间为 t 秒，

①点 C 表示的数是_（用含有 t 的代数式表示）；

②当 t=2 秒时，求 CB-AC 的值；

③试探索：CB-AC 的值是否随着时间 t 的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值．

【答案】(1)-1

(2)①$-1+t$；②0；③$CB-AC$ 的值不随着时间 t 的变化而改变，$CB-AC$ 的值为 0.

【分析】（1）根据题意可以求得点 C 表示的数；

（2）①根据题意可以用代数式表示点 C 运动时间 t 时表示的数；②根据题意可以求得当 $t=2$ 秒时，$CB-AC$ 的值；③先判断是否变化，然后求出 $CB-AC$ 的值即可解答本题．

(1)

解：由题意可得，$AC=12\times\frac{1}{2}=6$，

∴点 C 表示的数为：$0-7+6=-1$，

故答案为：-1；

(2)

解：①由题意可得，点 C 移动 t 秒时表示的数为：$-1+t$，

故答案为：$-1+t$；

②当 $t=2$ 时，

$CB-AC$

$=[(0-7+12+4t)-(-1+t)]-[(-1+t)-(0-7-2t)]$

$=(5+4t+1-t)-(-1+t+7+2t)$

$=6+3t-6-3t$

$=0$；

③$CB-AC$ 的值不随着时间 t 的变化而改变，

∵$CB-AC$

$=[(0-7+12+4t)-(-1+t)]-[(-1+t)-(0-7-2t)]$

$=(5+4t+1-t)-(-1+t+7+2t)$

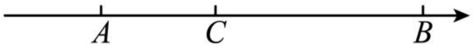
$=6+3t-6-3t$

$=0$，

∴$CB-AC$ 的值不随着时间 t 的变化而改变，$CB-AC$ 的值为 0.

【点睛】点评：本题考查数轴，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件．

2．（2022秋·河北·七年级校联考期末）如图，点A对应的有理数为a，点B对应的有理数为b，点C对应的有理数为c，且$c=-2$，点C向左移动3个单位长度到达点A，向右移动5个单位长度到达点B．



(1) $a=$__________，$b=$__________；

(2)若将数轴折叠，使得点A与点B重合，求与点C重合的点表示的数；

(3)若点P从点A开始以3个单位长度/秒的速度向左运动，同时，点Q从点B开始以6个单位长度/秒的速度向右运动，点M从点C开始以4个单位长度/秒的速度向右运动，设运动时间t秒，则$7QM-2PM$的值是否随着t的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值．

【答案】(1) -5，3

(2) 0

(3)不会随着t的变化而改变，该值是29

【分析】（1）$c=-2$，点C向左移动3个单位长度到达点A，向右移动5个单位长度到达点B，根据点的移动即可求解；

（2）根据（1）可知点A与点B对应的有理数，根据折叠的性质即可求解；

（3）根据各点运动的情况可以用含t的式子表示出M，P，Q对应的有理数，根据两点之间的距离，分别表示出MP，PQ，由此即可求解．

【详解】（1）解：$c=-2$，点C向左移动3个单位长度到达点A，向右移动5个单位长度到达点B，

∴ $a=-2-3=-5$，$b=-2+5=3$，

故答案为：-5，3．

（2）解：点A对应的有理数是-5，点B对应的有理数是3，若将数轴折叠，使得点A与点B重合，

∴折叠点对应的有理数为$\frac{3+(-5)}{2}=-1$，且点C对应的有理数是-2，

∴点C到折叠点的距离为$-1-(-2)=1$，

∴与点C重合的点表示的数为$-1+1=0$．

（3）解：$7QM-2PM$的值不会随着t的变化而改变．

∵点P从点A开始以每秒3个单位长度的速度向左运动，

∴运动后对应的点为$-5-3\text{t}$，

∵点M从点C开始以4个单位长度/秒的速度向右运动，

∴运动后对应的点为$-2+4t$，

∵点Q从点B开始以6个单位长度/秒的速度向右运动，

∴运动后对应的点为$3+6t$，

∴ $PM=\left|-2+4t-(-5-3t)\right|=7t+3$， $QM=\left|3+6t-(-2+4t)\right|=2t+5$,

∴ $7QM-2PM=7(2t+5)-2(7t+3)=29$,

∴ $7QM-2PM$ 的值不会随着t的变化而改变，该值是29．

【点睛】本题主要考查数轴上动点的问题，掌握数轴上两点之间的距离的计算方法，点与点之间的有理数表示方法是解题的关键.

3．(2022秋·全国·七年级专题练习）如图：在数轴上，点A表示a, 点B表示b, 点C表示c,b是最大的负整数，且a,c满足$|a+3|+(c-5)^2=0$

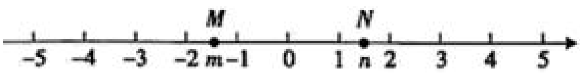
(1) $a=$ ________，$b=$________，$c=$____________

(2) 若将数轴折叠，使得A点与C点重合，则点B与数___________表示的点重合；

(3) 点A、B、C开始在数轴上运动，若点A以每秒2个单位长度的速度向左运动，同时，点B和点C分别以每秒1个单位长度和3个单位长度的速度向右运动，假设t秒钟过后，

①请问:$3BC-2AB$的值是否随着时间t的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值.

②探究:若点A、C向右运动，点B向左运动，速度保持不变，$3BC-4AB$的值是否随着时间t的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值.



【答案】(1) -3，-1,5；(2) 3；(3) ① $3BC-2AB$的值不随着时间t的变化而改变，值为14；② 当$3t-2<0$时，$3BC-4AB$的值随着时间t的变化而改变；当$3t-2>0$时，$3BC-4AB$的值不随着时间t的变化而改变，值为26.

【分析】(1)根据非负数的性质即可得到结论；

（2）先求出对称点，即可得出答案；

(3)①t秒后，$AB=2t+t+2=3t+2$，$BC=3t-t+6=2t+6$，代入$3BC-2AB$计算即可得到答案；

②先求出$3BC-4AB=3(4t+6)-4\left|3t-2\right|$，再分当$3t-2<0$时和当$3t-2>0$时，讨论求解即可.

【详解】解:(1) ∵$|a+3|+(c-5)^2=0$,

∴$a+3=0$，$c-5=0$，

解得 $a=-3$，$c=5$，

∵b 是最大的负整数，

∴$b=-1$

故答案为：−3，-1，5．

(2)点 A 与点 C 的中点对应的数为：$\frac{-3+5}{2}=1$，

点 B 到 1 的距离为 2，所以与点 B 重合的数是：1+2=3．

故答案为：3．

(3)①t 秒后，$AB=2t+t+2=3t+2$，

$BC=3t-t+6=2t+6$，

$3BC-2AB=3(2t+6)-2(3t+2)=14$．

故 $3BC-2AB$ 的值不随着时间 t 的变化而改变；

② $AB=|2t+t-2|=|3t-2|$．

$BC=3t+t+6=4t+6$，

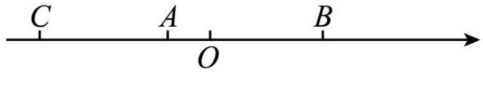
$3BC-4AB=3(4t+6)-4|3t-2|$．

当 $3t-2<0$ 时，原式 $=24t+10$，$3BC-4AB$ 的值随着时间 t 的变化而改变；

当 $3t-2>0$ 时，原式 $=26$，$3BC-4AB$ 的值不随着时间 t 的变化而改变．

【点睛】本题主要考查了数轴及两点间的距离，解题的关键是利用数轴的特点能求出两点间的距离．

4．（2023 秋·福建泉州·七年级统考期末）如图，已知点 O 为数轴的原点，点 A、B、C、D 在数轴上，其中 A、B 两点对应的数分别为 −1、3．



(1)填空：线段 AB 的长度 $AB=$______；

(2)若点 A 是 BC 的中点，点 D 在点 A 的右侧，且 $OD=AC$，点 P 在线段 CD 上运动．问：该数轴上是否存在一条线段，当 P 点在这条线段上运动时，$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而没有发生变化？

(3)若点 P 以 1 个单位/秒的速度从点 O 向右运动，同时点 E 从点 A 以 5 个单位/秒的速度向左运动、点 F 从点 B 以 20 个单位/秒的速度向右运动，M、N 分点别是 PE、OF 的中点．点 P、E、F 的运动过程中，$\frac{EF-OP}{MN}$ 的值是否发生变化？请说明理由．

【答案】(1) $AB=4$

(2)P 点在线段 AB 上时，$PA+PB$ 的值没有发生变化

(3)在运动过程中，$\frac{EF-OP}{MN}$ 的值不发生变化，理由见解析

【分析】（1）根据数轴上两点之间的距离求解即可；

（2）根据题意得出 D 点对应的数为 4，设 P 点对应的数为 x，根据题意分三种情况分析：①P 点在射线 CA 上时，②P 点在线段 AB 上时，③P 点在射线 BD 上时，结合图形，建立方程求解即可

（3）设运动时间为 t 分钟．则 $OP=t$，$OE=5t+1$，$OF=20t+3$，根据线段中点得出 $EM=PM=3t+\frac{1}{2}$，$ON=\frac{1}{2}OF=10t+\frac{3}{2}$，$OM=2t+\frac{1}{2}$，然后求解即可．

【详解】（1）解：线段 AB 的长度为 $3-(-1)=4$，

故答案为：4；

（2）存在

A、B 两点对应的数分别为 -1、3，

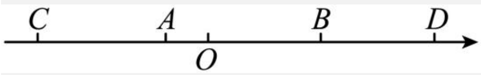
$\therefore OA=1$，$OB=3$

$\because$ 点 A 是 BC 的中点，

$\therefore AC=AB=4$

$\therefore OC=AC+OA=5$，

$\therefore C$ 点对应的数为 -5



又 $\because OD=AC$，点 D 在点 A 的右侧，

$\therefore D$ 点对应的数为 4

设 P 点对应的数为 x

①P 点在射线 CA 上时，$PA=-1-x$，$PB=3-x$

$\therefore PA+PB=-1-x+(3-x)=2-2x$

$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而发生变化；

②P 点在线段 AB 上时，

$PA=x-(-1)=x+1$，$PB=3-x$

$\therefore PA+PB=x+1+(3-x)=4$

$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动没有发生变化；

③P 点在射线 BD 上时，

$PA=x-(-1)=x+1$， $PB=x-3$

$\therefore PA+PB=x+1+(x-3)=2x-2$

$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而发生变化

∴P 点在线段 AB 上时，$PA+PB$ 的值没有发生变化；

（3）设运动时间为 t 分钟．则 $OP=t$， $OE=5t+1$， $OF=20t+3$

$\therefore EF=OE+OF=25t+4$

∵M、N 分别是 PE、OF 的中点，

$\therefore EM=PM=\frac{1}{2}PE=\frac{1}{2}(OE+OP)=3t+\frac{1}{2}$

$ON=\frac{1}{2}OF=10t+\frac{3}{2}$， $OM=OE-EM=5t+1-\left(3t+\frac{1}{2}\right)=2t+\frac{1}{2}$

$\therefore MN=OM+ON=12t+2$，

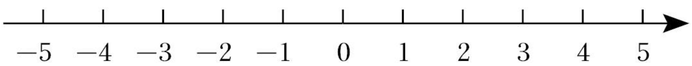
$\therefore \frac{EF-OP}{MN}=\frac{25t+4-t}{12t+2}=2$

∴在运动过程中，$\frac{EF-OP}{MN}$ 的值不发生变化．

【点睛】题目主要考查数轴上两点之间的距离，线段中点的计算及动点问题，一元一次方程的应用，理解题意，根据题意列出方程是解题关键．

【考点三 数轴上的动点中找点的位置问题】

例题：已知在纸面上有一数轴（如图所示）．



(1)操作一：折叠纸面，使表示数 1 的点与表示数 - 1 的点重合，则此时表示数 4 的点与表示数_的点重合；

(2)操作二：折叠纸面，使表示数 6 的点与表示数 - 2 的点重合，回答下列问题：

①表示数 9 的点与表示数_的点重合；

②若这样折叠后，数轴上的 A，B 两点也重合，且 A，B 两点之间的距离为 10（点 A 在点 B 的左侧），求 A，B 两点所表示的数分别是多少？

③在②的条件下，在数轴上找到一点 P，设点 P 表示的数为 x．当 $PA+PB=12$ 时，直接写出 x 的值．

【答案】(1)-4

(2)①-5；②A、B 两点表示的数分别是-3，7；③x 的值为-4 或 8.

【分析】（1）先求出中心点，再求出对应的数即可；

（2）①求出中心点是表示 2 的点，再根据对称求出即可；②求出中心点是表示 2 的点，求出 A、B 到表示 2 的点的距离是 5，即可求出答案；③根据点 P 在数轴上的位置，分类讨论，当点 P 在点 A 的左侧时，当点 P 在点 A、B 之间时，当点 P 在点 A 的右侧时，根据各种情形求解即可.

【详解】（1）解：∵折叠纸面，使数字 1 表示的点与-1 表示的点重合，可确定中心点是表示 0 的点，

∴4 表示的点与-4 表示的点重合，

故答案为：-4；

（2）解：①∵折叠纸面，使表示数 6 的点与表示数－2 的点重合，可确定中心点是表示 2 的点，

∴表示数 9 的点与表示数-5 的点重合；

故答案为： -5；

②∵折叠后，数轴上的 A，B 两点也重合，且 A，B 两点之间的距离为 10（点 A 在点 B 的左侧），

∴A、B 两点距离中心点的距离为 $10\div2=5$，

∵中心点是表示 2 的点，

∴A、B 两点表示的数分别是-3，7；

③当点 P 在点 A 的左侧时，

∵$PA+PB=12$，

∴$-3-x+7-x=12$，

解得 $x=-4$；

当点 P 在点 A、B 之间时，此时 $PA+PB=12$ 不成立，故不存在点 P 在点 A、B 之间的情形；

当点 P 在点 A 的右侧时，

∵$PA+PB=12$，

∴$x-(-3)+x-7=12$，

解得 $x=8$，

综上 x 的值为-4 或 8.

【点睛】本题考查了数轴的应用，能求出折叠后的中心点的位置是解此题的关键.

【变式训练】

1．已知在数轴上 A，B 两点对应数分别为－2，6.