中考数学高频考点专项练习：专题十四 考点31 菱形

1.如图，将两张宽度相同的矩形纸条交叉叠放.小明发现重叠部分（四边形 $ABCD$ ）是菱形，并进行如下所示的推理.小芳认为小明的推理不严谨，她认为应在“$\because AE=AF$ ”和“$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形”之间作补充.下列说法正确的是( )

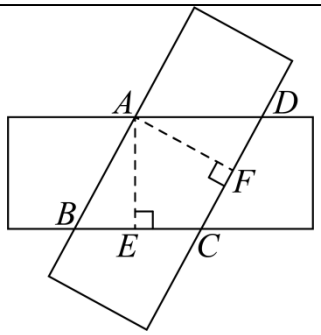
如图，过点 A 分别作 BC ， CD 的垂线，垂足分别为点 E，F，则 $AE=AF$.

$\because AB//CD$ ， $AD//BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because AE=AF$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.



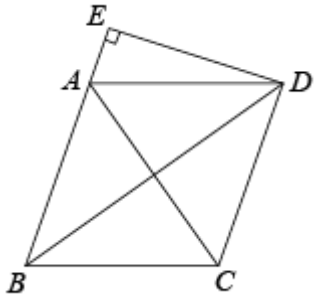
A.小明的推理严谨，不必补充

B.应补充： $BD\perp AC$

C.应补充： $BD=AC$

D.应补充： $S_{四边形ABCD}=BC\cdot AE=CD\cdot AF$ ， $\therefore BC=CD$

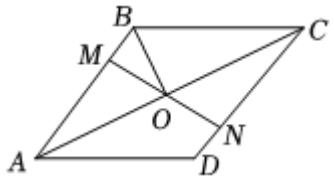
2.如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $AC=6$ ，过点 D 作 $DE\perp BA$ ，交 BA 的延长线于点 E，则线段 DE 的长为( )



A.$\frac{12}{5}$　　B.$\frac{18}{5}$　　C.4　　D.$\frac{24}{5}$

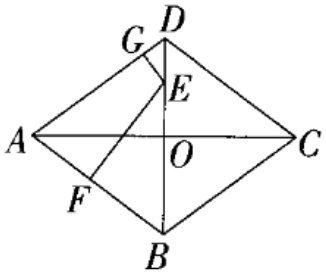
3.如图,在菱形 $ABCD$ 中,M,N 分别在 AB,CD 上,且 $AM=CN$,MN 与 AC 交于点 O,连接 BO.若

$\angle DAC=32°$,则$\angle OBC$的度数为(　)



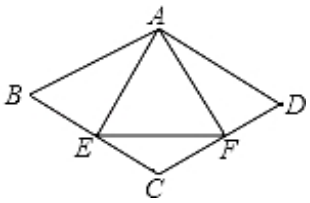
A.$32°$　　B.$48°$　　C.$58°$　　D.$68°$

4.如图，在菱形$ABCD$中，对角线AC，BD相交于点O，点E为BD上一点，过点E分别作$EF\perp AB$于点F，$EG\perp AD$于点G，若$AC=16$，$BD=12$，则$EF+EG$的值为(　)



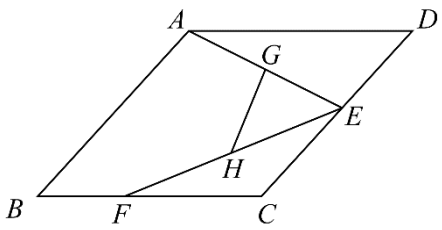
A.14　　B.$\frac{24}{5}$　　C.$\frac{48}{5}$　　D.$\frac{96}{5}$

5.菱形$ABCD$中，$\angle B=60°$，$AB=2$，E、F分别是BC、CD的中点，连接AE、EF、AF，则$\triangle AEF$的周长为(　)



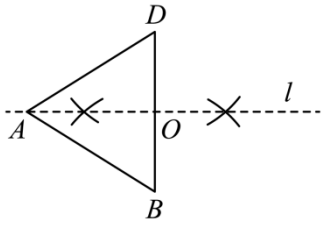
A.$2\sqrt{3}$　　B.$3\sqrt{3}$　　C.$4\sqrt{3}$　　D.3

6.如图，在菱形$ABCD$中，E，F分别是边CD，BC上的动点，连接AE，EF，G，H分别为AE，EF的中点，连接GH.若$\angle B=45°$，$BC=2\sqrt{3}$，则GH的最小值为(　)



A.$\sqrt{3}$　　B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C.$\sqrt{6}$　　D.$\frac{\sqrt{6}}{2}$

7.如图，在$\triangle ABD$中，$AB=AD$.利用尺规作图作菱形$ABCD$.第1步：作BD的中垂线l交BD于点O.完成下述第2步作法后，不一定能作出菱形的是(　)



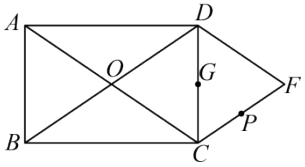
A.以 D 为圆心， DA 的长度为半径画圆弧，交直线 l 于点 C（A，C 不重合），连接 BC， CD

B.在直线 l 上截取 $OC=OA$（A，C 不重合），连接 BC， CD

C.以 B 为圆心， BD 的长度为半径画圆弧，交直线 l 于点 C（在点 O 的右侧），连接 BC， CD

D.过点 D 作 AB 的平行线，交直线 l 于点 C，连接 BC， CD

8.如图，$\Upsilon ABCD$ 的面积为 12， $AC=BD=6$， AC 与 BD 交于点 O.分别过点 C，D 作 BD， AC 的平行线相交于点 F，点 G 是 CD 的中点，点 P 是四边形 $OCFD$ 边上的动点，则 PG 的最小值是(　)



A.1　　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C.$\frac{3}{2}$　　D.3

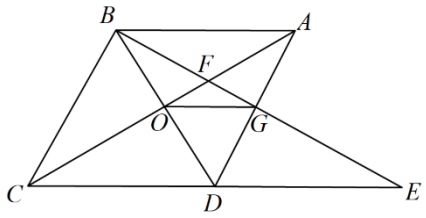
9.如图，菱形 $ABCD$ 中， $\angle BAD=60°$， AC 与 BD 交于点 O，E 为 CD 延长线上一点，且 $CD=DE$，连结 BE，分别交 AC， AD 于点 F，G，连结 OG，

①$OG=\frac{1}{2}AB$；

②$S_{四边形ODGF}=S_{\triangle ABF}$；

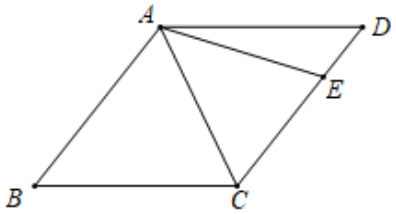
③由点 A、B、D、E 构成的四边形是菱形；

④$S_{\triangle ACD}=2S_{\triangle ABG}$.中正确的结论是(　)



A.①③　　B.②④　　C.①②③　　D.①②③④

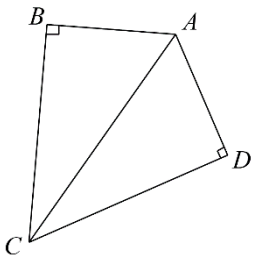
10.如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E 在 CD 上，若 $AE=AC$， $\angle B=48°$，则 $\angle BAE$ 的大小为 _____.



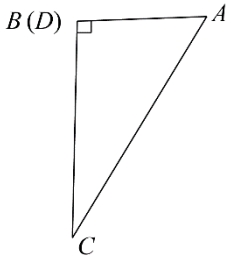
11.如图①，四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=\angle D=90°$，$AB=AD=\sqrt{3}$，$\angle BCD=60°$，将四边形 $ABCD$ 作如下操作：

（1）将四边形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，使点 B 与点 D 重合，如图②所示；

（2）将图②中的直角三角形折叠，使折痕经过 $\triangle ABC$ 的任一个顶点，再把折叠后的图形完全展开，请观察展开后的图形，当此次折叠后的两条折痕与原四边形的边（或边的一部分）组成的四边形为菱形时，该菱形的边长为_____.

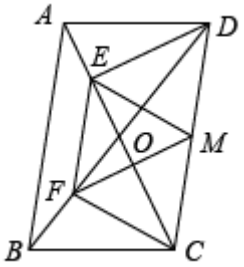


①



②

12.如图，平行四边形 $ABCD$ 中，$BD=2AD$，AC 与 BD 相交于点 O，E 为 OA 中点，F 为 OB 中点，M 为 DC 中点；



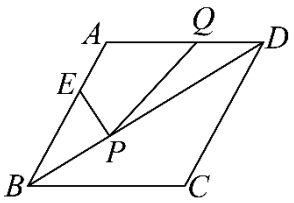
①$DE\perp AO$；

②$FM\perp AC$；

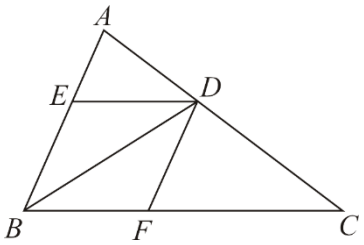
③$\angle BAC=\angle ACF$；

④四边形 $EFCM$ 为正方形.其中正确的有_____（填序号）.

13.如图，在菱形中，E、P、Q 分别是边 AB，对角线 BD 与边 AD 上的动点，连接 EP，PQ，若 $\angle ABC=60°$，$AB=6$，则 $EP+PQ$ 的最小值是___.



14.如图，在△ABC中，D是AC边上一点，过点D作$DE//BC$交AB于点E，$DF//AB$交BC于点F.



（1）如果BD是△ABC的角平分线，求证：四边形$BEDF$是菱形.

（2）如果BD是△ABC的中线且$AC=2BD$，请判断四边形$BEDF$的形状并说明理由.

15.在数学综合实践课上，仿照北师大版九年级上册第8页，老师让同学们以“矩形的旋转”为主题开展探究活动.如图1，将长与宽都相等的两个矩形纸片$ABCD$和$EFGH$叠放在一起，固定矩形$ABCD$，将矩形$EFGH$绕AC的中点O逆时针旋转$\alpha°\ (0<\alpha<180)$.

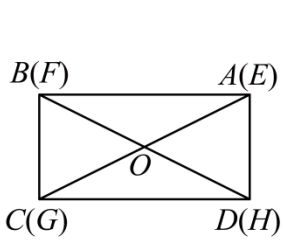


图1

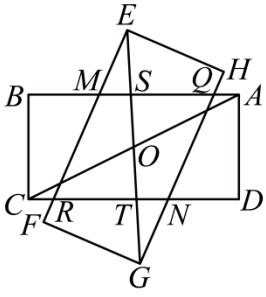
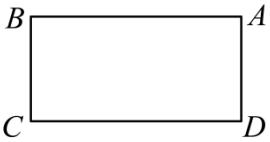


图2



备用图

(1)初步发现：在旋转过程中，对角线EG与边AB、CD分别交于点S、T，如图2，则线段OS与OT始终存在着怎样的数量关系?请说明理由；

(2)继续探究：旋转过程中，当两个矩形纸片重叠部分为四边形$QMRN$时，如图2.

①求证：四边形$QMRN$为菱形；

②随着矩形纸片$EFGH$的旋转，四边形$QMRN$的面积会发生变化，若$AD=4$，$CD=8$，请求出四边形$QMRN$的最大面积与最小面积.

答案以及解析

1.答案：D

解析：如图，过点 A 分别作 BC，CD 的垂线，垂足分别为点 E，F，则 $AE=AF$.

$\because AB//CD$，$AD//BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because AE=AF$，$S_{四边形ABCD}=BC\cdot AE=CD\cdot AF$，

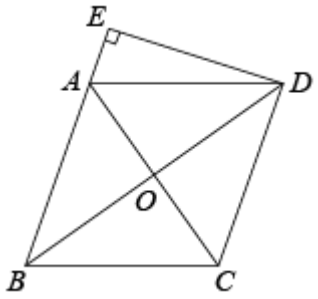
$\therefore BC=CD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

故选：D.

2.答案：D

解析：记 AC 与 BD 的交点为 O，



$\because$ 菱形 $ABCD$，$AC=6$，

$\therefore AC\perp BD$，$OA=OC=3$，$OB=OD$，

$\because AB=5$，

$\therefore OB=\sqrt{5^2-3^2}=4$，$BD=8$，

$\therefore$ 菱形的面积，

$\because DE\perp AB$，

$\therefore$ 菱形的面积$=AB\cdot DE$，

$\therefore 5DE=24$，

$\therefore DE=\dfrac{24}{5}$，

故选 D.

3.答案：C

解析：$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$\therefore AB//CD, AB=BC,$

$\therefore \angle MAO=\angle NCO, \angle AMO=\angle CNO,$

在$\triangle AMO$和$\triangle CNO$中,

$$\because \begin{cases}\angle MAO=\angle NCO \\ AM=CN \\ \angle AMO=\angle CNO\end{cases},$$

$\therefore \triangle AMO\cong\triangle CNO(ASA),$

$\therefore AO=CO,$

$\because AB=BC,$

$\therefore BO\perp AC,$

$\therefore \angle BOC=90°,$

$\because \angle DAC=32°,$

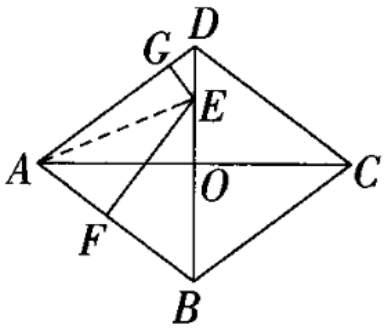
$\therefore \angle BCA=\angle DAC=32°,$

$\therefore \angle OBC=90°-32°=58°.$

故选:C.

4.答案：C

解析：连接AE，如图，



$\because$四边形$ABCD$是菱形，$AC=16$，$BD=12$，

$\therefore AC\perp BD$，$AO=\frac{1}{2}AC=8$，$OD=\frac{1}{2}BD=6$，$AD=AB$，

$\therefore AB=AD=\sqrt{AO^2+OD^2}=10$，

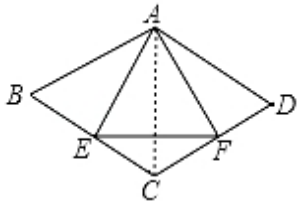
$\because S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADE}+S_{\triangle ABE}$，

$\therefore \frac{1}{2}BD\cdot AO=\frac{1}{2}AD\cdot EG+\frac{1}{2}AB\cdot EF$，

$\therefore 12\times 8=10EG+10EF$，$\therefore EF+EG=\frac{48}{5}$.故选 C.

5.答案：B

解析：连接 AC，



Q四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB = BC$，

Q $\angle B = 60°$，

$\therefore$ $\triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore AC = AB = AD = CD$，

$\therefore \angle CAD = 60°$，

$\therefore \angle BAD = 120°$，

Q E 为 BC 的中点，

$\therefore AE \perp BC$，$\angle EAC = 30°$，

$\therefore AE = \sqrt{3}$，

同理：$AF = \sqrt{3}$，

Q $AE = AF$，$\angle CAF = 30°$

$\therefore \angle EAF = 60°$，

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形，

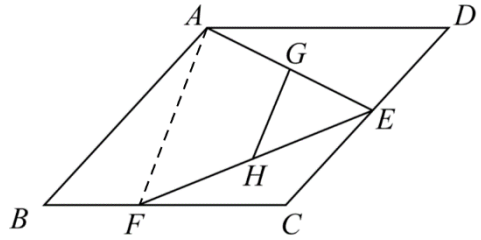
$\therefore EF = \sqrt{3}$，

$\therefore$ $\triangle AEF$ 的周长为 $3\sqrt{3}$.

故选：B.

6.答案：D

解析：连接 AF，如图所示：



Q四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB=BC=2\sqrt{3}$，

Q G，H 分别为 AE，EF 的中点，

$\therefore GH$ 是 $\triangle AEF$ 的中位线，

$\therefore GH=\frac{1}{2}AF$，

当 $AF\perp BC$ 时，AF 最小，GH 得到最小值，

则 $\angle AFB=90°$，

Q $\angle B=45°$，

$\therefore\triangle ABF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AF=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{6}$，

$\therefore GH=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

即 GH 的最小值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{6}}{2}$.

7.答案：C

解析：Q $AB=AD$，BD 的中垂线 l 交 BD 于点 O，

$\therefore$ 点 A 在直线 l 上.

即 AO 垂直平分 BD.

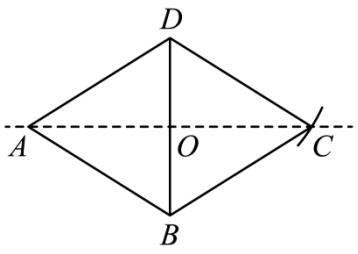
A.以 D 为圆心，DA 的长度为半径画圆弧，交直线 l 于点 C（A，C 不重合），连接 BC，CD，如图，

$\therefore DC=DA$.

Q $BD\perp AC$，

$\therefore AO=CO$，

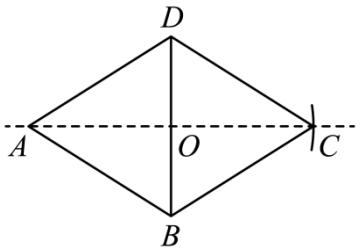
即 AC 与 BD 互相垂直平分，故四边形 $ABCD$ 是菱形.



故本选项不合题意；

B.在直线 l 上截取 $OC=OA$（A，C 不重合），连接 BC，CD，如图，

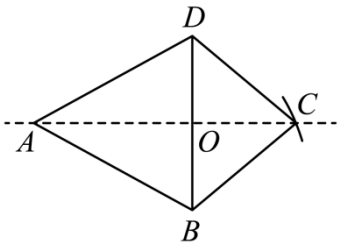
由作法知，AC 与 BD 互相垂直平分，故四边形 $ABCD$ 是菱形.



故本选项不合题意；

C.以 B 为圆心，BD 的长度为半径画圆弧，交直线 l 于点 C（在点 O 的右侧），连接 BC，CD，如图，

$\therefore BD=BC$，无法得证四边形 $ABCD$ 是菱形.



故本选项符合题意；

D.过点 D 作 AB 的平行线，交直线 l 于点 C，连接 BC，CD，如图，

$\therefore DC//AB$，

$\therefore \angle DCA=\angle BAC$.

Q $AB=AD$，$AC\perp BD$，

$\therefore \angle BAC=\angle DAC$.

$\therefore \angle DAC=\angle DCA$.

$\therefore DA=DC$.

Q AO 垂直平分 BD，

$\therefore CD=CB$，

又 $AB=AD$，

$\therefore AB=AD=CD=CB$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/626132041000011103