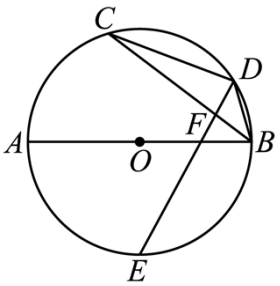
专题 圆的证明与计算

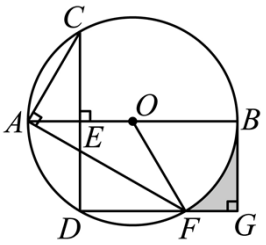
1．如图，AB是$\odot O$的直径，点C、D在$\odot O$上，BC平分$\angle ABD$，E是弧AB的中点，连接DE交BC于F.



(1)求证：$CD = CF$；

(2)若$BF = 2$，$EF = 5\sqrt{2}$，求CF的长.

2．如图，AB为$\odot O$的直径，弦$CD \perp AB$于 E，连接AC，过 A 作$AF \perp AC$，交$\odot O$于点 F，连接DF，过 B 作$BG \perp DF$，交DF的延长线于点 G.

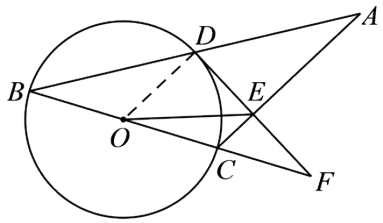


(1)求证：BG是$\odot O$的切线；

(2)若$\angle DFA = 30°$，$DF = 4$，求阴影部分的面积.

3．如图，在$\triangle ABC$中$AC = BC$，以BC为直径的$\odot O$交AB于点 D，过点 D 作$DE \perp AC$于点 E，

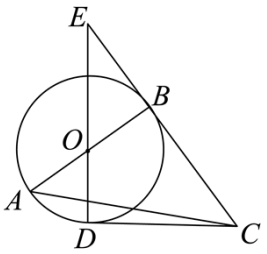
交BC的延长线于点 F.



(1)求证：DF是⊙O的切线；

(2)若点 E是DF的中点，求$\frac{OE}{AB}$的值.

4．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=90°$，以AB为直径作 $\odot O$，点D为 $\odot O$上一点，且$CD=CB$，连接DO并延长交CB的延长线于点E.

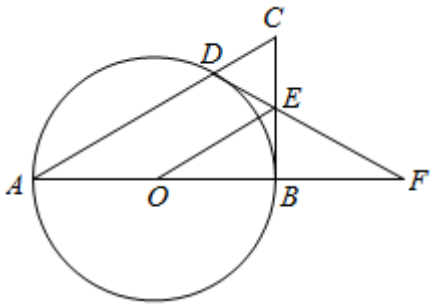


(1)判断直线CD与 $\odot O$的位置关系，并说明理由；

(2)若$BE=4$，$\angle A=45°$，求AC的长.

5．已知在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=90°$，以AB为直径的 $\odot O$交于AC点 D，过圆心 O作AC的平行

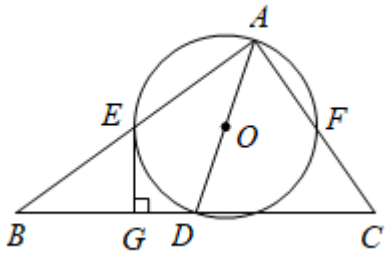
经OE，交BC于点 E，连接DE并延长交AB的延长线于点 F.



(1)求证：DF是$\odot O$的切线；

(2)若$BF=4,DF=6$，求DE.

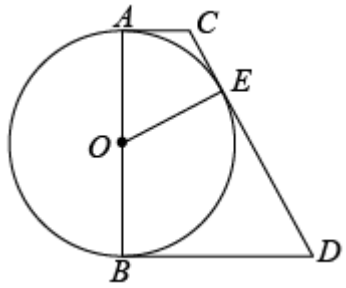
6．如图，Rt△ABC 中，$\angle BAC=90°$，点 D为斜边BC的中点，以AD为直径作$\odot O$，分别与边AB、AC交于点 E、F，过点 E作$EG\perp BC$，垂足为 G.



(1)求证：EG是$\odot O$的切线；

(2)已知$\odot O$的半径为 6，若$AF=8$，求 BE的长.

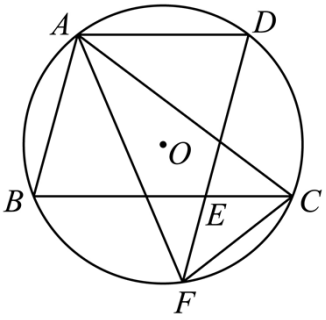
7．如图，已知AB为$\odot O$的直径，CA，CE分别与$\odot O$相切于点A，E，点 D是CE延长线上一点，连接DB，且$DB=DE$.



(1)证明：BD是$\odot O$的切线；

(2)若$AB=6$，$AC=x$，$BD=y$，求y关于x的函数解析式.

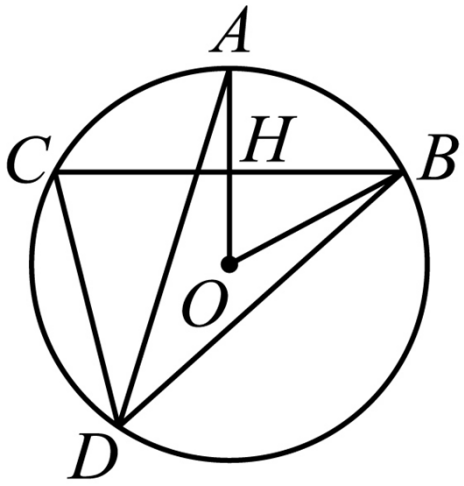
8．如图，$\triangle ABC$内接于$\odot O$，$AD \parallel BC$交$\odot O$于点D，$DF \parallel AB$交BC于点E，交$\odot O$于点F，连接AF,CF.



(1)求证：$AC=AF$；

(2)若$\odot O$的半径为3，$\angle CAF=30°$，求$\overset{\frown}{AC}$的长（结果保留π）.

9．如图，A，B，C，D是$\odot O$上的点，$OA \perp BC$于点H.



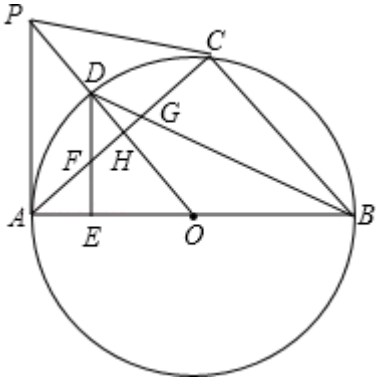
(1)求证：$\angle AOB = 2\angle ADC$；

(2)若 H 为 OA 的中点，且 $DC + DB = 2\sqrt{3}$，求 AD 的长.

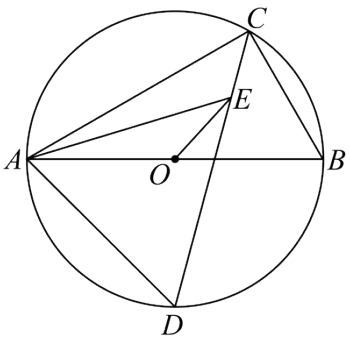
10．AB 为⊙O 的直径，PA 为⊙O 的切线，$BC \parallel OP$ 交⊙O 于 C，PO 交⊙O 于 D，

（1）求证：PC 为⊙O 的切线；

（2）过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E，交 AC 于 F，PO 交 AC 于 H，BD 交 AC 于 G，$DF=FG$，$DF=5$，$CG=6$，求⊙O 的半径.



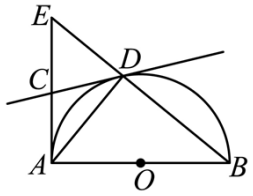
11.如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 E 是 $\triangle ABC$ 的内心，CE 的延长线交 $\odot O$ 于点 D，连接 AD，AE.



(1)求证：$AD=ED$；

(2)连接OE，若$\angle AOE=135°$，求$\dfrac{BC}{AB}$的值.

12．如图，AB是半圆O的直径，AE是半圆O的切线（即圆O的切线）．连接EB，交半圆于点D，连接AD．过点D作直线CD，且$\angle EDC=\angle DAB$．



(1)求证：直线CD是半圆O的切线；

(2)求证：点C是线段AE的中点；

(3)若$AB=10$，$BD=8$，求线段CE的长.

参考答案：

1．(1)见解析

(2)6

【详解】（1）解：连接CE，BE，如图所示：

$\because BC$平分$\angle ABD$，

$\therefore \angle ABC = \angle CBD$，

$\therefore \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AC}$，

$\because E$是弧AB的中点，

$\therefore \angle ABE = \angle ECB$，

$\therefore \angle CBA + \angle ABE = \angle CBE$，

$\because \angle CDE$与$\angle CBE$所对均为$\overset{\frown}{AC}$，

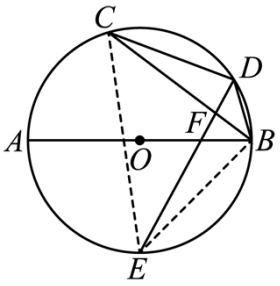
$\therefore \angle CDE = \angle CBE$，

$\because \angle CFD = \angle FCE + \angle FEC$，$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{BE}$，

$\therefore \angle FCE + \angle FEC = \angle CBE$，

$\therefore \angle CFD = \angle CBE = \angle CDF$，

$\therefore CD = CF$；



（2）连接AC，AE，如图所示：

由（1）知$\angle CFD = \angle EFB$，$\angle CDF = \angle FBE$，

$\therefore \angle EFB = \angle EBF$，

$\therefore EF = EB$，

$\because EF = 5\sqrt{2}$，E是弧AB的中点，

$\therefore EF = BE = AE = 5\sqrt{2}$，

$\because AB$为直径，

$\therefore \angle AEB = 90°$，$\angle ACB = 90°$，

$\therefore AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 10$，

由（1）得$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{AC}$

$\therefore CD=AC$，

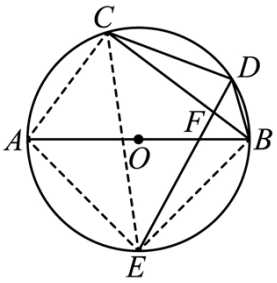
$\therefore CD=CF=AC$，

设$CF=AC=x$，则$BC=x+2$，

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$，即$x^2+(x+2)^2=10^2$，

解得：$x=6$（负根舍去），

$\therefore CF=6$.



2．(1)见解析

(2)$6\sqrt{3}-\frac{8}{3}\pi$

【详解】（1）证明：∵C，A，D，F在⊙O上，$AF\perp AC$，

$\therefore\angle D=\angle CAF=90°$，

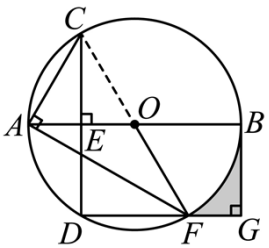
∵$AB\perp CD$，$BG\perp DF$，

$\therefore\angle BED=\angle G=90°$，∴四边形$BEDG$中，$\angle ABG=90°$，

∴半径$OB\perp BG$，

∴BG是⊙O的切线；

（2）解：连接CF，



∵$\angle CAF=90°$，

∴CF是⊙O的直径，

$\therefore OC=OF$，

∵直径$AB\perp CD$于E，

$\therefore CE = DE$，

$\therefore OE$是$\triangle CDF$的中位线，

$\therefore OE = \frac{1}{2}DF = 2$，

$\because \angle AFD = 30°$，

$\therefore \angle ACD = \angle AFD = 30°$，

$\therefore \angle CAE = 90° - \angle ACE = 60°$，

$\because OA = OC$，

$\therefore \triangle AOC$是等边三角形，

$\because CE \perp AB$，

$\therefore E$为AO的中点，

$\therefore OA = 2OE = 4$，$OB = 4$，$AE = 2$，

$\therefore BE = OB + OE = 6$，$DE = CE = 2\sqrt{3}$，

$\because \angle BED = \angle D = \angle G = 90°$，

$\therefore$四边形$BEDG$是矩形，

$\therefore S_{阴影} = S_{矩形BEDG} - S_{梯形OEDF} - S_{扇形BOF}$

$$= 6 \times 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} \times (2+4) \times 2\sqrt{3} - \frac{60\pi \cdot 4^2}{360}$$

$= 6\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi$.

3．(1)见解析；

(2)$\frac{OE}{AB} = \frac{\sqrt{21}}{12}$.

【详解】（1）证明：连接CD，连接OD，

$\because BC$为$\odot O$的直径，

$\therefore CD \perp AB$.

$\because AC = BC$，

$\therefore AD = BD$.

$\because AD = BD$，$OB = OC$，

$\therefore OD$是$\triangle BCA$的中位线，

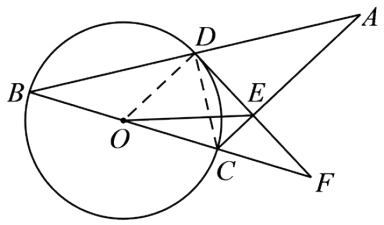
$\therefore OD \parallel AC$.

∵$DE \perp AC$，

∴$DF \perp OD$.

∵OD为半径，

∴DF是⊙O的切线.



（2）解：由（1）知$OD \parallel AC$，

∵点E是DF的中点，

∴$DE = EF$，

∵$OD \parallel AC$，

∴$\frac{DE}{EF} = \frac{OC}{CF}$，

∴$OC = CF$，即：点C为OF的中点，

∴$CD = \frac{1}{2}OF = OC$，则$OD = OC = CD$，

∴△OCD为等边三角形，

∴$\angle DOF = 60°$，则$\angle F = 30°$，

设⊙O的半径为a，

则：$OD = OB = OC = CF = a$，

∴$\angle B = \frac{1}{2}\angle DOC = 30°$，$BC = 2a$，$OF = 2a$，

由勾股定理可得：$BD = \sqrt{3}a$，$DF = \sqrt{3}a$，

∴$DE = \frac{1}{2}DF = \frac{\sqrt{3}}{2}a$，$AB = 2BD = 2\sqrt{3}a$

∴$OE = \sqrt{OD^2 + DE^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}a$，

∴$\frac{OE}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{2}a}{2\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{21}}{12}$，

即：$\frac{OE}{AB} = \frac{\sqrt{21}}{12}$.

4．(1)直线CD与⊙O相切，理由见详解

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/627152041116010011