

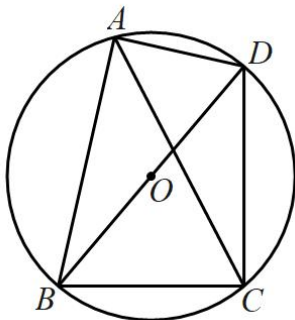
山东省青岛市黄岛区青岛西海岸新区育才初级中学

2023-2024 学年九年级上学期期末数学试题

学校: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 考号: \_\_\_\_\_

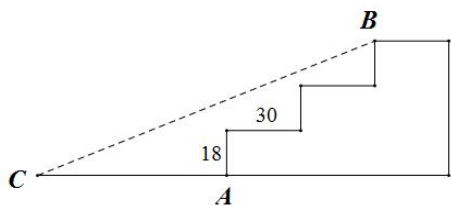
一、单选题

1. 已知  $\frac{a}{5} = \frac{b}{3}$ , 那么下列式子中一定成立的是 ( )
- A.  $3a = 5b$       B.  $5a = 3b$       C.  $a = 5b$       D.  $ab = 15$
2. 在同一时刻的阳光下, 甲的影子比乙的影子长, 那么在同一路灯下 ( )
- A. 甲的影子比乙的长      B. 甲的影子比乙的影子短
- C. 甲的影子和乙的影子一样长      D. 无法判断
3. 班级元旦晚会上, 主持人给大家带来了一个有奖竞猜题, 他在一个不透明的袋子中放了若干个形状大小完全相同的白球, 想请大家想办法估计出袋中白球的个数, 数学课代表小明是这样来估计的: 他先往袋中放入 10 个形状大小与白球相同的红球, 混匀后再从袋子中随机摸出 20 个球, 发现其中有 4 个红球. 如果设袋中有白球  $x$  个, 根据小明的方法用来估计袋中白球个数的方程是 ( )
- A.  $\frac{10}{x} = \frac{4}{20}$       B.  $\frac{10}{x} = \frac{1}{20}$       C.  $\frac{x}{10} = \frac{1}{4}$       D.  $\frac{10}{x+10} = \frac{4}{20}$
4. 已知  $A(-2, a), B(-1, b), C(3, c)$  都在反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象上, 则  $a, b, c$  的关系是 ( )
- A.  $a < b < c$       B.  $b < a < c$       C.  $c < b < a$       D.  $c < a < b$
5. 某校八年级组织一次篮球赛, 各班均组队参赛, 赛制为单循环形式 (每两班之间都赛一场), 共需安排 15 场比赛, 则八年级班级的个数为 ( )
- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8
6. 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $AC, BD$  为对角线,  $BD$  经过圆心  $O$ . 若  $\angle BAC = 40^\circ$ , 则  $\angle DBC$  的度数为 ( )



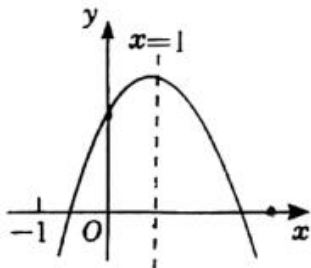
- A.  $40^\circ$       B.  $50^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $70^\circ$

7. 如图, 某公园入口处原有三级台阶, 每级台阶高为18cm, 深为30cm, 为方便残疾人士, 拟将台阶改为斜坡, 设台阶的起点为A, 斜坡的起始点为C, 现设计斜坡BC的坡度*i*=1:5, 则AC的长度是 ( ) cm.



- A. 210                      B. 120                      C. 504                      D. 60

8. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图像如图所示, 有下列 5 个结论: ①  $abc > 0$ ; ②  $9a + 3b + c < 0$ ; ③  $b^2 < 4ac$ ; ④  $2c < 3b$ ; ⑤  $a + b > m(am + b)$  ( $m \neq 1$ ). 其中正确的结论有 ( )

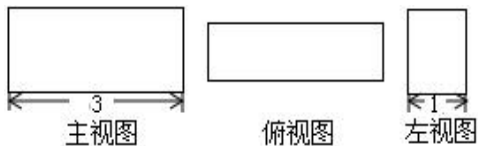


- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

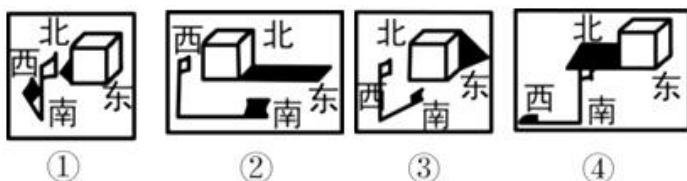
二、填空题

9. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  均为锐角, 且满足  $|\sin \alpha - \frac{1}{2}| + \sqrt{(\tan \beta - 1)^2} = 0$ , 则  $\alpha + \beta =$  \_\_\_\_\_.

10. 如图所示是一个几何体的三视图, 若这个几何体的体积是 6, 则它的表面积是\_\_\_\_\_.

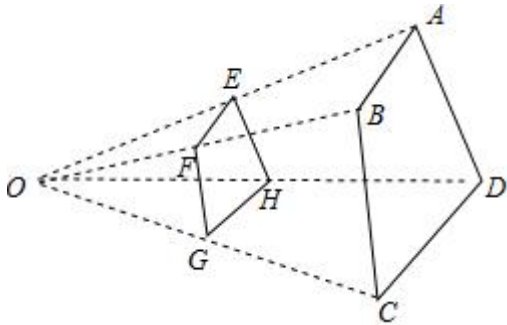


11. 如图是一幢建筑物和一根旗杆在一天中四个不同时刻的影子. 将四幅图按先后顺序排列应为\_\_\_\_\_.

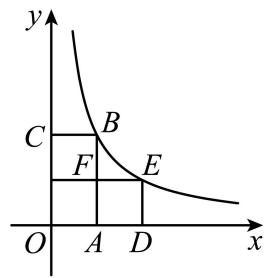


12. 如图, 四边形  $ABCD$  与四边形  $EFGH$  位似, 其位似中心为点  $O$ , 且  $\frac{OE}{EA} = \frac{4}{3}$ , 则

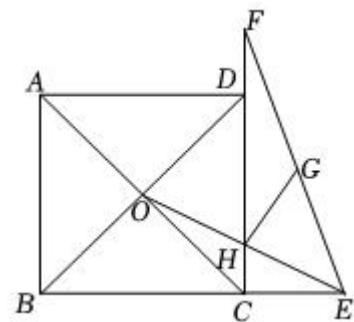
$$\frac{FG}{BC} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



13. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形  $OABC$  是矩形, 四边形  $ADEF$  是正方形, 点  $A, D$  在  $x$  轴的正半轴上, 点  $C$  在  $y$  轴的正半轴上, 点  $F$  在  $AB$  上, 点  $B, E$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$  的图象上, 若正方形  $ADEF$  的面积为 4, 且  $BF = AF$ , 则  $k$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

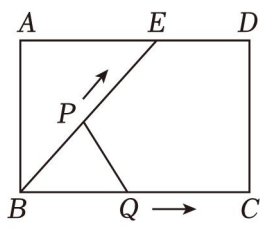


14. 如图, 在正方形  $ABCD$  的边长为 6, 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 点  $E, F$  分别在  $BC, CD$  的延长线上, 且  $CE=3, DF=2, G$  为  $EF$  的中点, 连接  $OE$ , 交  $CD$  于点  $H$ , 连接  $GH$ , 则  $GH$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

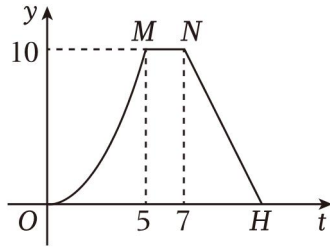


15. 如图 (1) 所示,  $E$  为矩形  $ABCD$  的边  $AD$  上一点, 动点  $P, Q$  同时从点  $B$  出发, 点  $P$  沿折线  $BE-ED-DC$  运动到点  $C$  时停止, 点  $Q$  沿  $BC$  运动到点  $C$  时停止, 它们运动的速度都是  $1\text{cm}/\text{秒}$ . 设  $P, Q$  同发  $t$  秒时,  $\triangle BPQ$  的面积为  $y\text{cm}^2$ . 已知  $y$  与  $t$  的函数关系图象如图 (2) (曲线  $OM$  为抛物线的一部分), 则下列结论: ①  $AD = BE = 5$ ;

②  $\cos \angle ABE = \frac{3}{5}$ ; ③ 当  $0 < t \leq 5$  时,  $y = \frac{4}{5}t^2$ ; ④ 当  $t = \frac{29}{4}$  秒时,  $\triangle ABE \sim \triangle QBP$ ; 其中正确的结论是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



图(1)



图(2)

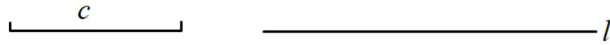
### 三、解答题

16. 用圆规、直尺作图，不写作法，但要保留作图痕迹.

已知：线段  $c$ ，直线  $l$  及  $l$  外一点  $A$ .

求作：矩形  $ABCD$ ，使边  $BC$  在直线  $l$  上，对角线  $AC = c$ .

$A$

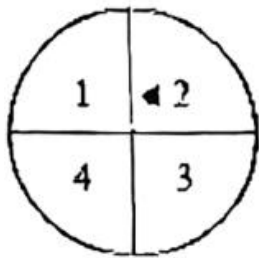


17. 计算：

(1)  $2x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0$  (配方法);

(2)  $3(x-2)^2 = x^2 - 4$  (用适当方法).

18. 小明和小亮用图中的转盘做游戏：分别转动转盘两次，两次数字之差（大数减小数）等于 2，小明胜；若两次数字之差（大数减小数）等于 1，则小亮胜，这个游戏对双方公平吗？说说你的理由。（列表或画树状图说明）



19. 某商店购进一批单价为 20 元的日用商品，如果以单价 30 元销售，那么一个月内可以售出 400 件。根据销售经验，提高销售单价会导致销售量的减少，即销售单价每提高 1 元，销售量相应减少 20 件。售价为多少元时，才能在一个月内获得最大利润？

20. 如图 1，将一长方体放置于一水平玻璃桌面上，按不同的方式摆放，记录桌面所受压强与受力面积的关系如下表所示：

桌面所受压强 $P(Pa)$	400	500	800	100	1250
----------------	-----	-----	-----	-----	------

受力面积 $S(\text{m}^2)$	0.5	0.4	0.25	0.2	0.16
----------------------	-----	-----	------	-----	------



图 1

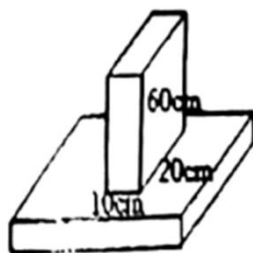


图 2

(1)根据表中数据,求出压强  $P(\text{Pa})$  关于

受力面积  $S(\text{m}^2)$  的函数表达式;

(2)如图 2,将另一长,宽,高分别为  $60\text{cm}, 20\text{cm}, 10\text{cm}$ ,且与原长方体相同重量的长方体放置于该水平玻璃桌面上,若玻璃桌面承受的最大压强为  $2000\text{Pa}$ ,问,这种摆放方式是否安全?请判断并说明理由.

21. 阅读与计算,请阅读以下材料,完成相应的任务.

角平分线分线段成比例定理:

如图 1,在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  平分  $\angle BAC$ , 则  $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ .

下面是这个定理的部分证明过程.

证明:如图 2,过  $C$  作  $CE \parallel DA$ , 交  $BA$  的延长线于点  $E$ .

(1)任务一:请按照上面的证明思路,写出该证明的剩余部分;

(2)任务二:如图 3,  $\triangle ABC$  中,  $E$  是  $BC$  中点,  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线,  $EF \parallel AD$  交  $AC$  于  $F$ . 若  $AB=11$ ,  $AC=15$ , 直接写出线段  $FC$  的长.

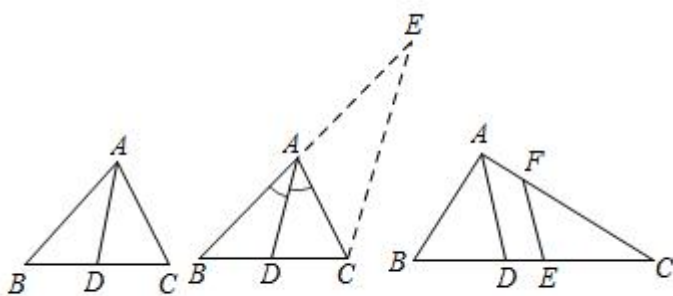
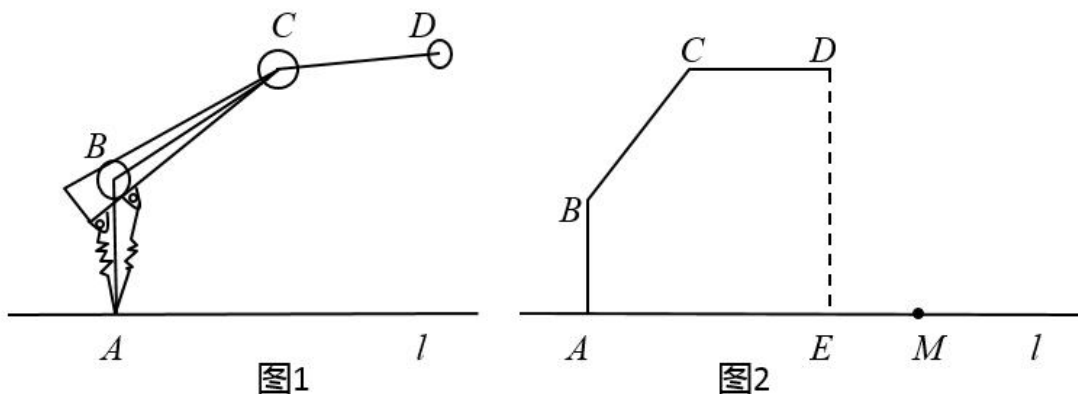


图 1

图 2

图 3

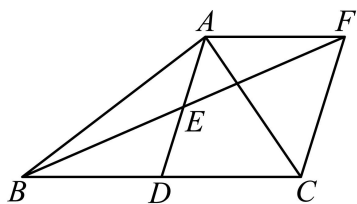
22. 拓展小组研制的智能操作机器人,如图 1,水平操作台为  $l$ ,底座  $AB$  固定,高  $AB$  为  $50\text{cm}$ ,连杆  $BC$  长度为  $70\text{cm}$ ,手臂  $CD$  长度为  $60\text{cm}$ . 点  $B, C$  是转动点,且  $AB, BC$  与  $CD$  始终在同一平面内,



(1) 转动连杆  $BC$ , 手臂  $CD$ , 使  $\angle ABC = 143^\circ$ ,  $CD \parallel l$ , 如图 2, 求手臂端点  $D$  离操作台  $l$  的高度  $DE$  的长 (精确到  $1\text{cm}$ , 参考数据:  $\sin 53^\circ \approx 0.8$ ,  $\cos 53^\circ \approx 0.6$ ).

(2) 物品在操作台  $l$  上, 距离底座  $A$  端  $110\text{cm}$  的点  $M$  处, 转动连杆  $BC$ , 手臂  $CD$ , 手臂端点  $D$  能否碰到点  $M$ ? 请说明理由.

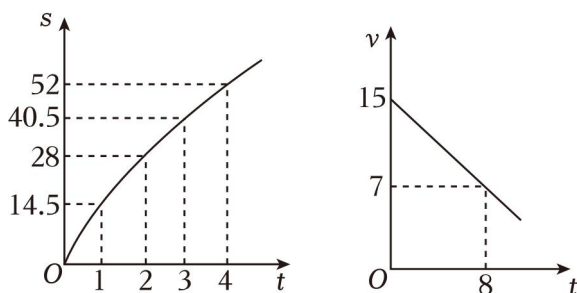
23. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $BC$  边上的中线,  $E$  是  $AD$  的中点, 过点  $A$  作  $AF \parallel BC$ , 交  $BE$  的延长线于点  $F$ , 连接  $CF$ .



(1) 求证: 四边形  $ADCF$  是平行四边形;

(2) 若  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 试判断四边形  $ADCF$  的形状, 并证明你的结论.

24. 公路上正在行驶的甲车, 发现前方  $30\text{m}$  处沿同一方向行驶的乙车后, 为了行驶安全, 开始减速, 减速后甲车行驶的路程  $s$  (单位:  $\text{m}$ )、速度  $v$  (单位:  $\text{m/s}$ ) 与时间  $t$  (单位:  $\text{s}$ ) 的关系分别可以用二次函数和一次函数表示, 其图象如图所示.

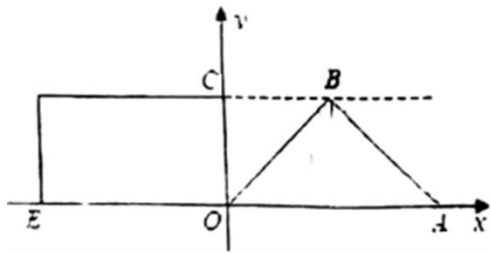


(1) 当甲车减速至  $6\text{m/s}$  时, 它行驶的路程是多少?

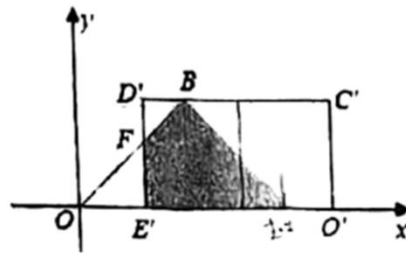
(2) 若乙车以  $10\text{m/s}$  的速度匀速行驶, 当时间  $t$  在什么范围时, 两车间的距离不超过  $25.5$  米?

25. 在平面直角坐标系中,  $O$  为原点,  $\triangle OAB$  是等腰直角三角形,  $\angle OBA = 90^\circ$ ,  $BO = BA$ , 顶点  $A(4, 0)$ , 点  $B$  在第一象限, 矩形  $OCDE$  的顶点  $E\left(-\frac{7}{2}, 0\right)$ , 点  $C$  在  $y$  轴的正半轴上,

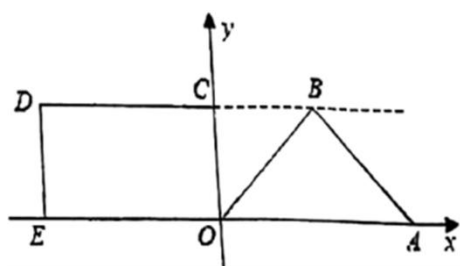
点  $D$  在第二象限, 射线  $DC$  经过点  $B$ . 将矩形  $OCDE$  沿  $x$  轴向右平移, 得到矩形  $O'C'D'E'$ , 点  $O, C, D, E$  的对应点分别为  $O', C', D', E'$ . 设  $OO' = t$ , 矩形  $O'C'D'E'$  与  $\triangle OAB$  重叠部分的面积为  $S$ .



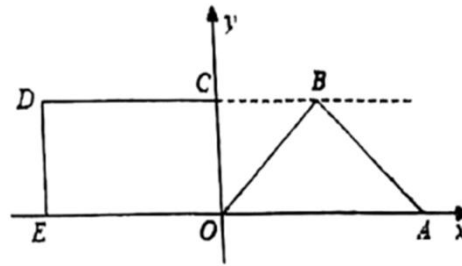
图①



图②



备用图



备用图

- (1) 如图①, 求点  $B, C, D$  的坐标.
- (2) 如图②, 当点  $E'$  在  $x$  轴正半轴上, 且矩形  $O'C'D'E'$  与  $\triangle OAB$  重叠部分为四边形时,  $D'E'$  与  $OB$  相交于点  $F$ , 试用含  $t$  的式子表示  $S$ .
- (3) 在 (2) 问的条件下, 是否存在某一时刻  $t$ , 使得矩形  $O'C'D'E'$  与  $\triangle OAB$  重叠部分的面积为  $S$  与  $\triangle OAB$  的面积比为  $23:32$ ? 若存在, 求出  $t$  的值, 若不存在, 请说明理由.
- (4) 当  $\frac{7}{2} < t < 4$  时, 求  $S$  的最大值 (直接写出结果即可).





### 参考答案:

1. A

【分析】本题考查了等式的性质，根据等式的性质，逐项分析判断即可求解，熟练等式的性质：“等式的性质 1：等式两边加(或减)同一个数(或式子)，结果仍相等；等式的性质 2：等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数(或式子)，结果仍相等。”是解题的关键.

【详解】解： $\frac{a}{5} = \frac{b}{3}$ ，两边同时乘以 15，可得  $3a = 5b$ ，故 A 正确；

当  $a, b$  不等于 0 时，等式两边乘以 25 可得  $5a = \frac{25b}{3}$ ，故 B 不正确；

当  $a, b$  不等于 0 时，等式两边乘以 5 可得  $a = \frac{5b}{3}$ ，故 C 不正确；

根据  $\frac{a}{5} = \frac{b}{3}$ ，无法得到  $ab = 15$ ，故 D 不正确；

故选：A.

2. D

【分析】在同一路灯下由于位置不同，影长也不同，所以无法判断谁的影子长.

【详解】解：在同一路灯下由于位置不同，影长也不同，所以无法判断谁的影子长.

故选：D.

【点睛】本题考查了平行投影和中心投影的特点和规律. 平行投影的特点是：在同一时刻，不同物体的物高和影长成比例. 中心投影的特点是：①等高的物体垂直地面放置时，在灯光下，离点光源近的物体它的影子短，离点光源远的物体它的影子长. ②等长的物体平行于地面放置时，在灯光下，离点光源越近，影子越长；离点光源越远，影子越短，但不会比物体本身的长度还短.

3. D

【分析】本题考查了用样本数据估计总体数据，每一个小球被摸中的可能性都是相同的，因此可用摸中红球的频率代表袋子中红球占总球数的占比，由此列出等式即可. 列出等量关系是解题关键.

【详解】解： $\because$  每一个小球被摸中的可能性都是相同的，

$\therefore$  由题可知，摸中红球的频率  $= \frac{4}{20}$ ，

袋子中红球占总球数的  $\frac{10}{x+10}$ ，

即  $\frac{10}{x+10} = \frac{4}{20}$ ，即可求出袋中白球的个数，

故选：D.

4. B

【分析】先根据反比例函数中  $k > 0$  判断出函数图象所在的象限及增减性，再根据各点横坐标的特点即可得出结论.

【详解】解：∵反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  中  $k > 0$ ,

∴函数图象的两个分支分别位于一、三象限，且在每一象限内  $y$  随  $x$  的增大而减小.

∵  $-2 < 0, -1 < 0$ ,

∴  $A(-2, a), B(-1, b)$  位于第三象限，

∴  $a < 0, b < 0$ ,

∵  $-2 < -1 < 0$ ,

∴  $0 > a > b$ .

∵  $3 > 0$ ,

∴点  $C(3, c)$  位于第一象限，

∴  $c > 0$ ,

∴  $b < a < c$ .

故选：B.

【点睛】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

5. B

【分析】设有  $x$  个班级参加比赛，根据题目中的比赛规则，可得一共进行了  $\frac{1}{2}x(x-1)$  场比赛，即可列出方程，求解即可.

【详解】解：设有  $x$  个班级参加比赛，

$$\frac{1}{2}x(x-1) = 15,$$

$$x^2 - x - 30 = 0,$$

解得：  $x_1 = 6, x_2 = -5$  (舍)，

则共有 6 个班级参加比赛，

故选：B.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，解题关键是读懂题意，得到比赛总数的等量关系.

6. B

【分析】由同弧所对圆周角相等及直角三角形的性质即可求解.

【详解】解:  $\because \widehat{BC} = \widehat{BC}$ ,

$$\therefore \angle BDC = \angle BAC = 40^\circ,$$

$\because BD$  为圆的直径,

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = 90^\circ - \angle BDC = 50^\circ;$$

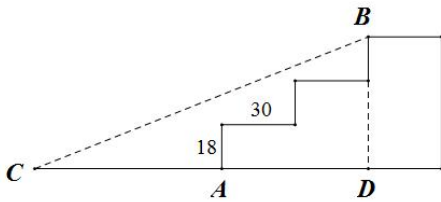
故选: B.

【点睛】本题考查了直径所对的圆周角是直角, 同圆中同弧所对的圆周角相等, 直角三角形两锐角互余, 掌握它们是关键.

7. A

【分析】过点  $B$  作  $BD \perp AC$ , 交  $AC$  于点  $D$ , 求出  $BD$ 、 $AD$  的长度, 由坡度求出  $CD$  的长度, 即可求解, 本题考查了解直角三角形的应用, 解题的关键是: 根据已知条件添加辅助线.

【详解】解: 过点  $B$  作  $BD \perp AC$ , 交  $AC$  于点  $D$ ,



$\because$  台阶高为 18cm, 深为 30cm,

$$\therefore AD = 30 \times 2 = 60(\text{cm}), \quad BD = 18 \times 3 = 54(\text{cm}),$$

$\because$  斜坡  $BC$  的坡度  $i = 1:5$ ,

$$\therefore BD:CD = 1:5,$$

$$\therefore CD = 5BD = 5 \times 54 = 270(\text{cm}),$$

$$\therefore AC = CD - AD = 270 - 60 = 210(\text{cm}),$$

故选: A.

8. C

【分析】本题考查二次函数图像与性质, 涉及由二次函数图像与性质确定代数式符号, 根据二次函数图像与性质逐项验证即可得到答案, 熟记二次函数图像与性质是解决问题的关键.

【详解】解：由图可知， $a < 0$ ， $-\frac{b}{2a} = 1$ ， $c > 0$ ，

$\therefore -\frac{b}{2a} > 0$ ，即  $b > 0$ ，①  $abc < 0$ ，故①错误；

②当  $x = 3$  时， $y = 9a + 3b + c$ ，由于抛物线与  $x$  轴左边交点横坐标大于  $-1$ ，则抛物线与  $x$  轴右边交点横坐标小于  $3$ ，从而可知当  $x = 3$  时， $y = 9a + 3b + c < 0$ ，故②正确；

③抛物线与  $x$  轴有两个交点，从而得到  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，即  $b^2 > 4ac$ ，故③错误；

④由  $-\frac{b}{2a} = 1$ ，则  $b = -2a$ ，当  $x = -1$  时， $y = a - b + c < 0$ ，则  $2a - 2b + 2c < 0$ ，即  $-b - 2b + 2c < 0$ ，

从而得到  $2c < 3b$ ，故④正确；

⑤当  $x = 1$  时， $y = a + b + c$  为抛物线最大值；从而  $a + b + c > am^2 + bm + c (m \neq 1)$ ，即

$a + b > m(am + b) (m \neq 1)$ ，故⑤正确；

综上所述，正确的有②④⑤三个，

故选：C.

#### 9. $75^\circ/75$ 度

【分析】根据非负数的性质得到  $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ ， $\tan\beta = 1$ ，利用特殊角的三角函数值分别求出  $\alpha$ 、 $\beta$ ，计算即可.

【详解】由已知得  $\sin\alpha - \frac{1}{2} = 0$ ， $\tan\beta - 1 = 0$ ，

$\therefore \alpha = 30^\circ$ ， $\beta = 45^\circ$ ，

$\therefore \alpha + \beta = 75^\circ$ .

【点睛】本题考查的是特殊角的三角函数值、非负数的性质，掌握绝对值和算术平方根的非负性是解题的关键.

#### 10. 22

【分析】根据主视图与左视图得出长方体的边长，再利用图形的体积得出它的高，进而得出表面积.

【详解】由主视图得出长方体的长是 3，宽是 1，这个几何体的体积是 6，

设高为  $h$ ，则  $3 \times 1 \times h = 6$ ，

解得： $h = 2$ ，

它的表面积是：

$$2 \times 3 \times 2 + 2 \times 3 \times 1 + 2 \times 1 \times 2$$

$$= 22.$$

故答案为：22.

【点睛】此题主要考查了利用三视图判断几何体的边长，得出图形的高是解题关键.

11. ④①③②

【分析】根据影子变化规律可知道时间的先后顺序.

【详解】解：从早晨到傍晚物体的指向是：西-西北-北-东北-东，影长由长变短，再变长.

则四幅图按先后顺序排列应是④①③②.

故答案为④①③②.

【点睛】本题考查平行投影的特点和规律. 在不同时刻，同一物体的影子的方向和大小可能不同，不同时刻物体在太阳光下的影子的大小在变，方向也在改变，就北半球而言，从早晨到傍晚物体的指向是：西-西北-北-东北-东，影长由长变短，再变长.

12.  $\frac{4}{7}$

【分析】利用位似图形的性质结合位似比等于相似比得出答案.

【详解】 $\because$  四边形 ABCD 与四边形 EFGH 位似，其位似中心为点 O，且  $\frac{OE}{EA} = \frac{4}{3}$ ，

$$\therefore \frac{OE}{OA} = \frac{4}{7},$$

$$\text{则 } \frac{FG}{BC} = \frac{OE}{OA} = \frac{4}{7},$$

故答案为  $\frac{4}{7}$ .

【点睛】本题考查了位似的性质，熟练掌握位似的性质是解题的关键.

13. 8

【分析】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$  的图象是双曲线，图象上的点  $(x, y)$  的横纵坐标的积是定值  $k$ ，即  $xy = k$ . 先由正方形 ADEF 的面积为 4，得出边长为 2，求得 AB. 设 B 点坐标为  $(t, 4)$ ，则 E 点坐标  $(t+2, 2)$ ，根据点 B、E 在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上，列出  $t$  的方程，即可求出  $k$ .

【详解】解： $\because$  正方形 ADEF 的面积为 4，

$\therefore$  正方形 ADEF 的边长为 2，

$\therefore BF = AF = 2$ ， $AB = AF + BF = 4$ .

设 B 点坐标为  $(t, 4)$ ，则 E 点坐标  $(t+2, 2)$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/628001067070006040>