

广东省珠海市广东实验中学金湾学校 2023-2024 学年高一下

学期 6 月月考数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 复数 z 满足 $|z|=1$, 且在复平面内 z 对应的点为 Z , 则复平面内点 Z 的轨迹是 ().

- A. 点 B. 圆 C. 线段 D. 圆环

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=45^\circ$, $AC=2\sqrt{3}$, 则 $BC=$

- A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $\sqrt{6}$

3. 已知 $\tan \alpha = -3$, 则 $\frac{\sin 4\alpha}{4 \sin \alpha \cos \alpha} = ()$

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $-\frac{8}{5}$

4. 如图, 一倒立的圆锥和一个底面圆直径为 $2R$ 的圆柱内装等高 H 的液体, 圆锥的轴截面

为等腰直角三角形, 圆柱的轴截面为一矩形, $H=\sqrt{3}R$, 圆锥内液体体积为 V_1 , 圆柱内液

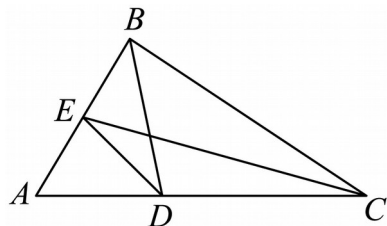
体体积为 V_2 , 则 ()



- A. $V_1=2V_2$ B. $V_1=V_2$ C. $V_2=2V_1$ D. $V_1=\sqrt{3}V_2$

5. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是线段 AC 上靠近 A 的三等分点, 点 E 是线段 AB 的中点,

则 $\overrightarrow{DE} = ()$



A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

B. $-\frac{1}{6}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

C. $-\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

D. $-\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

6. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 60° , $\vec{a} = (\sqrt{3}, 1)$, $|\vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = ()$

A. 2

B. $\sqrt{7}$

C. $2\sqrt{7}$

D. $2\sqrt{3}$

7. 设向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ , 定义 $\vec{a} \oplus \vec{b} = |\vec{a} \sin \theta - \vec{b} \cos \theta|$, 已知 $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 1$,

则 $\vec{a} \oplus \vec{b} = ()$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\sqrt{3}$

8. 蹴鞠，又名“蹴球”“蹴圆”等，“蹴”有用脚蹴、踢的含义，“鞠”最早系外包皮革、内饰米糠的球，因而“蹴鞠”就是指古人以脚蹴、踢皮球的活动，类似今日的踢足球活动.

已知某“鞠”的表面上有四个点 P, A, B, C , 其中 $PA \perp$ 平面 ABC ,

$PA = 2\sqrt{2}, AB = AC = 2, \angle BAC = 90^\circ$, 则该球的体积为 ()



- A. 16π B. $\frac{16\pi}{3}$ C. $\frac{32\pi}{3}$ D. 8π

二、多选题

9. 已知复数 $z=1+i$ (i 为虚数单位), 则 ()

- A. $|z|=\sqrt{2}$ B. z 对应的点在第一象限
C. z 的虚部为 i D. z 的共轭复数为 $-1+i$

10. 已知直线 $a//$ 平面 α , 直线 $b//$ 平面 α , 则直线 a, b 的位置关系可能是 ()

- A. 平行 B. 异面 C. 相交 D. 以上都不对

11. 定义 2×2 行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = a_1 a_4 - a_2 a_3$, 若函数 $f(x) = \begin{vmatrix} \cos^2 x - \sin^2 x & \sqrt{3} \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) & 1 \end{vmatrix}$, 则下列表述

错误的是 ()

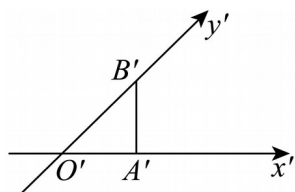
- A. $f(x)$ 的图象关于点 $(\pi, 0)$ 中心对称
B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称
C. $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, 0\right]$ 上单调递增

D. $f(x) = \sin x$ 是最小正周期为 π 的奇函数

三、填空题

12. 如图, $\triangle O'A'B'$ 表示水平放置的 $\triangle OAB$ 根据斜二测画法得到的直观图, $O'A'$ 在 x' 轴上,

$O'B'$ 在 y' 轴上, $A'B'$ 与 x' 轴垂直, 且 $O'A' = \sqrt{2}$, 则 $\triangle OAB$ 的面积为_____.



13. 下列说法中正确的是_____ . (填序号)

- ①棱柱的面中, 至少有两个面互相平行;
- ②以直角三角形的一边为轴旋转所得的旋转体是圆锥;
- ③用一个平面去截圆锥, 得到一个圆锥和一个圆台;
- ④有两个面平行, 其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱;
- ⑤圆锥的顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线.

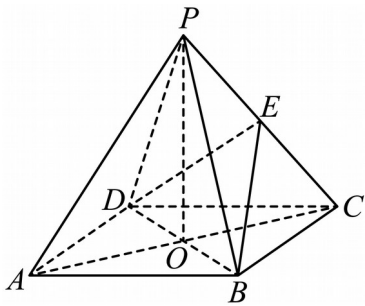
14. 已知在锐角三角形 ABC 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且

$(2a-b)\cos C = c\cos B, a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积 S 的取值范围为_____.

四、解答题

15. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, O 是 $ABCD$ 的中心,

$PO \perp$ 底面 $ABCD$, E 是 PC 的中点.



(1) 求证: $PA \parallel$ 平面 BDE ;

(2) 若 $OP=2$, 求三棱锥 $E-BCD$ 的体积.

16. 已知平面内给定三个向量 $\vec{a}=(2,3)$, $\vec{b}=(-4,3)$, $\vec{c}=(4,1)$.

(1) 求 $\cos\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$;

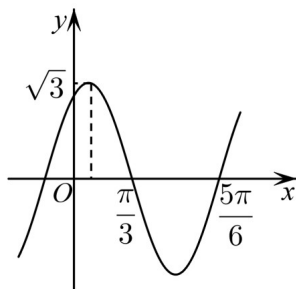
(2) 若 $(\vec{a} + k\vec{c}) \perp (2\vec{b} - \vec{a})$, 求实数 k .

17. 已知复数 $z_1 = \frac{3}{a+2} + (a^2-3)i$, $z_2 = 2 + (3a+1)i$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若复数 $z_1 - z_2$ 在复平面内的对应点落在第一象限, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若复数 z_1 是方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 的一个根, 求实数 m 的值.

18. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象, 如图所示.



(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2)将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,再将得到的图象上各点的横坐标缩短为原来

的 $\frac{1}{2}$,纵坐标不变,得到函数 $g(x)$ 的图象,当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 时,求函数 $g(x)$ 的值域.

19. 在以下四个条件中任选一个补充到下面的横线上,并给出解答.(注:如果选择多个条件份分别进行解答,则按第一个解答计分)

① $2a - b = 2c \cos B$; ② $c \sin B = b \cos\left(C - \frac{\pi}{6}\right)$; ③ $\frac{2a}{b} = \frac{\tan C}{\tan B} + 1$; ④ $b + b \cos C = \sqrt{3}c \sin B$.

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且_____.

(1)求 C ;

(2)若 $c = 2$,求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围;

(3)若 $c = \sqrt{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, D 为 AB 的中点,求 CD 的值.

参考答案:

1. B

【分析】根据复数模的知识求得正确答案.

【详解】由于 $|z-0|=1$, 故 z 对应点 Z 到原点的距离为1,

所以复平面内点 Z 的轨迹是单位圆.

故选: B

2. B

【解析】由已知利用正弦定理即可解得 BC 的值.

【详解】 $\because \triangle ABC$ 中, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=45^\circ$, $AC=2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 由正弦定理 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$, 可得: $\frac{BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, 解得: $BC=3\sqrt{2}$.

故选 B.

【点睛】本题主要考查了正弦定理在解三角形中的应用, 考查了计算能力和转化思想, 属于基础题.

3. B

【分析】先对 $\frac{\sin 4\alpha}{4\sin \alpha \cos \alpha}$ 利用二倍角公式化简, 再利用余弦的二倍角公式和同角三角函数

的关系化简计算即可

【详解】 $\frac{\sin 4\alpha}{4\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2\sin 2\alpha \cos 2\alpha}{2\sin 2\alpha} = \cos 2\alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{1 - (-3)^2}{(-3)^2 + 1} = -\frac{4}{5}$

故选: B.

4. B

【分析】由题意可得 $H=\sqrt{3}R$, 得到圆锥的水面圆的直径, 进一步得到半径, 再由圆锥与圆柱体积公式求解

【详解】解: 如图, 圆锥的轴截面为等腰直角三角形, 且 $H=\sqrt{3}R$,

则圆锥的水面圆的直径为 $2H = 2\sqrt{3}R$,

$$\text{由 } V_1 = \frac{1}{3}\pi(\sqrt{3}R)^2 \cdot \sqrt{3}R = \sqrt{3}\pi R^3, V_2 = \pi R^2 \cdot \sqrt{3}R = \sqrt{3}\pi R^3,$$

所以 $V_1 = V_2$,

故选: B

【点睛】此题考查圆柱与圆锥体积的求法, 考查计算能力, 属于基础题

5. B

【分析】由向量线性运算的几何意义即可计算

$$\text{【详解】 } \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

故选: B

6. D

【分析】利用数量积的定义把模转化为数量积的运算即可得.

【详解】由题意 $|\vec{a}| = 2$,

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + 2\vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2} = \sqrt{4 + 4 \times 2 \times 1 \times \frac{1}{2} + 4} = 2\sqrt{3},$$

故选: D.

【点睛】本题考查求向量的模, 解题关键是把模转化为向量的数量积的运算.

7. A

【分析】利用平面向量数量积的运算法则求得 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 与 $\cos \theta$, 进而求得 $\sin \theta$, 再代入 $\vec{a} \oplus \vec{b}$,

利用数量积求模长公式即可得解.

$$\text{【详解】 } \because |\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 1, \therefore |\vec{a} + \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1,$$

即 $2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 1 = 1$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$,

故 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = -1$, 得 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\because \theta \in [0, \pi], \therefore \sin \theta = \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{a} \oplus \vec{b} &= \left| \vec{a} \sin \theta - \vec{b} \cos \theta \right| = \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{a} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{b} \right| \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{b}^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 2 - 1 + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

故选: A.

【点睛】关键点点睛: 本题解决的关键是利用转化法求得 $\cos \theta$ 与 $\sin \theta$, 从而得解.

8. C

【分析】根据线面垂直得到线线垂直, 进而得到三棱锥 $P-ABC$ 的外接球即为以

PA, AB, AC 为长, 宽, 高的长方体的外接球, 求出长方体体对角线 PD 的长, 得到该球的半径和体积.

【详解】因为 $PA \perp$ 平面 ABC , $AB, AC \subset$ 平面 ABC ,

所以 $PA \perp AB, PA \perp AC$,

又 $\angle BAC = 90^\circ$,

所以 PA, AB, AC 两两垂直,

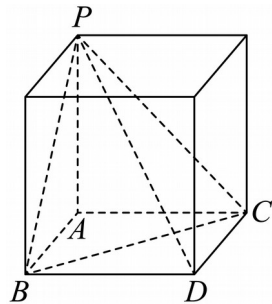
所以三棱锥 $P-ABC$ 的外接球即为以 PA, AB, AC 为长, 宽, 高的长方体的外接球,

即该球的直径为长方体体对角线 PD 的长,

因为 $PA = 2\sqrt{2}, AB = AC = 2$,

所以 $PD = \sqrt{PA^2 + AB^2 + AC^2} = 4$,

所以该球的半径为 2, 体积为 $\frac{4\pi}{3} \times 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.



故选: C

9. AB

【分析】由复数的相关概念依次判断各选项即可得出结果.

【详解】由题意, 因为 $z = 1 + i$, 所以 $|z| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$, 其对应的为 $(1,1)$ 在第一象限, 且

其虚部为 1, 其共轭复数为 $1 - i$,

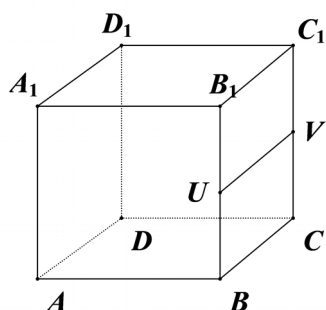
所以选项 A, B 正确, 选项 C, D 错误,

故选: AB.

10. ABC

【分析】在正方体中考虑题设中的线面关系后可得两条直线的可能的位置关系.

【详解】如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$,



$A_1D_1 \parallel$ 平面 $ABCD$, $A_1B_1 \parallel$ 平面 $ABCD$, $B_1C_1 \parallel$ 平面 $ABCD$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/626120100225010213>