

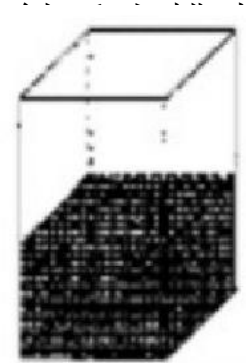
湖南省2022年普通高中学业水平考试

数学模拟试卷(一)

本试卷包括选择题、填空题、和解答题三部分。时量90分钟，满分100分

一、选择题：本大题共10个小题，每小题4分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、如图，将装有水的长方体水槽固定底面一边固定底面一边后倾斜一个小角度，则倾斜的水形成的几何体是



- A. 棱柱
- B. 棱台
- C. 棱柱与棱锥的组合物
- D. 不能确定

2、已知一个正方体棱长为1,则它的体积为

- A、1
- B、4
- C、6
- D、8

3、与 $a > b$ 等价的不等式是

- A、 $|a| > |b|$
- B、 $a^2 > b^2$
- C、 $\frac{a}{b} > 1$
- D、 $a^3 > b^3$

4、函数 $f(x) = 2^x$ 的值域是

- A、 $(-∞, 0)$
- B、 $(0, +∞)$
- C、 $(1, +∞)$
- D、 $(-∞, +∞)$

5、甲、乙两人下棋，两人下成和棋的概率是 $\frac{1}{2}$ ，甲获胜的概率是 $\frac{1}{3}$ ，则甲不输的概率为

- A、 $\frac{5}{6}$
- B、 $\frac{2}{5}$
- C、 $\frac{1}{6}$
- D、 $\frac{1}{3}$

6、以函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ \lg x, & x > 1 \end{cases}$ 则 $f(f(10)) =$

- A、 $\lg 101$
- B、2
- C、1
- D、0

7、若单位向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ ，则 $a \cdot b =$

- A、14
- B、15
- C、16
- D、17
- A、2
- B、 $\frac{1}{2}$
- C、 $\frac{3}{2}$
- D、1

8、一个频率分布表(样本容量为30)不小心被损坏了一部分，只记得样本中数据在(20, 60)上的频率为0.8,则估计样本在[40, 60]内的数据个数为

分组	[10, 20]	[20, 30]	(30, 40)	
频数	3	4	5	

9、已知实数 x 、 y 满足 $x^2+y^2=1$ ，则 xy 的最大值是

- A、1 B、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D、 $\frac{1}{2}$

10、若 A 、 B 是互斥事件， $P(A)=0.2, P(A\cup B)=0.5$ ，则 $P(B)$ 等于

- A、0.3 B、0.7 C、0.1 D、1

二、填空题：本大题共5小题，每小题4分，满分20分。

11、已知 $\sin x=1, x \in [0, 2\pi]$ ，则 x 等于_____

12、已知三点 $O(0, 0), A(2, 2), B(5, 6)$ ，则 $|\vec{OB} - \vec{OA}| =$ _____

13、若 α 是第二象限角，则点 $P(\sin \alpha, \cos \alpha)$ 在第_____象限

14、已知集合 $A=\{x|-1 < x < 2\}, B=\{x|-1 < x < m+1\}$ ，若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 成立的一个充分不必要条件，则实数 m 的取值范围是_____

15、在流行感冒的季节，设甲、乙患感冒的概率分别为0.6和0.5，则两人都不感冒的概率是_____

三、解答题：本大题共4个小题，满分40分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16、(本小题满分10分)

$\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，设 $\cos A = \frac{4}{5}, \cos B = \frac{5}{13}, a=13$.

(1) 求 $\sin A$ 的值；

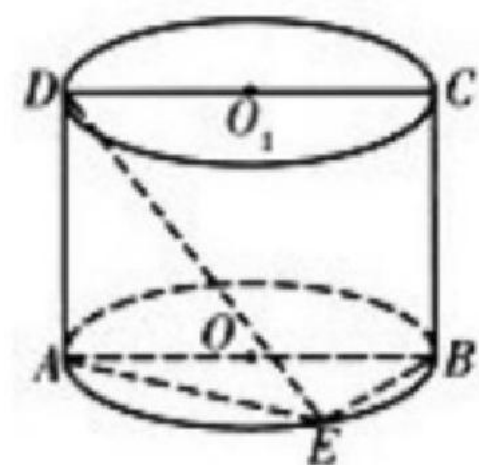
(2) 求 b 的值.

17、(本小题满分10分)

已知函数 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求使函数 $f(x)$ 取最小值时 x 的值, 并求出 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若 $f(a) = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 求 $\sin 2a$ 的值.



18、(本小题满分10分)

四边形 $ABCD$ 是圆柱 OO_1 的轴截面, E 为底面圆周上的一点, $AE = 2\sqrt{5}$, $BE = 4$, $AD = 5$.

(1) 求证: $BE \perp$ 平面 ADE ;

(2) 求圆柱的表面积.

19、(本小题满分10分)

已知一组数据： 125 121 123 125 127 129 125 128 130 129
126 124 125 127 126 122 124 125 126 128

(1) 填写下面的频率分布表：

分组	频数	频率
[121, 123]		
[123, 125]		
[125, 127]		
[127, 129]		
[129, 131]		
合 计		

(2) 作出频率分布直方图；

(3) 根据频率分布直方图或频率分布表求这组数据的众数、中位数和平均数。

$\frac{\pi}{2}$

参考答案

一、选择题

1—5 AADBA

二、填空题

6—10 BBBDA

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow b = \frac{a \sin B}{\sin A} = 20$$

$$x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

n.

三、解答题

12.5

13. 四

14. $\{m|m>1\}$

15. 0.2

16. 解: (1) $\because A$ 为三角形的内角, 且 $\cos A = \frac{4}{5}, \therefore \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{3}{5}$

(2) 同(1)解法可得 $\sin B = \frac{12}{13}$ 又 $a=13$, 由正弦定理, 得

17. 解: (1) 因为 $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{4})$ 所以当 $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = -1$, 即 $x = 21k\pi - \frac{3\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$ 时, $f(x)$ 有最小值 -2 :

(2) 由 $f(a) = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 得 $2\sin(a + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 即 $\sin a + \cos a = \frac{1}{3}$, 两边平方, 得 $1 + \sin 2a = \frac{1}{9}$, 所以 $\sin 2a = -\frac{8}{9}$.

18. 解: (1) 证明: \because 平面 $ABCD$ 是圆柱 OO' 轴截面, $\therefore AD \perp$ 平面 ABE , $\because BE \subset$ 平面 ABE , $\therefore AD \perp BE$

又 E 为底面圆周上一点, AB 为直径, $\therefore AE \perp BE$, 又 $AD \cap AE = A$, $\therefore BE \perp$ 平面 ADE .

(2) 在 $\triangle ABE$ 中, $\because AE=25, BE=4, \therefore AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 6$,

\therefore 底面圆的半径 $r=3$, 又 $\because AD=5, \therefore$ 圆柱侧面积为 $2\pi \times 3 \times 5 = 30\pi$,

上下两底面面积为 $\pi \times 3^2 \times 2 = 18\pi, \therefore$ 圆柱的表面积为 $30\pi + 18\pi = 48\pi$.

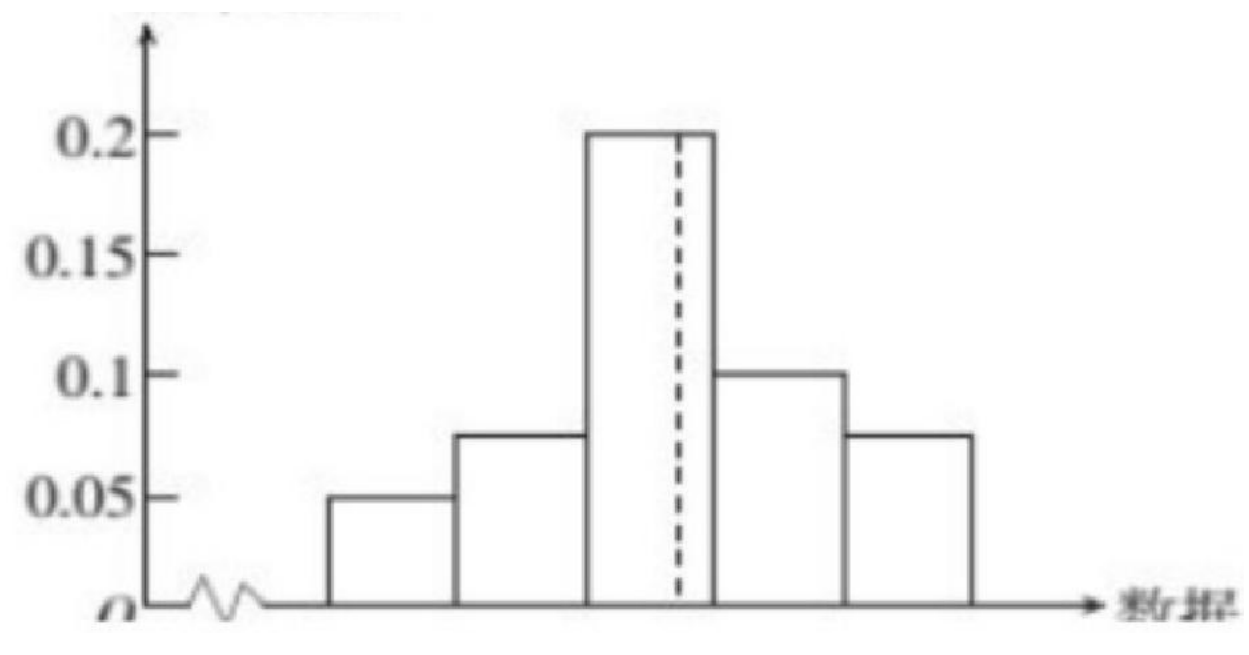
19. 解: (1) 频率分布表如下

分组	频数	频率
(121, 123)	2	0.10
[123, 125]	3	0.15
[125, 127]	8	0.40
[127, 129]	4	0.20
[129, 131]	3	0.15
合计	20	1.00

(2) 频率分布直方图如下图所示

x

频率 / 组距



121 123 125 127 129 131

(1) 在(125, 127)中的数据最多, 取这个区间的中点值作为众数的近似值, 得众数为126, 事实上, 众数的精确值为125. 图中虚线对应的数据是 $125+2\times\frac{5}{8}=126.255$, 事实上中位数为125.5. 使用“组中值”求平均数: $\bar{x}=122\times 0.1+124\times 0.15+126\times 0.4+128\times 0.2+130\times 0.15=126.3$, 平均数的精确值为 $x=125.75$.

湖南省2022年普通高中学业水平考试

数学模拟试卷(二)

本试卷包括选择题、填空题、和解答题三部分。时量90分钟，满分100分

一、选择题：本大题共10个小题，每小题4分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、函数 $y=2\cos x$ 的最大值为

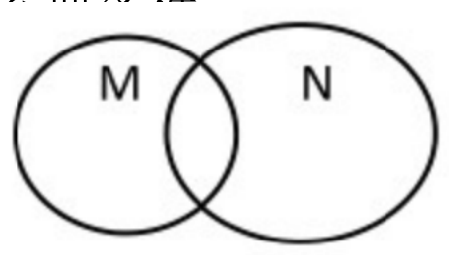
- A、-1 B、0 C、1 D、2

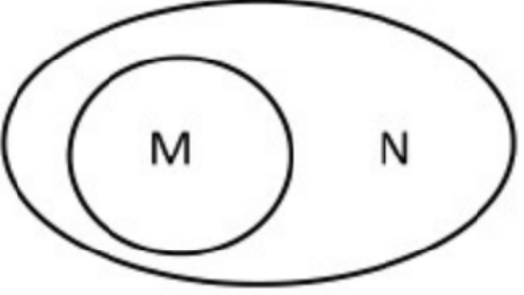
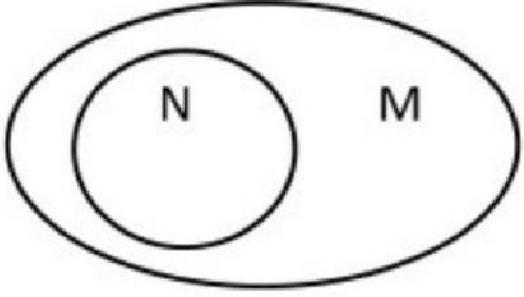
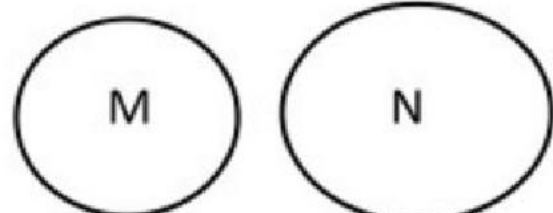
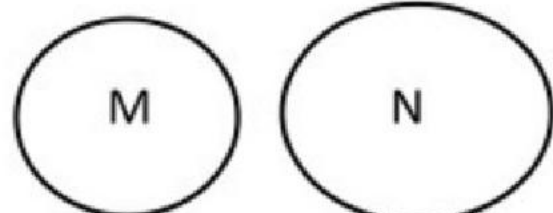
2、函数 $f(x)=\sqrt{x-1}$ 的定义域是

- A、 $\{x|x\geq 1\}$ B、 $\{x|x\leq 1\}$ C、 $\{x|x>1\}$ D、 $\{x|x<1\}$

3、 “ $\begin{cases} x>0, \\ y>0 \end{cases}$ ” 是 “ $\frac{1}{xy}>0$ ” 的

- A、充分不必要条件 B、必要不充分条件
C、充要条件 D、既不充分又不必要条件

4、  的是

- A、  B、 
C、  D、 

B、

5、 已知向量 $a=(1, 2)$, $b=(2, k-2)$, 且 $a\perp b$, 则 k 等于

- A、4 B、3 C、2 D、1

6、 已知 $x>0, y>0$, 若 $xy=3$, 则 $x+y$ 的最小值为

- A、3 B、2 C、 $2\sqrt{3}$ D、1

7、 盒子里装有大小相同的4个红球和6个白球，从中随机取出1个球，取到白球的概率是

- A、 $\frac{3}{5\pi}$ B、 $\frac{1}{2\pi}$ C、 $\frac{2}{3\pi}$ D、 $\frac{2}{5\pi}$

8、 已知正三角形的面积为 $\sqrt{3}$, 则该三角形的边长是

- A、5 B、4 C、3 D、2

9、 用篱笆围一个面积为 $100m^2$ 的矩形菜园，问这个矩形的长、宽各为多少时，所用篱笆最短，最短的篱笆的是

A、30m

B、36m

C、40m

D、50m

10、 已知函数 $y=\sin(2x+\varphi)$ 的图像关于点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 对称, 则 φ 可以是

A、

B、

C、

D、

二、填空题：本大题共5小题，每小题4分，满分20分。

11、若 $m < 5$ ，且数据 2, 3, 5, m 的极差为4, 则 $m =$ _____

12、函数 $y = \lg x + 1$ 的零点为 _____

13、我国西部一个地区的年降水量在下列区间内的概率如表所示：

年降水量(mm)	[100, 150)	(150, 200)	(200, 250)	[250, 300]
概 率	0.21	0.16	0.13	0.12

则年降水量在 [200, 300] (mm)范围内的概率是 _____

14、复数 $z_1 = (m+22) + (m^2-2)i$, $z_2 = (m^2-8) + (4m+10)i$, $m \in \mathbb{R}$, 若 $z_1 = z_2$, 则 $m =$ _____

15、某歌手电视大奖赛中，七位评委对某选手打出如下分数：7.9, 8.1, 8.4, 8.5, 8.5, 8.7, 9.9, 则其中50%分位数为 _____

三、解答题：本大题共4个小题，满分40分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16、(本小题满分10分)

已知函数 $f(x) = 2\sin(x - \frac{\pi}{3})$.

(1) 写出函数 $f(x)$ 的最小正周期；

(2) 将函数 $f(x)$ 图象上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，得到函数 $g(x)$ 的图象，写出函数 $g(x)$ 的表达式，并判断函数 $g(x)$ 的奇偶性.

17、(本小题满分10分)

已知函数 $f(x)=x^2+2|x|$

(1) 求 $f(-1)$ 的值;

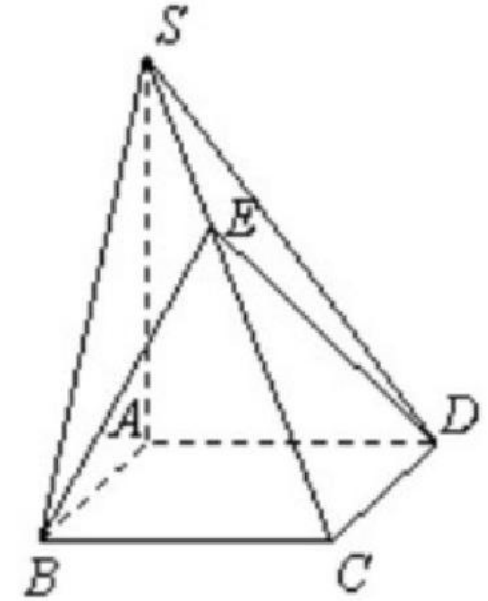
(2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(3) 若函数 $g(x)=f(x)-4x$, 求 $g(x)$ 在 $[0, m]$ ($m>0$ 为常数) 上的最大值和最小值.

18、(本小题满分10分)

如图, 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $SA \perp$ 底面 $ABCD$, E 是 SC 上的一点.

- (1) 求证: 平面 $EBD \perp$ 平面 SAC ;
- (2) 设 $SA=4, AB=2$, 求点 A 到平面 SBD 的距离;



19、(本小题满分10分)

已知函数 $f(x)=x^2-2ax+1$.

- (1) 若 $f(0)=f(2)$, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上为单调递增函数, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值.

参考答案

一、选择题

1-5 DAACD

二、填空题

6-10 CADCA

11.1 12.

三、解答题

$\frac{1}{10}$

13. 0.25

14. 6

15. 8.5

$$T = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

$$g(x) = 2\sin\left[\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{3}\right] = 2\sin x,$$

16. 解: (1) 因为 $f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, 所以函数 $f(x)$ 的最小正周期

(2) 将函数 $f(x)$ 图象上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到函数

因为 $g(-x) = 2\sin(-x) = -2\sin x = -g(x)$, 所以函数 $g(x)$ 为奇函数

17. 解: (1) $f(-1) = 3$:

(2) 因为 $f(-x) = (-x)^2 + 2|-x| = x^2 + 2|x| = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数;

(3) 因为当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 + 2x, g(x) = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$,

当 $0 < m \leq 1$ 时, $g(x)$ 在 $[0, m]$ 上为减函数, 所以 $g(x)$ 在 $[0, m]$ 上的最大值为 $g(0) = 0$, 最小值为 $g(m) = m^2 - 2m$;

当 $1 < m \leq 2$ 时, $g(x)$ 在 $[0, 1]$ 上为减函数, 在 $(1, m)$ 上为增函数, 且 $g(0) \geq g(m)$, 所以 $g(x)$ 在 $[0, m]$ 上的最大值为 $g(0) = 0$, 最小值为 $g(1) = -1$;

当 $m > 2$ 时, $g(x)$ 在 $[0, 1]$ 上为减函数, 在 $(1, m)$ 上为增函数, 且 $g(0) < g(m)$, 所以 $g(x)$ 在 $[0, m]$ 上的最大值为 $g(m) = m^2 - 2m$, 最小值为 $g(1) = -1$;

18. 解: (1) 证明: $\because SA \perp$ 底面 $ABCD, BD \subset$ 底面 $ABCD, \therefore SA \perp BD$,

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AC \perp BD$,

$\therefore BD \perp$ 平面 SAC , 又 $BD \subset$ 平面 EBD ,

\therefore 平面 $EBD \perp$ 平面 SAC

(2) 设 $AC \cap BD = O$, 连接 SO , 则 $SO \perp BD$,

由 $AB = 2$, 知 $BD = 2\sqrt{2}, \therefore SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$,

$\therefore S_{\Delta SBD} = \frac{1}{2}BD \cdot SO = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 6$, 令点 A 到平面 SBD 的距离为 h ,

由 $SA \perp$ 平面 $ABCD$, 则 $\frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SBD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SBD} \cdot SA$,

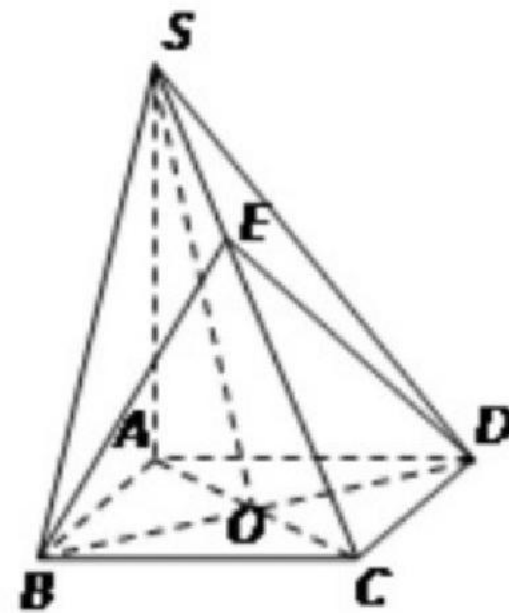
$\therefore 6h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 8, \therefore$ 点 A 到平面 SBD 的距离为 $\frac{4}{3}$.

19. 解: (1) 由题意知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ 的对称轴为 1 , 故 $a = 1$.

(2) 函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ 的图象的对称轴为直线 $x = a$; $y = f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上为单调递增函数, 得 $a \leq 1$.

(3) 函数图象开口向上, 对称轴 $x = a$,

当 $a < 0$ 时, $x = 1$ 时, 函数取得最大值为: $f(x) = 2 - 2a$;



当 $a > 0$ 时， $x = -1$ 时，函数取得最大值为： $f(x)_{\max} = 2 + 2a$;

当 $a = 0$ 时， $x = 1$ 或 -1 时，函数取得最大值为： $f(x)_{\max} = 2$.

湖南省2022年普通高中学业水平考试

数学模拟试卷(三)

本试卷包括选择题、填空题、和解答题三部分。时量90分钟，满分100分

一、选择题：本大题共10个小题，每小题4分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、函数 $y=\ln x$ 的零点是

- A、(0,0) B、 $x=0$ C、 $x=1$ D、不存在

2、设全集 $U=\{0,1,2,3\}$, $M=\{0,2\}$, 则 $M^c=$

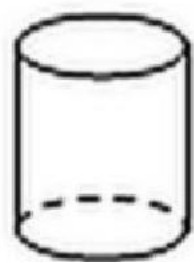
- A、{3} B、{1,3} C、{2,3} D、 \varnothing

3、不等式 $(x-1)(4-x)\geq 0$ 的解集是

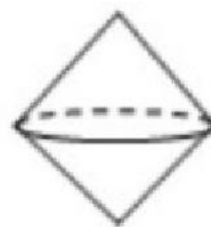
- A、 $\{x|x > 4 \text{ 或 } x < 1\}$ B、 $\{x|1 < x < 4\}$

- C、 $\{x|x \geq 4 \text{ 或 } x \leq 1\}$ D、 $\{x|1 \leq x \leq 4\}$

4、正方形绕其一条对角线旋转一周形成的几何体是



A



B



C



D

5、从0, 1, 2, 3, 4这五个数中任取一个数，则到的数为奇数的概率是

- A、 $\frac{4}{5}$ B、 $\frac{3}{5}$ C、 $\frac{2}{5}$ D、 $\frac{1}{5}$

6、命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, |x|+x^2 \geq 0$ ”的否定是

- A、 $\forall x \in \mathbb{R}, |x|+x^2 < 0$ B、 $\forall x \in \mathbb{R}, |x|+x^2 \leq 0$
 C、 $\exists x \in \mathbb{R}, |x|+x^2 < 0$ D、 $\exists x \in \mathbb{R}, |x|+x^2 \geq 0$

7、函数 $y=\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x, x \in \mathbb{R}$ 的最小正周期是

- A、 $\frac{\pi}{2}$ B、 π C、 2π D、 4π

8、已知函数 $f(x)=x^3 + \frac{\sqrt{2}}{2}x$ 若 $f(-a)=2$, 则 $f(a)$ 的值为

- A、2 B、-2 C、1 D、-1

9、已知 $a=(2,1), b=(-1,1)$, 则 a 在 b 上的投影的数量为

- A、 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B、 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ C、 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D、 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

10、以函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是

A、(-, -1)

B、(0, +∞)

C、(-1, 0)

D、(-∞, 0)

二、填空题：本大题共5小题，每小题4分，满分20分。

11、 i 是虚数单位，复数 $\frac{1-3i}{1-i} =$ _____.

12、 $\log_2 \sqrt{2}$ 的值为 _____

13、某校就高一全体学生对某一校本课程的喜爱程度进行问卷调查，参加调查的人数为1200人，其中持各种态度的人数如下表所示：

很喜欢	喜欢	一般	不喜欢
260	480	400	60

学校为了解学生的具体想法和意见，决定从中抽出30人进行更为详细的调查，为此要进行分层抽样，那么在分层抽样时，在“喜欢”类学生中，应抽选出 _____ 人。

14、函数 $y=-x^2$ 的单调递增区间为 _____

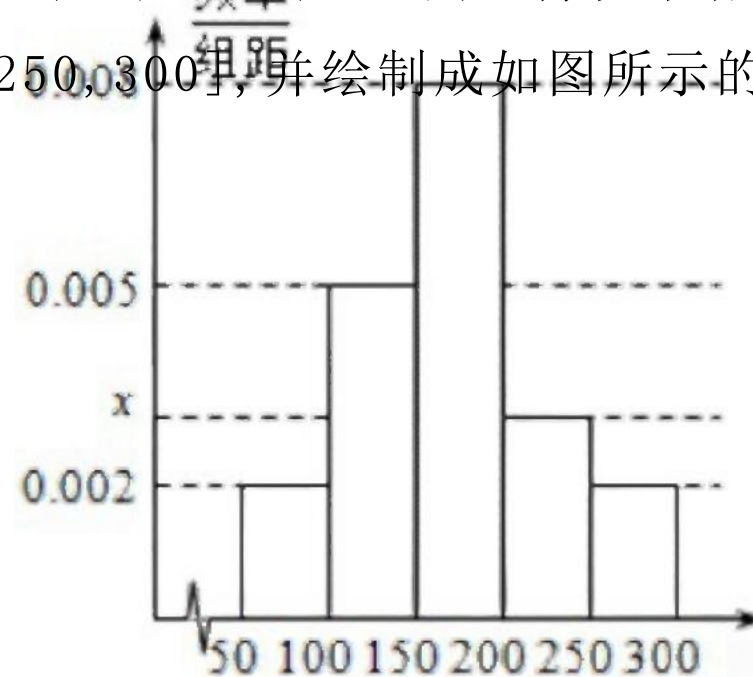
15、 $\frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \cdot \tan 25^\circ} =$ _____

三、解答题：本大题共4个小题，满分40分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16、(本小题满分10分)

某校研究性学习小组从汽车市场上随机抽取20 辆纯电动汽车调查其续驶里程(单次充电后能行驶的最大里程)，被调查汽车的续驶里程全部介于50公里和300公里之间，将统计结果分成5组： $(50, 100)$ ， $(100, 150)$ ， $(150, 200)$ ， $(200, 250)$ ， $[250, 300]$ ，并绘制成如图所示的频率分布直方图.

- (1) 求直方图中 x 的值；
- (2) 求续驶里程在 $[200, 300]$ 的车辆数；
- (3) 若从续驶里程在 $[200, 300]$ 的车辆中随机抽取2辆车，求其中恰有一辆车的续驶里程在 $(200, 250)$ 中的概率.



17、(本小题满分10分)

某校为了解高三年级学生的数学学习情况，在一次数学考试后随机抽取 n 名学生的数学成绩，制成如下所示的频率分布表.

组号	分组	频数	频率
第一组	[90, 100]	5	0.05
第二组	(100, 110)	a	0.35
第三组	(110, 120)	30	0.30
第四组	[120, 130]	20	b
第五组	(130, 140)	10	0.10
合计		n	1.00

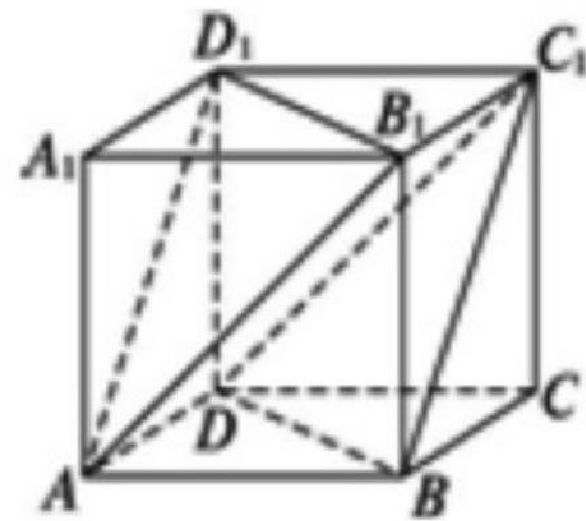
(1) 求 a, b, n 的值;

(2) 若从第三、四组中用分层抽样的方法抽取5名学生，并在这5名学生中随机抽取2名与老师面谈，求此2名学生都来自第三组的概率。

18、(本小题满分10分)

已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$.

- (1) 证明: $D_1A \parallel$ 平面 C_1BD ;
- (2) 求异面直线 D_1A 与 BD 所成的角.



19、(本小题满分10分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 满足 $\frac{a-b+c}{c} = \frac{b}{a+b-c}$

- (1) 求角 A ;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 1, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S 的最大值.