

浙江省绍兴市柯桥区 2023-2024 学年高一上学期期末教学

质量调测数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知复数 $z = 2 + i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1

2. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (x, 2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $x =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

3. 已知水平放置的四边形 $ABCD$ 的斜二测直观图为矩形 $A'B'C'D'$, 已知 $A'B' = 6$,

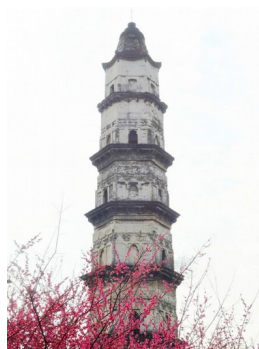
$B'C' = 3$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为 ()

- A. $6\sqrt{2}$ B. $12\sqrt{2}$ C. $24\sqrt{2}$ D. $36\sqrt{2}$

4. 大善塔, 位于绍兴市区城市广场东南隅, 是绍兴城地标性建筑, 其塔顶部可以近似

地看成一个正六棱锥. 假设该六棱锥的侧面和底面的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则该六棱锥的高和底面

边长之比为 ()



- A. 2:3 B. 1:3 C. 3:2 D. 3:1

5. 某校组织高一 1 班, 2 班开展数学竞赛, 1 班 40 人, 2 班 30 人, 根据统计分析, 两

班成绩的方差分别为 s_1^2 , s_2^2 . 记两个班总成绩的方差为 s^2 , 则 ()

- A. $s^2 \geq \frac{s_1^2 + s_2^2}{2}$ B. $s^2 \geq \frac{4s_1^2 + 3s_2^2}{7}$ C. $s^2 = \frac{4s_1^2 + 3s_2^2}{7}$ D. $s^2 \leq \frac{4s_1^2 + 3s_2^2}{7}$

6. 有一座 6 层大楼, 3 人从大楼第一层进入电梯, 假设每个人自第二层开始在每一层离开电梯是等可能的, 则这 3 人离开电梯的层数之和为 10 的概率是 ()

- A. $\frac{4}{125}$ B. $\frac{3}{25}$ C. $\frac{24}{125}$ D. $\frac{12}{25}$

7. 已知点 P 是边长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 表面上的动点, 若直线 AP 与平面

$ABCD$ 所成的角大小为 $\frac{\pi}{4}$, 则点 P 的轨迹长度为 ()

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}\pi$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}(4\pi)$ D. $2\sqrt{2} + \frac{\pi}{2}$

8. 费马点是指位于三角形内且到三角形三个顶点距离之和最小的点. 当三角形三个内

角都小于 $\frac{2}{3}\pi$ 时, 费马点与三角形三个顶点的连线构成的三个角都为 $\frac{2}{3}\pi$. 已知在 $\triangle ABC$

中, $B = \frac{\pi}{2}$, P 为 $\triangle ABC$ 的费马点, 若 $|PB| = 1$, $|PA| + |PC| = \lambda$, 则 λ 的取值范围是

()

- A. $[1, +\infty)$ B. $[2 - \sqrt{3}, +\infty)$ C. $[1 + 2\sqrt{3}, +\infty)$ D. $[2 + 2\sqrt{3}, +\infty)$

二、多选题

9. 下面给出的关系式中, 不正确的是 ()

- A. $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} \Rightarrow \vec{b} = \vec{c}$

C. $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$

D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq \vec{a} \cdot \vec{b}$

10. 已知复数 z_1, z_2 , 下列说法正确的是 ()

A. 若 $z_1 = \overline{z_2}$, 则 $z_2 = \overline{z_1}$

B. 若 $|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2|$, 则 $z_1 z_2 = 0$

C. 若 $z_1 z_2 \in \mathbb{R}$, 则 $z_1 = \overline{z_2}$

D. 若 $|z - z_1| = |z - z_2|$, 则 z 在复平面内对应的点在一条直线上

11. 下列命题正确的是 ()

A. 对于事件 A, B , 若 $A \subseteq B$, 则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

B. 若三个事件 A, B, C 两两互斥, 则 $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

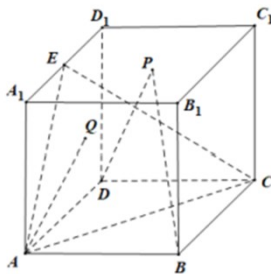
C. 若 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则事件 A, B 相互独立与互斥不会同时发生

D. 若事件 A, B 满足 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{5}, P(A + \bar{B}) = \frac{1}{2}$, 则 $P(\bar{A}B + \bar{A}\bar{B}) = \frac{9}{10}$

12. 如图棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是 A_1D_1 的中点, 点 P 是正方体表面

上一动点, 点 Q 为 $\triangle ACE$ 内 (不含边界) 的一点, 若 $BP \parallel$ 平面 ACE , 则下列说法正

确的是 ()



A. 平面 ACE 与线段 C_1D_1 的交点为线段 C_1D_1 的中点

B. P 到平面 ACE 的距离为 $\frac{4}{3}$

C. 三棱锥 $Q-ACP$ 体积存在最大值

D. 直线 DP 与直线 AQ 所成角的余弦值的最大值为 $\frac{\sqrt{17}}{9}$

三、填空题

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2, 2)$, $\vec{b} = (2, 3, 2)$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知点 O 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 若 $\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2 = 2\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC}$, 则点 O 的轨迹必通过 $\triangle ABC$ 的____. (填: 内心, 外心, 垂心, 重心)

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 分别对应边 a, b, c , $\angle A = \frac{5\pi}{6}$, $a = 1$, 已知函数

$f(b, c) = b + tc$, 若 $f(b, c)$ 存在最大值, 则正数 t 的取值范围是____.

16. 已知三棱锥 $P-ABC$, $PA \perp$ 面 ABC , $AB \perp BC$, $AD \perp PB$ 交 PB 于 D ,

$AE \perp PC$ 交 PC 于 E , $PA = AB = 1$, 记三棱锥 $P-ADE$, 四棱锥 $A-DECB$ 的外接球的

表面积分别为 S_1, S_2 , 当三棱锥 $P-ADE$ 体积最大时, 则 $\frac{S_1}{S_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题

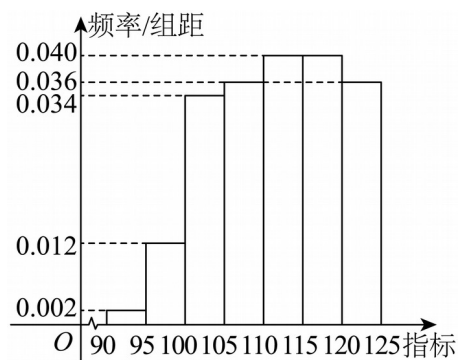
17. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \vec{c} = \lambda\vec{a} + \vec{b}$.

(1) 当 $\lambda = 1$, 求 $|\vec{c}|$;

(2) 当 $\vec{b} \perp \vec{c}$ 时, 求 λ 的值.

18. 《中国制造 2025》提出“节能与新能源汽车”作为重点发展领域, 这为我国节能与新能源汽车产业发展指明了方向, 某新能源汽车生产商为了提升产品质量, 对某款

汽车的某项指标进行检测后，频率分布直方图如图所示：



(1)求该项指标的第30百分位数；

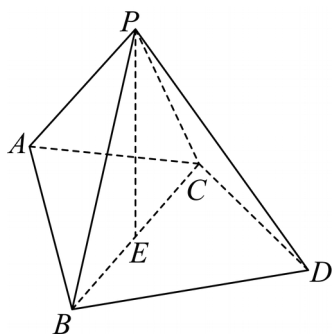
(2)若利用该指标制定一个标准，需要确定临界值 x ，将该指标小于 x 的汽车认为符合

节能要求，已知 $x \in [90, 100]$ ，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率，求该款汽

车符合节能要求的概率 $f(x)$ ·

19. 如图，在四棱锥 $P-ABDC$ 中， $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ ， $PD^2 - PB^2 = 19$ ， $PB = PA$ ，

$AB = AC = 6$ ， $CD = 5$ ， $BD = \sqrt{85}$ ，点 E 为 BC 的中点.



(1)证明： $EP \perp$ 平面 $ABDC$ ；

(2)当直线 PB 与平面 ABC 所成角为 $\frac{\pi}{4}$ 时，求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.

20. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c ，若 $2c^2 = a^2 + b^2$ ·

(1)证明： $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} = \frac{2}{\tan C}$ ；

(2)求 $\frac{a}{b}$ 的取值范围.

21. 某班学生分 A, B, C, D 四组参加数学知识竞答, 规则如下: 四组之间进行单循环 (每组均与另外三组进行一场比赛); 每场比赛胜者积 3 分, 负者 0 分; 若出现

平局, 则比赛双方各积 1 分. 现假设四个组战胜或者负于对手的概率均为 $\frac{1}{4}$, 出现平局

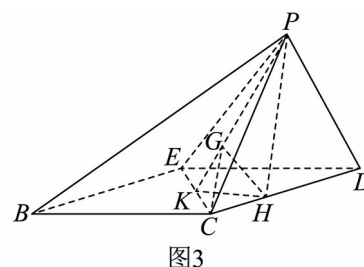
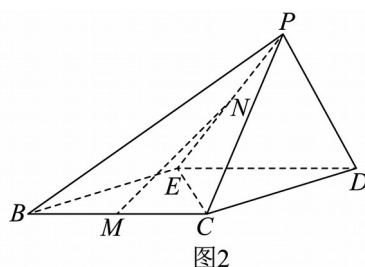
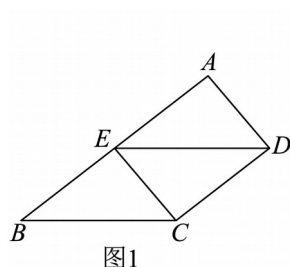
的概率为 $\frac{1}{2}$, 每场比赛相互独立.

(1)求 A 组在参加两场比赛后得分为 3 分的概率;

(2)一轮单循环结束后, 求四组总积分一样的情况种数, 并计算四组总积分一样的概率.

22. 如图 1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, E 是线段 AB 上的一点,

$BE = CD = CE = \sqrt{2}$, $BC = 2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折到 $\triangle PDE$ 的位置.



(1)如图 2, 若二面角 $P-ED-B$ 为直二面角, M, N 分别是 BC, PE 的中点, 若直线

MN 与平面 PBC 所成角为 θ , $\sin \theta > \frac{\sqrt{3}}{6}$, 求平面 PBC 与平面 PEC 所成锐二面角的余

弦值的取值范围;

(2)我们把和两条异面直线都垂直相交的直线叫做两条异面直线的公垂线, 点 K 为线段

CE 的中点, G, H 分别在线段 PK, CD 上 (不包含端点), 且 GH 为 PK, CD 的公

垂线，如图 3 所示，记四面体 $CKGH$ 的内切球半径为 r ，证明： $\frac{1}{r} > 2\left(\frac{1}{KG} + \frac{1}{CH}\right)$ 。

参考答案:

1. A

【分析】根据复数模长公式计算.

【详解】由复数 $z = 2 + i$ 得, $|z| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$.

故选: A

2. D

【分析】由 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 可得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 计算即可得 x 的值.

【详解】由 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 故 $\vec{a} \cdot \vec{b} = x + 2 = 0$, 故 $x = -2$.

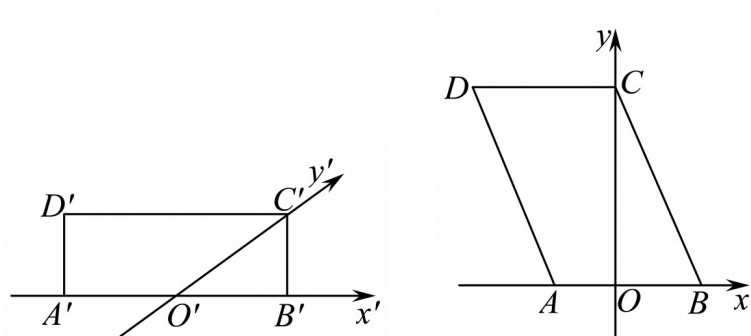
故选: D.

3. D

【分析】根据斜二测画法的公式, 画出复原图即可求解.

【详解】因为 $A'B' = 6$, $B'C' = 3$, 取 $A'B'$ 的中点 O' 为坐标原点, 以 $O'C'$ 为 y' 建立坐标系

$x'O'y'$ 如左图,



因为斜二测直观图为矩形 $A'B'C'D'$, $A'O' = O'B' = 3$, $B'C' = 3$,

则 $O'C' = \sqrt{(O'B')^2 + (B'C')^2} = 3\sqrt{2}$,

可得原图 $ABCD$ 中 (右图), $AB = AO + OB = A'O' + O'B' = 6$,

$$OC = 2O'C' = 6\sqrt{2},$$

四边形 $ABCD$ 的面积为 $AB \cdot OC = 6 \times 6\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$.

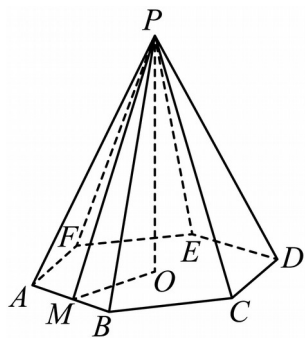
故选：D.

4. C

【分析】如图正六棱锥 $P-ABCDEF$ 中，取 AB 的中点 M ，则 $\angle PMO$ 为侧面和底面的夹角，

根据 $\frac{PO}{OM}$ 的值可求得 $\frac{PO}{AB}$ 的值.

【详解】



如图正六棱锥 $P-ABCDEF$ 中，底面中心为 O ，取 AB 的中点 M ，连接 PM ， OM ，

则 $AB \perp PM$ ， $AB \perp OM$ ，所以 $\angle PMO$ 为侧面和底面的夹角，即 $\angle PMO = 60^\circ$

因为 $PO \perp$ 底面 $ABCDEF$ ， $OM \subset$ 底面 $ABCDEF$ ，

所以 $PO \perp OM$ ，所以 $\frac{PO}{OM} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ，

又 $OM = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$ ，所以 $\frac{PO}{\frac{\sqrt{3}}{2} AB} = \sqrt{3}$ ，

所以 $\frac{PO}{AB} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$.

故选：C

5. B

【分析】借助分层抽样的方差公式计算即可得.

【详解】设两个班的平均分分别为 x_1 , x_2 , 两个班的总的平均分为 x ,

$$\begin{aligned} \text{则 } s^2 &= \frac{40}{40+30} \left[s_1^2 + (x-x_1)^2 \right] + \frac{30}{40+30} \left[s_2^2 + (x-x_2)^2 \right] \\ &= \frac{4 \left[s_1^2 + (x-x_1)^2 \right] + 3 \left[s_2^2 + (x-x_2)^2 \right]}{7} \geq \frac{4s_1^2 + 3s_2^2}{7}. \end{aligned}$$

故选: B.

6. B

【分析】利用古典概型, 根据这 3 人离开电梯的层数之和为 10 的情况进行分类求解.

【详解】假设每个人自第二层开始在每一层离开电梯是等可能的,

则基本事件的总数 $n = 5^3 = 125$,

这 3 人离开电梯的层数之和为 10 有 4 种情况:

①三个人下电梯的层数分别为 2, 2, 6, 有 $C_3^1 = 3$ 种情况,

②三个人下电梯的层数分别为 2, 3, 5, 有 $A_3^3 = 6$ 种情况,

③三个人下电梯的层数分别为 2, 4, 4, 有 $C_3^1 = 3$ 种情况,

④三个人下电梯的层数分别为 3, 3, 4, 有 $C_3^1 = 3$ 种情况,

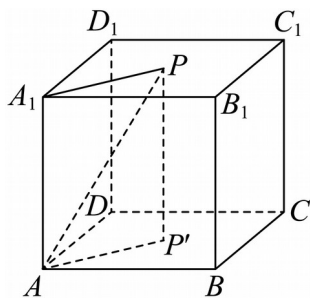
所以这 3 人离开电梯的层数之和为 10 的概率是 $\frac{3+6+3+3}{125} = \frac{3}{25}$.

故选: B.

7. D

【分析】由题意, 分析可得点 P 的轨迹, 分别计算各段轨迹的长度即可.

【详解】若点 P 在正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 内，过点 P 作 $PP' \perp$ 平面 $ABCD$ 于 P' ，连接 AP' , A_1P 。



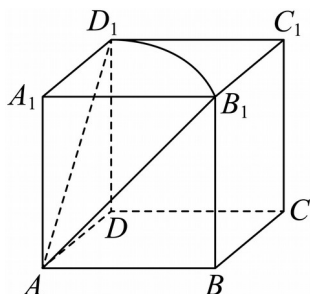
则 $\angle PAP'$ 为直线 A_1P 与平面 $ABCD$ 所成的角，则 $\angle PAP' = \frac{\pi}{4}$ ，

又 $PP' = 1$ ，则 $PA = \sqrt{2}$ ，得 $PA_1 = 1$ ，

则点 P 的轨迹为以 A_1 为圆心半径为 1 的圆（落在正方形内的部分），

若点 P 在正方形 ABB_1A_1 内或 ADD_1A_1 内，轨迹分别为线段 AB_1 和 AD_1 ，

因为点 P 不可能落在其他三个正方形内，所以点 P 的轨迹如图所示：



故点 P 的轨迹长度为 $2\sqrt{1+1} + \frac{1\pi}{4} \times 2\pi = 2\sqrt{2} + \frac{\pi}{2}$ 。

故选：D

8. D

【分析】根据题意作出图形，设 $\angle PAB = \alpha$, $\angle PCB = \beta$ ，利用正弦定理将 λ 表示为关于

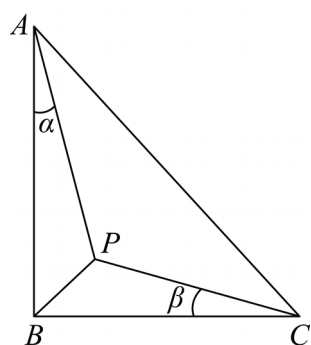
$\sin \alpha, \sin \beta$ 的式子，然后利用三角恒等变形与三角函数的值域求 λ 的取值范围即可。

【详解】设 $\angle PAB = \alpha, \angle PCB = \beta$,

$$\text{则 } \angle PBA = \frac{\pi}{3} - \alpha, \quad \angle PBC = \frac{\pi}{3} - \beta,$$

$$\text{由 } \angle PBA + \angle PBC = \frac{\pi}{2} \text{ 得 } \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) + \left(\frac{\pi}{3} - \beta \right) = \frac{\pi}{2},$$

$$\text{解得 } \alpha + \beta = \frac{\pi}{6}, \text{ 满足 } 0 < \alpha < \frac{\pi}{6}, \quad 0 < \beta < \frac{\pi}{6},$$



$$\text{在 } \triangle PAB \text{ 中, } \frac{|PB|}{\sin \alpha} = \frac{|PA|}{\sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)},$$

$$\text{可得 } |PA| = \frac{|PB| \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)}{\sin \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{1}{2},$$

$$\text{同理可得 } |PC| = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } \lambda = |PA| + |PC| = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \right) - 1$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} - 1$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} - 1$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\sin \alpha \sin \beta} - 1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{1}{\sin \alpha \sin \beta} - 1,$$

$$\text{因为 } \sin \alpha \sin \beta = \sin \alpha \sin \left(\frac{\pi}{6} - \alpha \right) = \frac{1}{2} \sin \alpha \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \alpha$$

$$= \frac{1}{4} \sin 2\alpha - \frac{\sqrt{3}}{4} (1 - \cos 2\alpha) = \frac{1}{2} \sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\text{所以当 } 2\alpha + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}, \text{ 即 } \alpha = \frac{\pi}{12} \text{ 时, } \sin \alpha \sin \beta \text{ 最大值为 } \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\text{结合 } \sin \alpha \sin \beta > 0, \text{ 可得 } \frac{1}{\sin \alpha \sin \beta} \text{ 的最小值为 } \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}} = 8 + 4\sqrt{3},$$

$$\text{所以当 } \alpha = \frac{\pi}{12} \text{ 时, } \lambda = |PA| + |PC| \text{ 由最小值 } \frac{\sqrt{3}}{4} (8 + 4\sqrt{3}) - 1 = 2 + 2\sqrt{3},$$

$$\text{即 } \lambda \text{ 的取值范围是 } [2 + 2\sqrt{3}, +\infty).$$

故选：D.

【点睛】方法点睛：对于三角中有关边的最值问题，我们通常利用正弦定理将边转化为角，然后利用三角公式变形求最值.

9. BCD

【分析】根据向量数量积的运算性质求解.

【详解】对 A：由 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 可得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，而 $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 0^2 = 0$ ，故 A 说法正确；

对 B：取 $\vec{a} = \vec{0}$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ 成立，但 $\vec{b} = \vec{c}$ 不一定成立，故 B 说法错误；

对 C: $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$ 表示与 $\vec{c}$ 共线的向量, 而 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ 表示与 $\vec{a}$ 共线的向量, 所以

$(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ 不一定成立, 故 C 说法错误;

对 D: $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle|$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$, 故 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \geq \vec{a} \cdot \vec{b}$, 故 D 说法错误.

故选: BCD

10. AD

【分析】根据题意, 由共轭复数的定义分析 A; 举反例说明 BC; 由复数的几何意义确定 D.

【详解】对于 A: 设 $z_1 = a + bi$, 若 $z_1 = \overline{z_2}$, 则 $\overline{z_2} = a + bi$, 故 $z_2 = a - bi$

必有 $z_2 = \overline{z_1} = a - bi$, A 正确;

对于 B: 若 $z_1 = 1$, $z_2 = i$, 则有 $|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2|$, 但 $z_1 z_2 \neq 0$, B 错误;

对于 C: 若 $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 - 2i$, 则有 $z_1 z_2 = 2 \in \mathbb{R}$, 但 $z_1 \neq \overline{z_2}$, C 错误;

对于 D: 设复数 z_1, z_2 在复平面内对应的点为 A 和 B

若 $|z - z_1| = |z - z_2|$, 则 z 在复平面内对应的点为线段 AB 的中垂线, 故 z 在复平面内对应的点

在一条直线上, D 正确.

故选: AD.

11. BCD

【分析】根据互斥事件的定义, 结合独立事件的定义、对立事件的概率公式逐一判断即可.

【详解】A: 因为 $A \subseteq B$, 所以事件 A, B 不是互斥事件, 因此 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 不成立, 所以本选项不正确;

B: 根据互斥事件的性质可知本选项正确;

C: 假设事件 A, B 相互独立, 则有 $P(AB) = P(A)P(B) > 0$, 因此 $AB \neq \emptyset$,

所以 A 和 B 不互斥; 反之, 若事件 A, B 是互斥事件, 则有 $AB = \emptyset$,

那么 $P(AB) = 0 \Rightarrow P(AB) \neq P(A)P(B)$, 所以事件 A, B 不独立,

因此件 A, B 相互独立与互斥不会同时发生, 所以本选项正确;

$$\text{D: } P(A + \bar{B}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A) + P(\bar{B}) - P(A\bar{B}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{5} - P(A\bar{B}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A\bar{B}) = \frac{2}{5},$$

$$\text{因为 } P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) \Rightarrow \frac{1}{2} = P(AB) + \frac{2}{5} \Rightarrow P(AB) = \frac{1}{10},$$

$$\text{因为 } P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{10} + P(\bar{A}B) \Rightarrow P(\bar{A}B) = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } P(\bar{A}B + \bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}, \text{ 因此本选项正确,}$$

故选: BCD

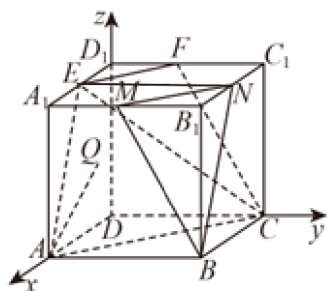
12. ABD

【分析】建立空间直角坐标系, 求出平面 ACE 的一个法向量, 利用法向量求出平面 ACE

与线段 C_1D_1 的交点及 P 到平面 ACE 的距离 d ; $V_{Q-ACP} = V_{P-ACQ} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACQ} \cdot d$, 判断 $S_{\triangle ACQ}$ 能否

取得最大值即可判断 C; 将直线 DP 与直线 AQ 所成角的最小值转化为 DP 与平面 BMN 夹角求解.

【详解】



对 A: 取 C_1D_1 的中点 F , 连接 EF, CF , 则 $EF \parallel A_1C_1 \parallel AC$,

所以 A, C, F, E 四点共面, 所以平面 ACE 与线段 C_1D_1 的交点为线段 C_1D_1 的中点, 故 A 正确;

对 B: 分别取 A_1B_1, B_1C_1 的中点 M, N , 连接 MN, BM, BN, EN ,

因为 $AB \parallel EN$, 且 $AB = EN$, 所以四边形 $ABNE$ 为平行四边形,

所以 $AE \parallel BN$, 又 $AE \subset$ 平面 $ACFE$, $BN \not\subset$ 平面 $ACFE$, 所以 $BN \parallel$ 平面 $ACFE$,

同理可证: $BM \parallel$ 平面 $ACFE$, 又 $BM \cap BN = B$, $BM, BN \subset$ 平面 BMN ,

所以平面 $BMN \parallel$ 平面 $ACFE$,

又因为 $BP \parallel$ 平面 ACE , 所以 $BP \subset$ 平面 BMN , 所以 P 的轨迹为线段 BM, BN, MN ,

所以 P 到平面 ACE 的距离为 B 到平面 ACE 的距离,

以 D 为坐标原点, 分别以 DA, DC, DD_1 为 x, y, z 轴正半轴建系,

则 $D(0, 0, 0), A(2, 0, 0), B(2, 2, 0), C(0, 2, 0), D_1(0, 0, 2), E(1, 0, 2)$,

则 $\overrightarrow{AC} = (-2, 2, 0), \overrightarrow{AE} = (-1, 0, 2), \overrightarrow{AB} = (0, 2, 0)$,

设平面 ACE 的一个法向量 $\vec{n} = (x, y, z)$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/626034142043010055>