专题 1.15　角的平分线（巩固篇）（专项练习）

一、单选题

类型一、角平分线的性质定理及证明

1．如图，在△*ABC* 中，∠*BAC* 和∠*ABC* 的平分线相交于点 *O*，过点 *O* 作 *EF*∥*AB* 交 *BC* 于 *F*，交 *AC* 于 *E*，过点 *O* 作 *OD*⊥*BC* 于 *D*，下列四个结论：

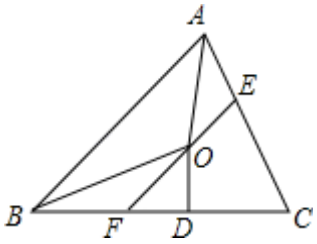
①$\angle AOB=90°+\frac{1}{2}\angle C$；

②*AE*+*BF*＝*EF*；

③当∠*C*＝90°时，*E*，*F* 分别是 *AC*，*BC* 的中点；

④若 *OD*＝*a*，*CE*+*CF*＝2*b*，则 *S*△*CEF*＝*ab*．

其中正确的是（　　）

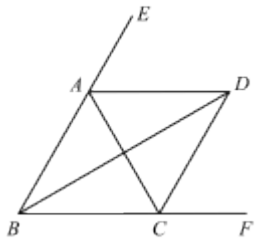


A．①②　　B．③④　　C．①②④　　D．①③④

2．如图，∠*ABC*＝∠*ACB*，*AD*、*BD*、*CD* 分别平分△*ABC* 的外角∠*EAC*、内角∠*ABC*、外角∠ACF,以下结论：

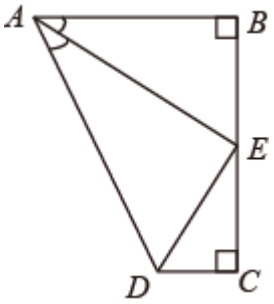
①*AD*∥*BC*；②$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BAC$；③∠*ADC*＝90°－∠*ABD*；　④*BD* 平分∠*ADC*;

其中正确的结论有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

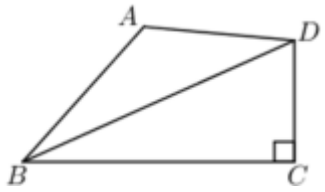
3．如图，点 *E* 是 *BC* 的中点，*AB*⊥*BC*，*DC*⊥*BC*，*AE* 平分 ∠*BAD*，下列结论:①$\angle AED=90°$ ②$\angle ADE=\angle CDE$ ③$DE=BE$ ④$AD=AB+CD$,四个结论中成立的是（　　）



A．①②④　　B．①②③　　C．②③④　　D．①③

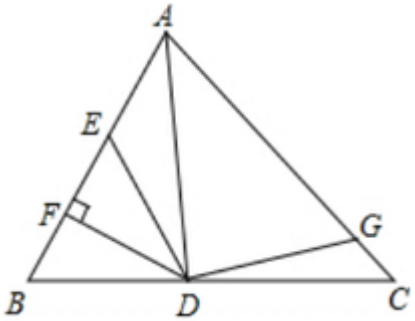
类型二、角的平分线的性质定理

4．如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，$\angle BCD=90°$，BD 平分 $\angle ABC$，$AB=6$，$BC=9$，$CD=4$，则四边形 $ABCD$ 的面积是（　　）



A．24　　B．30　　C．36　　D．42

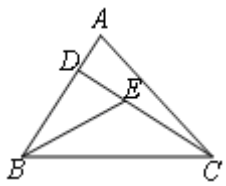
5．如图，AD 是△ABC 的角平分线，DF⊥AB，垂足为 F，DE=DG，△ADG 和△AED 的面积分别为 50 和 39，则△EDF 的面积为（　　）



A．11　　B．5.5

C．7　　D．3.5

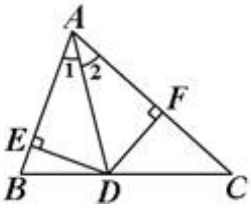
6．如图，已知在△ABC 中，CD 是 AB 边上的高线，BE 平分∠ABC，交 CD 于点 E，BC=5，DE=2，则△BCE 的面积等于（　　）



A．10　　B．7　　C．5　　D．4

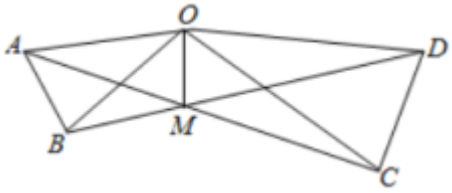
类型三、角平分线的判定定理

7．如图所示，若 DE⊥AB，DF⊥AC，则对于∠1 和∠2 的大小关系下列说法正确的是（　　）



A．一定相等　　B．一定不相等　　C．当 BD=CD 时相等 D．当 DE=DF 时相等

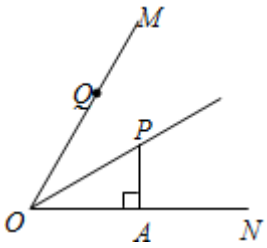
8．如图，在$\triangle AOB$和$\triangle COD$中，$OA=OB$，$OC=OD$，$OA<OC$，$\angle AOB=\angle COD=36^{\circ}$．连接$AC$、$BD$交于点$M$，连接$OM$．下列结论：



①$\angle AMB=36^{\circ}$；②$AC=BD$；③OM平分$\angle AOD$；④MO平分$\angle AMD$

其中正确的结论个数有（　　）个．A．4B．3　　C．2D．1

9．如图，OP 平分∠MON，PA⊥ON 于点 A，点 Q 是射线 OM 上的一个动点，若 PA=2，则 PQ 的最小值为（　　）

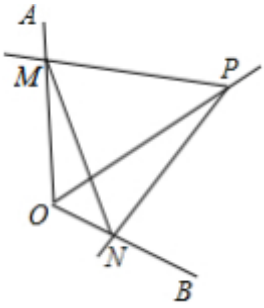


A．1　　B．2

C．3　　D．4

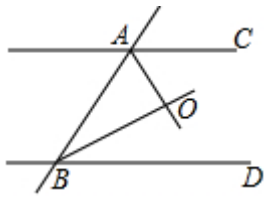
类型四、角平分线的性质的实际应用

10．如图，点 P 为定角∠AOB 的平分线上的一个定点，且∠MPN 与∠AOB 互补，若∠MPN 在绕点 P 旋转的过程中，其两边分别与 OA、OB 相交于 M、N 两点，则以下结论：（1）PM=PN 恒成立；（2）OM+ON 的值不变；（3）四边形 PMON 的面积不变；（4）MN 的长不变，其中正确的个数为（　　）



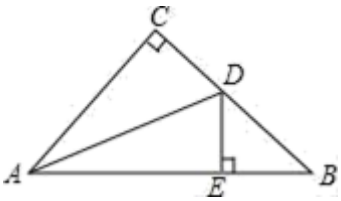
A．4　　B．3　　C．2　　D．1

11．如图，直线 AC∥BD，AO、BO 分别是∠BAC、∠ABD 的平分线，那么∠BAO 与∠ABO 之间的大小关系一定为（　）



A．互余　　B．相等　　C．互补　　D．不等

12．如图，在△ABC 中，∠C＝90°，AC＝BC，AD 平分∠CAB，交 BC 于点 D，DE⊥AB 于点 E，且 AB＝10，则△EDB 的周长是（　　）

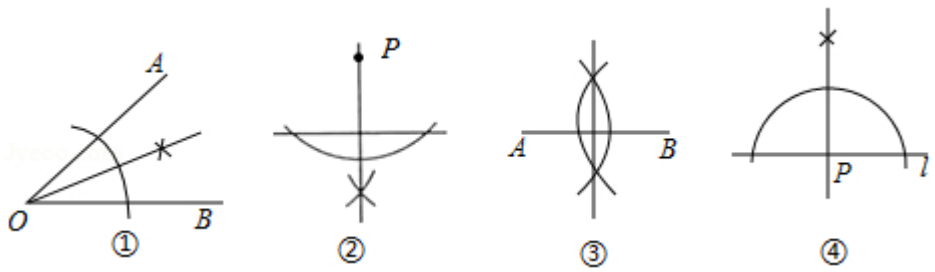


A．4　　B．6　　C．8　　D．10

类型五、作角平分线

13．尺规作图要求：I、过直线外一点作这条直线的垂线；II、作线段的垂直平分线；III、过直线上一点作这条直线的垂线；IV、作角的平分线．

如图是按上述要求排乱顺序的尺规作图：

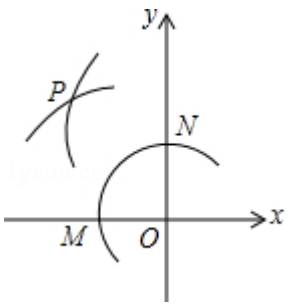


则正确的配对是（　　）

A．①－IV，②－II，③－I，④－III　　B．①－IV，②－III，③－II，④－I

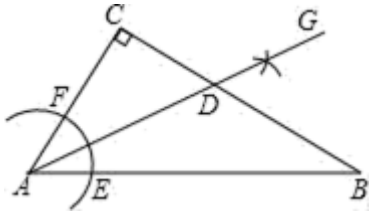
C．①﹣II，②﹣IV，③﹣III，④﹣I　　D．①﹣IV，②﹣I，③﹣II，④﹣III

14．如图，在平面直角坐标系中，以 O 为圆心，适当长为半径画弧，交 x 轴于点 M，交 y 轴于点 N，再分别以点 M、N 为圆心，大于$\frac{1}{2}$MN 的长为半径画弧，两弧在第二象限交于点 P．若点 P 的坐标为（2a，b+1），则 a 与 b 的数量关系为（　）



A．a=b　　B．2a+b=﹣1　　C．2a﹣b=1　　D．2a+b=1

15．如图，在△ABC 中，∠C＝90°，∠CAB＝50°，按以下步骤作图：①以点 A 为圆心，小于 AC 长为半径画弧，分别交 AB、AC 于点 E、F；②分别以点 E、F 为圆心，大于$\frac{1}{2}$EF 长为半径画弧，两弧相交于点 G；③作射线 AG，交 BC 边于点 D．则∠ADC 的度数为(　　)



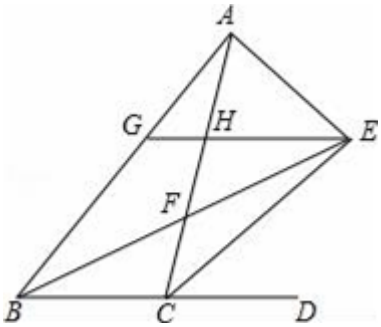
A．40°　　B．55°　　C．65°　　D．75°

二、填空题

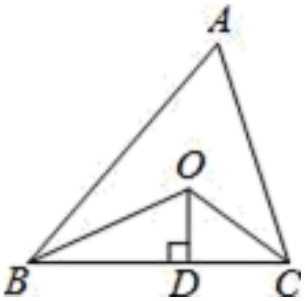
类型一、角平分线的性质定理及证明

16．如图，△ABC 的内角∠ABC 和外角∠ACD 的平分线相交于点 E，BE 交 AC 于点 F，过点 E 作 EG∥BD 交 AB 于点 G，交 AC 于点 H，连接 AE，有以下结论：

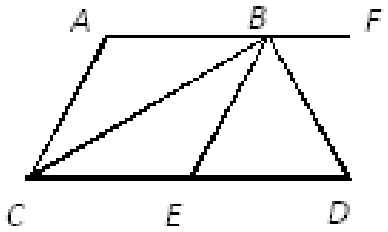
①∠BEC=$\frac{1}{2}$∠BAC；②△HEF≌△CBF；③BG=CH+GH；④∠AEB+∠ACE=90°，其中正确的结论有_____（将所有正确答案的序号填写在横线上）．



17．如图所示，已知△*ABC* 的周长是 18，*OB*，*OC* 分别平分∠*ABC* 和∠*ACB*，*OD*⊥*BC* 于 *D*，且 *OD*＝4，则△*ABC* 的面积是_____．

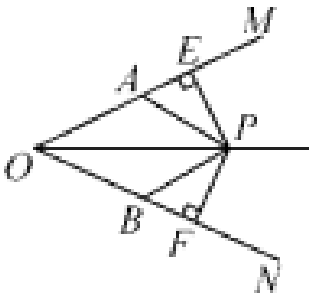


18．如图，AF∥CD，BC 平分∠ACD，BD 平分∠EBF，且 BC⊥BD，下列结论：①BC 平分∠ABE；②AC∥BE；③∠BCD+∠D = 90°；④∠DBF = 2∠ABC．　　其中正确的结论有_____．

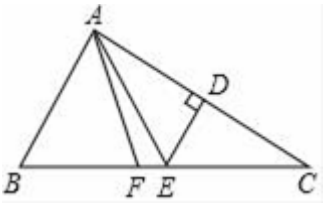


类型二、角的平分线的性质定理

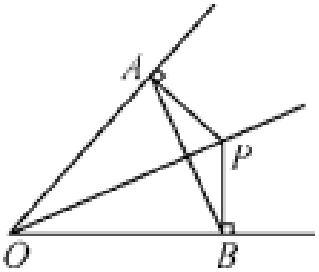
19．如图，OP 平分∠MON，PE⊥OM 于点 E，PF⊥ON 于点 F，OA＝OB，则图中有____对全等三角形．



20．如图，在△ABC 中，AF 平分∠BAC，AC 的垂直平分线交 BC 于点 E，∠B=70°，∠FAE=19°，则∠C=_____度．



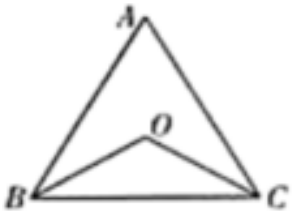
21．如图，OP 平分∠AOB，PA⊥OA，PB⊥OB，垂足分别为 A，B．下列结论中成立的有_____(填写正确的序号).



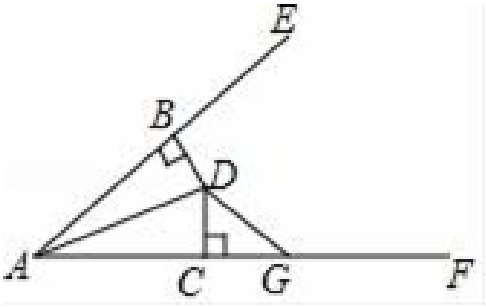
①PA=PB；②AB 垂直平分 OP；③OA=OB；④PO 平分∠APB.

类型三、角平分线的判定定理

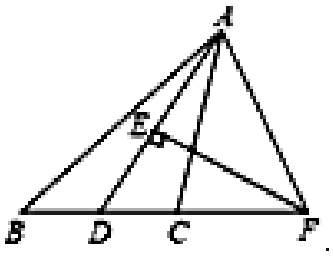
22．如图，点 O 在△ABC 内，且到三边的距离相等，若∠A=60°，则∠BOC=___.



23．如图，已知 *BD*⊥*AE* 于点 *B*，*DC*⊥*AF* 于点 *C*，且 *DB*=*DC*，∠*BAC*=40°，∠*ADG*=130°，则∠*DGF*=_____.

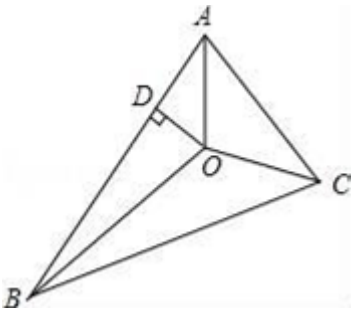


24．如图，在△ABC 中，∠ABC=45°，AD 是∠BAC 的平分线，EF 垂直平分 AD 交 BC 的延长线于 F，则∠CAF 的度数是_____.

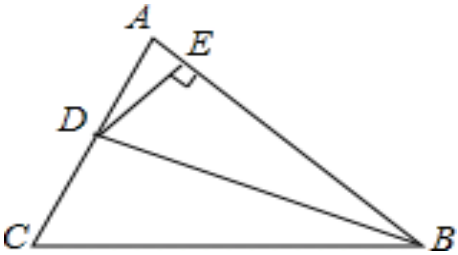


类型四、角平分线的性质的实际应用

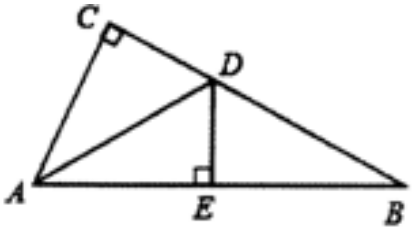
25．如图，△ABC 的三条角平分线交于 O 点，已知△ABC 的周长为 20，OD⊥AB，OD=5，则△ABC 的面积=_____.



26．如图，BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线，$DE \perp AB$ 于 E，ΔABC 的面积是 $30cm^2, AB=18cm, BC=12cm$，则 $DE=$_____.

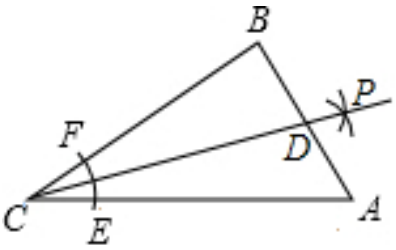


27．如图所示，在 ΔABC 中，$\angle C=90°$，AD 平分 $\angle BAC$，$DE \perp AB$ 于 E，$BC=8cm$，则 $DE+DB=$_____.

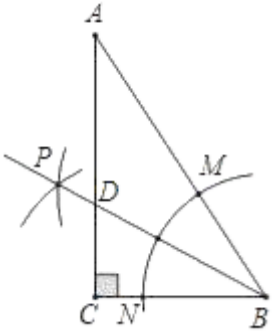


类型五、作角平分线

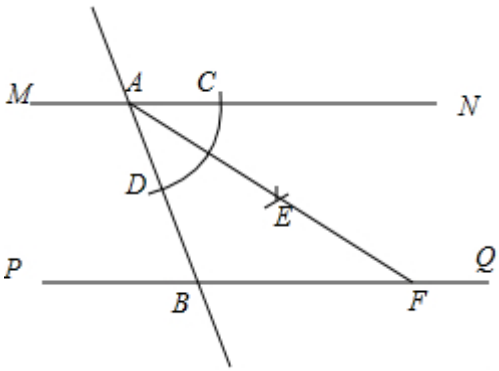
28．如图，在 Rt△ABC 中，∠B=90°，以顶点 C 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AC，BC 于点 E，F，再分别以点 E，F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}$EF 的长为半径画弧，两弧交于点 P，作射线 CP 交 AB 于点 D．若 BD=3，AC=10，则△ACD 的面积是_____.



29．如图，在$Rt\Delta ABC$中，$\angle C=90^0$，以顶点B为圆心，适当长度为半径画弧，分别交AB,BC于点M,N，再分别以点M,N为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$的长为半径画弧，两弧交于点P，作射线BP交AC于点D．若$\angle A=30^{\circ}$，则$\frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta ABD}}=$_____.

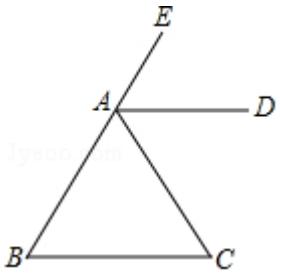


30．如图，直线 MN∥PQ，直线 AB 分别与 MN，PQ 相交于点 A，B．小宇同学利用尺规按以下步骤作图：①以点 A 为圆心，以任意长为半径作弧交 AN 于点 C，交 AB 于点 D；②分别以 C，D 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$CD 长为半径作弧，两弧在∠NAB 内交于点 E；③作射线 AE 交 PQ 于点 F．若 AB=2，∠ABP=60°，则线段 AF 的长为_____.



三、解答题

31．如图，AD 平分∠EAC，若∠C=55°，∠EAC=110°，AD 与 BC 平行吗？为什么？请根据解答过程填空（理由或数学式）



解：AD∥BC．理由：

∵AD 平分∠EAC（已知）

∴∠DAC=$\frac{1}{2}$∠EAC（　　）

∵∠EAC=110°（已知）

∴∠DAC=$\frac{1}{2}$∠EAC=_____°

∵∠C=55°（已知）

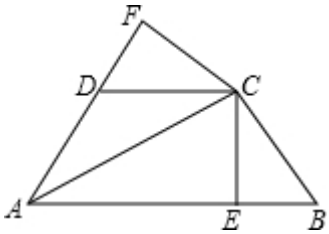
∴∠C=∠_____

∴AD∥BC（　　）

32．如图，已知 AC 平分∠BAD，CE⊥AB 于 E，CF⊥AD 于 F，且 BC=CD．

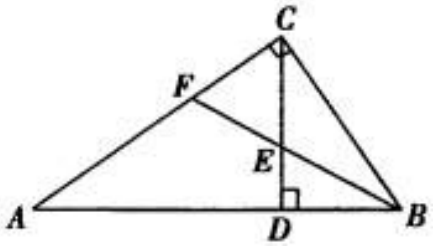
（1）求证：△BCE≌△DCF；

（2）求证：AB+AD=2AE.



33．如图,已知 ΔABC 中,∠ACB=90°,CD⊥AB 于 D,BF 平分∠ABC 交 CD 于 E,交 AC 于 F.

求证：CE=CF．

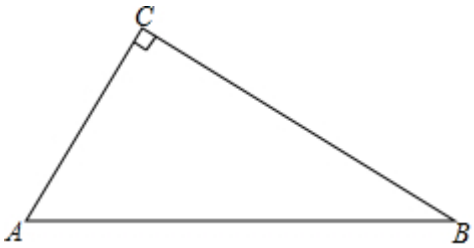


34．如图，在Rt△ABC中．

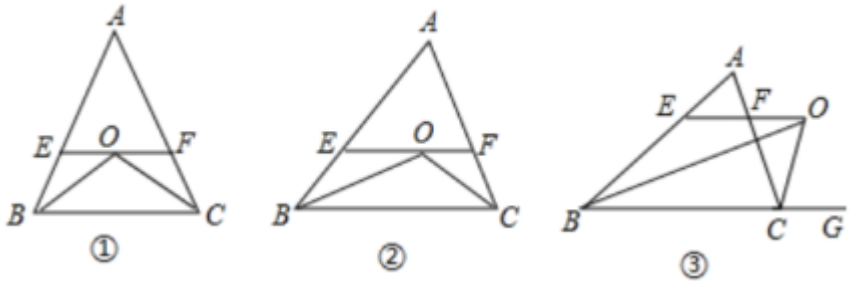
(1)利用尺规作图，在BC边上求作一点P，使得点P到AB的距离(PD的长)等于PC的长；

(2)利用尺规作图，作出(1)中的线段PD．

(要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹，并把作图痕迹用黑色签字笔描黑)



35．如图①，△ABC中，$AB=AC$，$\angle B$、$\angle C$的平分线交于O点，过O点作$EF\parallel BC$交AB、AC于E、F.



(1)图①中有几个等腰三角形?猜想:EF与BE、CF之间有怎样的关系.

(2)如图②,若$AB\neq AC$，其他条件不变，图中还有等腰三角形吗?如果有，分别指出它们.在第(1)问中EF与BE、CF间的关系还存在吗?

(3)如图③，若△ABC中$\angle B$的平分线BO与三角形外角平分线CO交于O，过O点作$OE\parallel BC$交AB于E，交AC于F.这时图中还有等腰三角形吗?EF与BE、CF关系又如何?说明你的理由.

参考答案

1．C

【解析】

【分析】

根据角平分线的定义和三角形内角和定理判断①；根据角平分线的定义和平行线的性质判断②；根据三角形三边关系判断③；根据角平分线的性质判断④.

【详解】

∵∠*BAC* 和∠*ABC* 的平分线相交于点 *O*，

∴$\angle OBA=\frac{1}{2}\angle CBA$，$\angle OAB=\frac{1}{2}\angle CAB$，

∴∠*AOB*＝180°－∠*OBA*－∠*OAB*

＝180°－$\frac{1}{2}$∠*CBA*－$\frac{1}{2}$∠*CAB*

＝180°－$\frac{1}{2}$（180°－∠*C*）

＝90°+$\frac{1}{2}$∠*C*，①正确；

∵*EF*∥*AB*，

∴∠*FOB*＝∠*ABO*，又∠*ABO*＝∠*FBO*，

∴∠*FOB*＝∠*FBO*，

∴*FO*＝*FB*，

同理 *EO*＝*EA*，

∴*AE*+*BF*＝*EF*，②正确；

当∠*C*＝90°时，*AE*+*BF*＝*EF*＜*CF*+*CE*，

∴*E*，*F* 不是 *AC*，*BC* 的中点，③错误；

作 *OH*⊥*AC* 于 *H*，

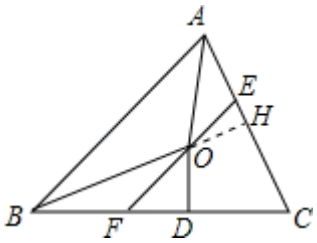
∵∠*BAC* 和∠*ABC* 的平分线相交于点 *O*，

∴点 *O* 在∠*C* 的平分线上，

∴*OD*＝*OH*，

∴$S_{\triangle CEF}=\frac{1}{2}\times CF\times OD+\frac{1}{2}\times CE\times OH=ab$，④正确.

故选 *C*.



【点拨】本题考查角平分线的性质，平行线的性质，等腰三角形的判定与性质.熟练掌握定理，并能灵活运用是解决此题的关键.

2．C

【解析】

【分析】

根据角平分线定义得出∠ABC=2∠ABD=2∠DBC，∠EAC=2∠EAD，∠ACF=2∠DCF，根据三角形的内角和定理得出∠BAC+∠ABC+∠ACB=180°，根据三角形外角性质得出∠ACF=∠ABC+∠BAC，∠EAC=∠ABC+∠ACB，根据已知结论逐步推理，即可判断各项.

【详解】

解：∵AD 平分∠EAC，

∴∠EAC=2∠EAD，

∵∠EAC=∠ABC+∠ACB，∠ABC=∠ACB，

∴∠EAD=∠ABC，

∴AD∥BC，

∴①正确；

∵∠ACF=2∠DCF，∠ACF=∠BAC+∠ABC，∠ABC=2∠DBC，∠DCF=∠DBC+∠BDC，

∴∠BAC=2∠BDC，

$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BAC$,

∴②正确；

在△ADC 中，∠ADC+∠CAD+∠ACD=180°，

∵CD 平分△ABC 的外角∠ACF，

∴∠ACD=∠DCF，

∵AD∥BC，

∴∠ADC=∠DCF，∠ADB=∠DBC，∠CAD=∠ACB

∴∠ACD=∠ADC，∠CAD=∠ACB=∠ABC=2∠ABD，

∴∠ADC+∠CAD+∠ACD=∠ADC+2∠ABD+∠ADC=2∠ADC+2∠ABD=180°，

∴∠ADC+∠ABD=90°

∴∠ADC=90°-∠ABD，

故③正确；

∵BD 平分∠ABC，

∴∠ABD=∠DBC，

∵∠ADB=∠DBC，∠ADC=90°-$\frac{1}{2}$∠ABC，

∴∠ADB 不等于∠CDB，

∴④不正确；

即正确的有 3 个，

故选 C.

【点拨】本题考查了三角形外角性质，角平分线定义，平行线的判定，三角形内角和定理的应用，主要考察学生的推理能力，有一定的难度.

3．A

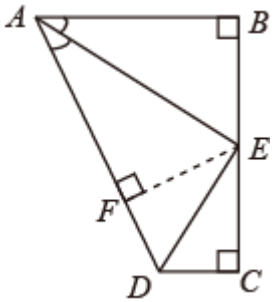
【解析】

【分析】

过 E 作 $EF\perp AD$ 于 F，易证得 $Rt\triangle AEF\cong Rt\triangle AEB$，得到 $BE=EF$，$AB=AF$，$\angle AEF=\angle AEB$；而点 E 是 BC 的中点，得到 $EC=EF=BE$，则可证得 $Rt\triangle EFD\cong Rt\triangle ECD$，得到 $DC=DF$，$\angle FDE=\angle CDE$，也可得到 $AD=AF+FD=AB+DC$，$\angle AED=\angle AEF+\angle FED=\frac{1}{2}\angle BEC=90°$，即可判断出正确的结论.

【详解】

解：过 E 作 $EF\perp AD$ 于 F，如图，



∵$AB\perp BC$，AE 平分$\angle BAD$，

∴$BE=EF$，$AE=AE$，

∴$Rt\triangle AEF\cong Rt\triangle AEB(HL)$

∴$AB=AF$，$\angle AEF=\angle AEB$；

而点 E 是 BC 的中点，

∴$EC=EF=BE$，所以③错误；

∵$EC=EF$，$ED=ED$，

∴$Rt\triangle EFD\cong Rt\triangle ECD$，

∴$DC=DF$，$\angle FDE=\angle CDE$，所以②正确；

∴$AD=AF+FD=AB+DC$，所以④正确；

∴$\angle AED=\angle AEF+\angle FED=\frac{1}{2}\angle BEC=90°$，所以①正确，

综上：①②④正确，

故选：A.

【点拨】本题考查了角平分线的性质：角平分线上的点到角的两边的距离相等，也考查了三角形全等的判定与性质.

4．B

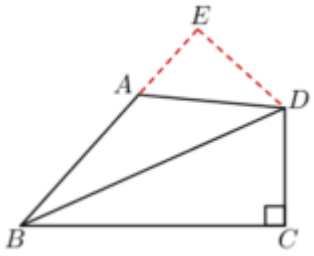
【解析】

【分析】

过 D 作 DE⊥AB 交 BA 的延长线于 E，根据角平分线的性质得到 DE=CD=4，根据三角形的面积公式即可得到结论.

【详解】

如图，过 D 作 DE⊥AB 交 BA 的延长线于 E，



∵BD 平分∠ABC，∠BCD=90°，

∴DE=CD=4，

∴四边形 $ABCD$ 的面积$=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}AB\cdot DE+\frac{1}{2}BC\cdot CD=\frac{1}{2}\times 6\times 4+\frac{1}{2}\times 9\times 4=30$

故选 B.

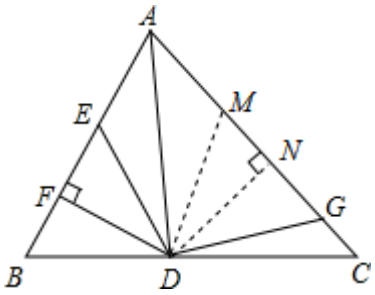
【点拨】本题考查了角平分线的性质，三角形的面积的计算，正确的作出辅助线是解题的关键.

5．B

【解析】

【详解】

作 DM=DE 交 AC 于 M，作 DN⊥AC，



∵DE=DG，

∴DM=DE，

∵AD 是△ABC 的角平分线，DF⊥AB，

∴DE=DN，

∴△DEF≌△DNM，

∵△ADG 和△AED 的面积分别为 50 和 39，

∴$S_{△MDG}=S_{△ADG}-S_{△AMG}=590-39=11$，

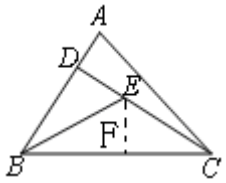
$S_{△DNM}=S_{△DEF}=\frac{1}{2}S_{△MDG}=\frac{1}{2}\times11=5.5$

6．C

【解析】

【详解】

试题分析：如图，过点 E 作 EF⊥BC 交 BC 于点 F,根据角平分线的性质可得 DE=EF=2,所以△BCE 的面积等于 $\frac{1}{2}\times BC\times EF=\frac{1}{2}\times5\times2=5$,故答案选 C.



考点：角平分线的性质；三角形的面积公式.

7．D

【解析】

【分析】

已知有点到∠BAC 的两边的距离，根据角平分线性质的逆定理：到角的两边距离相等的点在角的平分线上，要满足∠1=∠2，须有 DE=DF，于是答案可得.

【详解】

根据到角的两边距离相等的点在角的平分线上，

故选 D.

【点拨】此题主要考查角平分线性质的逆定理：到角的两边距离相等的点在角的平分线上；做题时要明确题目中有什么条件，要达到什么目的.

8．B

【解析】

【分析】

由 SAS 证明△AOC≌△BOD，得到∠OAC＝∠OBD，由三角形的外角性质得：∠AMB＋∠OBD＝∠AOB＋∠OAC，得出∠AMB＝∠AOB＝36°，①正确；

根据全等三角形的性质得出∠OCA＝∠ODB，AC＝BD，②正确；

作 OG⊥AC 于 G，OH⊥BD 于 H，如图所示：则∠OGC＝∠OHD＝90°，由 AAS 证明△OCG≌△ODH（AAS），得出 OG＝OH，由角平分线的判定方法得出 MO 平分 $\angle AMD$，④正确；

由∠AOB＝∠COD，得出当∠DOM＝∠AOM 时，OM 才平分∠BOC，假设∠DOM＝∠AOM，由△AOC≌△BOD 得出∠COM＝∠BOM，由 MO 平分∠BMC 得出∠CMO＝∠BMO，推出△COM≌△BOM，得 OB＝OC，而 OA＝OB，所以 OA＝OC，而 $OA<OC$，故③错误；即可得出结论.

【详解】

∵∠AOB＝∠COD＝36°，

∴∠AOB＋∠BOC＝∠COD＋∠BOC，

即∠AOC＝∠BOD，

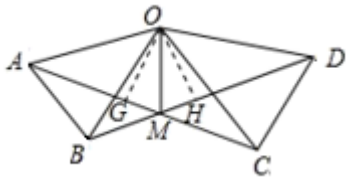
在△AOC 和△BOD 中，

$$\begin{cases} OA=OB \\ \angle AOC=\angle BOD \\ OC=OD \end{cases},$$

∴△AOC≌△BOD（SAS），

∴∠OCA＝∠ODB，AC＝BD，②正确；

∴∠OAC＝∠OBD，



由三角形的外角性质得：∠AMB＋∠OBD＝∠AOB＋∠OAC，

∴∠AMB＝∠AOB＝36°，②正确；

作 OG⊥AC 于 G，OH⊥BD 于 H，如图所示：

则∠OGC＝∠OHD＝90°，

在△OCG 和△ODH 中，

$$\begin{cases}\angle OCA=\angle ODB\\ \angle OGC=\angle OHD\\ OC=OD\end{cases},$$

∴△OCG≌△ODH（AAS），

∴OG＝OH，

∴MO 平分$\angle AMD$，④正确；

∵∠AOB＝∠COD，

∴当∠DOM＝∠AOM 时，OM 才平分∠BOC，

假设∠DOM＝∠AOM

∵△AOC≌△BOD，

∴∠COM＝∠BOM，

∵MO 平分∠BMC，

∴∠CMO＝∠BMO，

在△COM 和△BOM 中，

$$\begin{cases}\angle COM=\angle BOM\\ OM=OM\\ \angle CMO=\angle BMO\end{cases},$$

∴△COM≌△BOM（ASA），

∴OB＝OC，

∵OA＝OB

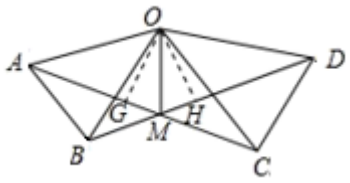
∴OA＝OC

与$OA<OC$矛盾，

∴③错误；

正确的有①②④；

故选 B．



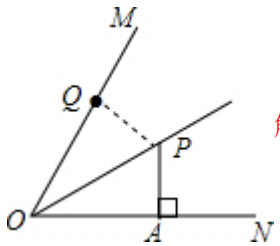
【点拨】本题考查了全等三角形的判定与性质、三角形的外角性质、角平分线的判定等知识，证明三角形全等是解题的关键．

9．B

【解析】

【详解】

分析：根据题意点 Q 是射线 OM 上的一个动点，要求 PQ 的最小值，需要找出满足题意的点 Q，根据直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短，所以我们过点 P 作 PQ 垂直 OM，此时的 PQ 最短，然后根据角平分线上的点到角两边的距离相等可得 PA=PQ，利用已知的 PA 的值即可求出 PQ 的最小值．

解答：

解：过点 P 作 PQ⊥OM，垂足为 Q，则 PQ 为最短距离，

∵OP 平分∠MON，PA⊥ON，PQ⊥OM，

∴PA=PQ=2，

故选 B．

10．B

【解析】

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/627136166044006062